



УДК 631.331

**УТОЧНЕНА МОДЕЛЬ ТА ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ  
ЗАПАДАННЯ НАСІНИНИ (ГРАНУЛИ МІНДОБРІВ) В  
КОМІРКУ У ПРОЦЕСАХ ТОЧНОГО ВИСІВУ ТА  
ПІДЖИВЛЕННЯ РОСЛИН. І.**

Ловейкін В.С., д.т.н.,  
Човнюк Ю.В., к.т.н.,  
Дитюк А.І., здобувач,  
Тисленко О.Б., ас.

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*  
Тел.: (044) 527-82-99

**Анотація** - Запропонована уточнена модель западання насінини (гранули міндобрів) в комірку у процесах точного висіву та підживлення рослин. Проведений динамічний аналіз дозволяє виявити всі можливі режими руху насінини/гранули і суттєво покращити якість цього руху.

**Ключові слова** – точний висів, западання насіння, аналіз, режим руху.

*Постановка проблеми.* Відомо, що основоположною операцією у процесах точного висіву і підживлення рослин, яка, по суті, формує майбутній врожай, є саме відбирання насінин/гранул міндобрів коміркою. Зрозуміло, що встановлення основних динамічних та кінематичних характеристик моделі западання насінини/гранули міндобрів у комірку є необхідним і актуальним у дослідженнях висівного апарату (розкидача міндобрів) для точного землеробства. Моделювання подібних процесів, на думку авторів даної роботи, потребує ще тривалого вдосконалення, яке б дало змогу врахувати всі тонкощі руху часточок (насінини, гранули міндобрів), а також можливі режими цього руху, які, до речі, можуть бути як керованими зовні, так і зовсім некерованими (стан т.з. динамічного хаосу).

*Аналіз публікацій по темі дослідження.* Основні дослідження та моделювання процесу западання насінини в комірку висівного апарату точного висіву проведені у роботах [1-6, 10-12].

Академік В.П.Горячкін поклав початок теорії висіву, зробивши вагомий внесок у розробку технологічних основ побудови посівних

машин. Западання насінини в комірку ним розглядалось як порух, що відбувається на горизонтальній поверхні під дією сили тяжіння насінини (гранули міндобрив). Враховуючи кривину висівного диску, Листопад Г.Є. помітив, що умови западання змінюються, та вдосконалив модель В.П.Горячкіна [3]. Зважаючи на зауваження Лісіцина Н.І.[4] про справедливість цих моделей лише у випадку, коли кулька насінини невелика, В.С.Басін [5] вводить коефіцієнт, який враховує відношення тиску вище лежачої кульки насінини до її ваги. Комарістов В.Є. [6], використовуючи цю методику досліджень, враховує при западанні тільки параметри диска та форму комірок. Однак усі ці розрахунки лише поверхнево описують механізм западання насіння в комірку.

Уточнена модель западання насінини в комірку розглянута у [12]. Автори цієї роботи процес розглядають наступним чином (рис.1): під час руху комірки центр тяжіння насінини (гранули міндобрив)  $M$  перетинає її грань  $O$  – початок западання насінини в комірку; далі під дією зовнішніх сил та власної сили тяжіння насінини (гранула міндобрив) рухається вподовж грані комірки  $O$  – невірний рух на відстані  $L_1$ , по нестаціонарному не утримуючому зв'язку, та у деякий проміжок часу відділяється від неї – вільний рух у просторі комірки на відстані  $L_2$ .

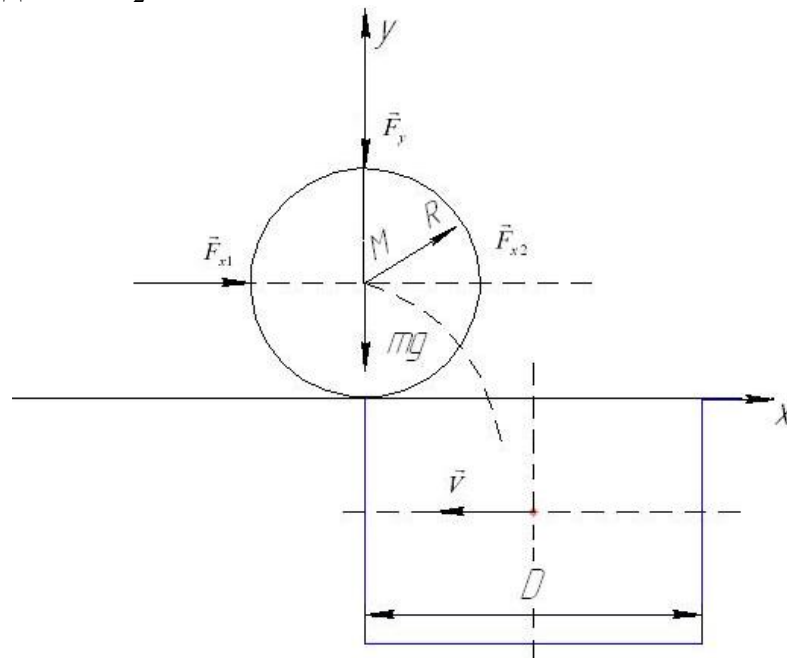


Рис.1. Моделювання руху насінини у комірку.  
(тут і далі введені позначення роботи [12]).

Таким чином, частинка рухається в комірку на загальній відстані  $L$ , що дорівнює різниці між поздовжнім розміром  $D$  і радіусом насінини (гранули міндобрив)  $R$ .

Автори [12], розглядаючи падіння насінини в комірку, вважають насінину такою, що має кулясту форму, накладені зв'язки – ідеальними, а усі діючі сили – розташованими у площині висівного диска. На основі таких допущень можна стверджувати наступне:

1) якщо зв'язки – ідеальні (відсутнє тертя), а насінина має кулясту форму, тоді на неї діє плоска збіжна система сил, тому її рух буде поступальним і, отже, може розглядатись ця частинка (насінина/гранула міндобрив) як матеріальна точка;

2) у кожний проміжок часу, у процесі ковзання частинки вповодж грані комірки, її центр тяжіння займає положення на постійній відстані ОС від грані комірки, тобто траєкторія центра тяжіння частинки відносно точки О – коло радіусом  $OS=R$ .

Для дослідження невіЛЬНОГО руху матеріальної точки по криволінійному неутримуючому нестационарному зв'язку автори [12] (рис.2) пропонують спочатку встановити рівняння її траєкторії методом роботи [7]. При цьому нерухома дуга кола описується залежністю  $x^2 + y^2 = R^2$ , і оскільки комірka рухається (до того ж на відстані западання цей рух можна вважати поступальним зі швидкістю  $V$ ), тоді нестационарний зв'язок описується залежністю:

$$y^2 + (x - V \cdot t)^2 = R^2. \quad (1)$$

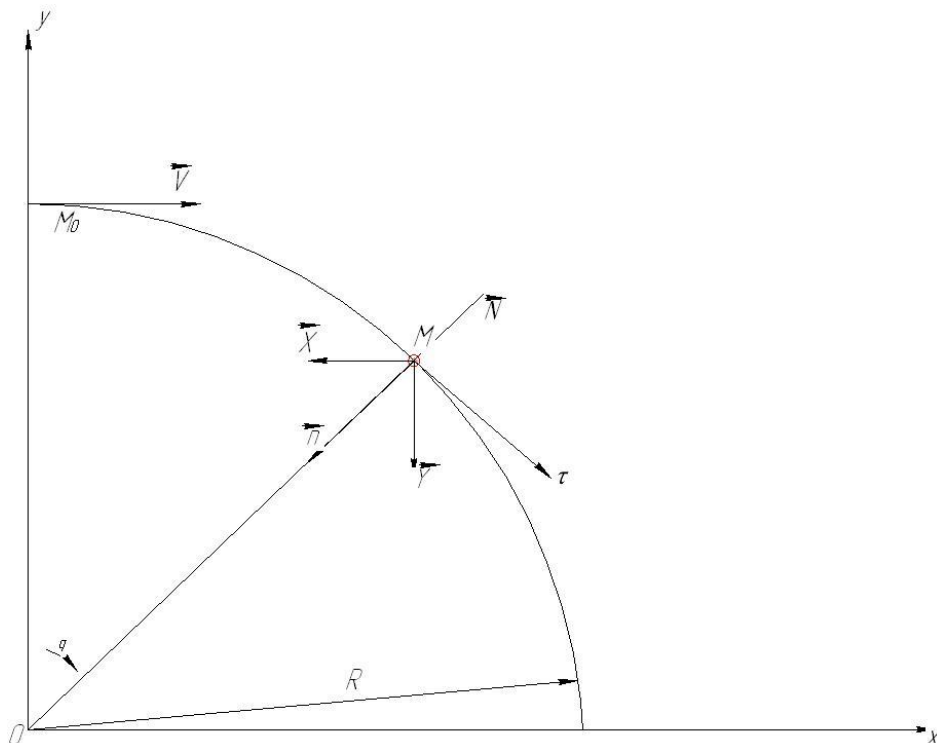


Рис.2. Невільний рух матеріальної точки [12].

Закон руху частинки шукають за допомогою рівняння Лагранжа 2-го роду [8]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{dq} \right) - \frac{dT}{dq} = Q, \quad (2)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи (насінини/гранули),  $q$  – кут обертання точки відносно початку рухомої системи координат  $OXY$  (узагальнена координата),  $t$  – час,  $Q$  – узагальнена сила, діюча на частинку. Вважають, що  $T = T(q, \dot{q})$  [12].

Якщо виразити Декартові координати  $(x, y)$  через узагальнену  $(q)$ , тоді легко отримати:

$$\begin{cases} x = R \sin q - V \cdot t; y = R \cos q; \\ \dot{x} = R \cos q - V; \dot{y} = -R \sin q \cdot \dot{q}; \end{cases} \quad (3)$$

де  $(\dot{\quad}) \equiv \frac{d}{dt}(\quad)$ .

Кінетична енергія часточки становить:

$$T = \frac{1}{2} m \cdot (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = \frac{1}{2} m \cdot (R^2 \cdot \dot{q}^2 + V^2 - 2 \cdot R \cdot V \cdot \cos q \cdot \dot{q}), \quad (4)$$

де  $m$  – маса частинки.

Враховуючи (4) та вираз для узагальненої сили  $Q$  [12]:

$$Q = X \cdot \frac{dx}{dq} + Y \cdot \frac{dy}{dq} = -X \cdot R \cdot \cos q + Y \cdot R \cdot \sin q, \quad (5)$$

де враховано, що складові сил  $X$  та  $Y$  спрямовані проти, відповідно, вісей  $OX$  та  $OY$ .

Підставляючи частинні похідні по  $q$  й  $\dot{q}$  від  $T$  у рівняння (2), а також враховуючи вираз (5), автори [12] знаходять рівняння для  $q$ :

$$\ddot{q} + A \cos q - R \sin q = 0, \quad (6)$$

де  $A = \frac{X}{mR}$ ,  $B = \frac{Y}{mR}$ ,  $(\ddot{\quad}) = \frac{d^2}{dt^2}(\quad)$ .

Оскільки рівняння (6) є нелінійним по  $q$ , то автори [12] пропонують його розв'язувати наближено, розкладаючи у ряд для  $\sin q$  й  $\cos q$  (по  $q$ ), або ж понижувати його ступінь на одиницю шляхом однократного інтегрування по  $t$  (все одно воно залишиться нелінійним, а розв'язком – буде еліптичний інтеграл). Проте за такого підходу автори [12] втрачають інструменти дослідження всіх можливих режимів руху часточки (а, значить, і не можуть у повному об'ємі дослідити стійкість можливих/допустимих режимів руху). У даній роботі розв'язок модельного рівняння (6) знайдений у повному обсязі.

*Мета роботи* полягає у створенні уточненої моделі западання насінини/гранули міндобрив у комірку, яку потім всебічно досліджують і з'ясовують можливі режими руху часточки та їх стійкість.

*Виклад основного змісту дослідження.* Будемо виходити у подальшому з модельного рівняння задачі (6), яке можна звести до наступного [7-9]

$$0 = \ddot{q} + \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sin(q + \alpha), \quad (7)$$

де  $\alpha = \operatorname{arctg}\left(-\frac{A}{B}\right)$ . Якщо ввести у (7) заміну:  $q + \alpha = \tilde{q}$ , тоді рівняння (7) можна подати так:

$$\ddot{\tilde{q}} + \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sin \tilde{q} = 0. \quad (8)$$

Оскільки  $\alpha = \operatorname{const}$ ,  $(X, Y) = \operatorname{const}$ , та вводячи заміни:

$$\sqrt{A^2 + B^2} = w_0^2, \quad \tilde{q} = q + \operatorname{arctg}\left(-\frac{A}{B}\right) \equiv \Psi, \quad (9)$$

Вирази та рівняння (8) можна подати так:

$$\ddot{\Psi} + w_0^2 \cdot \sin \Psi = 0. \quad (10)$$

Рівняння (10) є рівнянням нелінійних (власних коливань маятника [13], гамільтоніан котрого (у разі одиничної маси маятника) має вид:

$$H = \frac{1}{2} \cdot \dot{\Psi}^2 - w_0^2 \cdot \cos \Psi. \quad (11)$$

Потенціал  $\varphi = -w_0^2 \cdot \cos \Psi$  й залежність  $\dot{\Psi} = \dot{\Psi}(\Psi)$  (фазовий портрет) наведені на рис.3.

Стан рівноваги (зернини/гранули  $\equiv$  «маятник») системи, визначається рівняннями:

$$\dot{\Psi}_s = 0, \quad \sin \dot{\Psi}_s = 0. \quad (12)$$

Рівняння (12) дають  $\dot{\Psi}_s = 0$ ,  $\tilde{\Psi}_s = n\pi$ ,  $n = 0, \pm 1, \dots$  У положенні рівноваги швидкість  $\dot{\Psi}_s$  дорівнює нулю, а потенціал  $\varphi(\dot{\Psi}_s)$  має мінімум (парні  $n$ ) або максимум (непарні  $n$ ). Відповідно точки при парних  $n$  – еліптичні, при непарних  $n$  – гіперболічні.

Траєкторії руху на фазовій площині  $(\Psi, \dot{\Psi})$  при  $H < w_0^2$  відповідають «захопленим» часточкам, які здійснюють фінітні коливання у потенціальних ямах. При  $H > w_0^2$  фазові траєкторії відносяться до «пролітних» частинок, рух котрих інфінітний. Як видно з рис.3., це періодичні коливання біля деякого значення швидкості, причому верхній та нижній гілкам фазових кривих відповідають різні напрямки швидкості.

Сепаратрисою є фазова траєкторія, яка проходить через точку  $\dot{\Psi}_s = 0$ ,  $\tilde{\Psi}_s = \pi$ . Тому їй відповідає енергія  $H_s = w_0^2$ . Розв'язок (10) на сепаратрисі знайти просто. Дійсно, підставляємо  $H_s = w_0^2$  у рівняння (11) й виражаємо з нього  $\dot{\Psi}$ :

$$\dot{\Psi} = \pm 2w_0 \cdot \cos\left(\frac{\Psi}{2}\right). \quad (13)$$

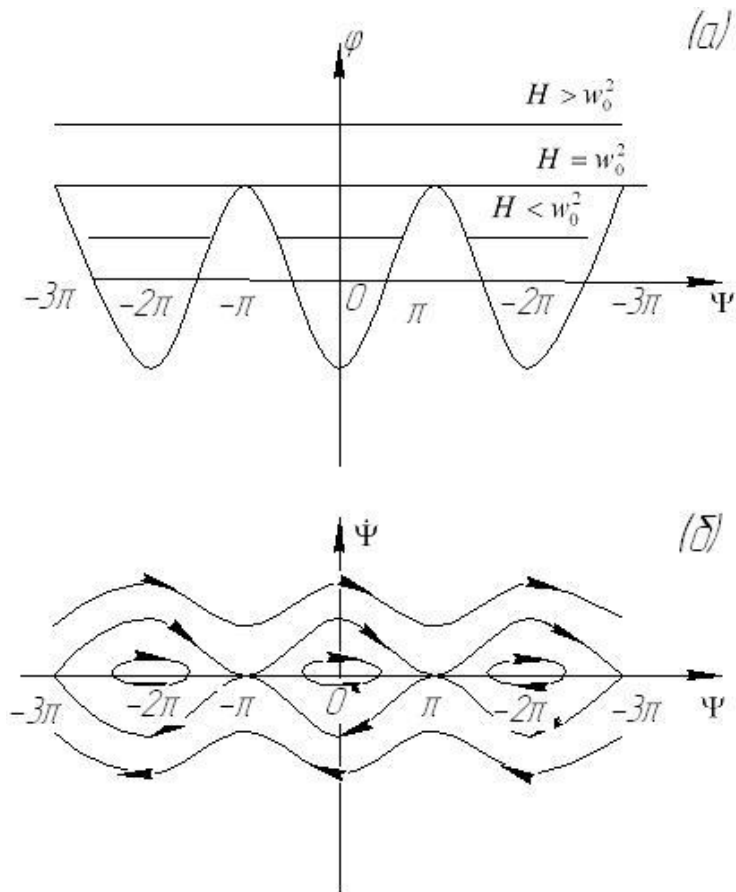


Рис.3. Періодичний потенціал (а) та відповідний до нього фазовий портрет (б).

Звідси інтегрування при початковій умові  $t=0, \Psi = 0$  дає:

$$w_0 \cdot t = \ln \left\{ \operatorname{tg} \left( \frac{\Psi}{4} + \frac{\pi}{4} \right) \right\}, \quad (14)$$

або

$$\Psi = 4 \operatorname{arctg} \left\{ e^{w_0 t} \right\} - \pi. \quad (15)$$

Вираз (15) є рівнянням сепаратриси (друга гілка сепаратриси може бути отримана з першої (15) шляхом заміни  $t \rightarrow -t$ ).

Однак більш цікава інформація про динаміку часточки на сепаратрисі може бути отримана, якщо розглянути вираз для швидкості  $V = \dot{\Psi}$ . Для цього з (14) отримуємо співвідношення:

$$\cos \left( \frac{\Psi}{2} \right) = \frac{1}{\operatorname{ch}(w_0 t)}, \quad (16)$$

і підставимо його у (13):

$$V = \dot{\Psi} = \pm 2 \cdot w_0 \cdot \{ \operatorname{ch}(w_0 t) \}^{-1}. \quad (17)$$

Розв'язок типу (17) має вид уособленої хвилі (рис.4) й носить назву солітона. Характерна ширина профілю швидкості  $\approx 1/w_0$ . Його кінці експоненціально спадають при  $t \rightarrow \pm\infty$ . Знак плюс у (17) відповідає солітону, який рухається вправо (верхня гілка сепаратриси

на фазовій площині – рис.3,б). Знак мінус у (17) відповідає рухові вліво.

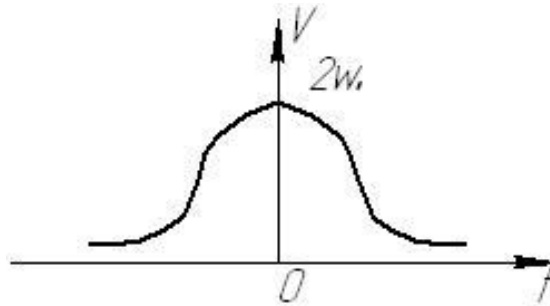


Рис.4. Солітоноподібний розв’язок для швидкості  $V = \dot{\Psi}$  на сепаратрисі

Розглянемо тепер загальний розв’язок рівняння (10) за тих самих початкових умов:  $t = 0, x = 0$ . Для зручності використаємо змінні «дія-кут», які визначені формулами:

$$\begin{cases} I = \frac{1}{2\pi} \oint p(q, H) dq = I(H), \Theta = \frac{\partial S(q, I)}{\partial I} \\ S(q, I) = S(q, H(I)) = \int_q p(q, H) dq, \end{cases} \quad (18)$$

де  $(p, q)$  - канонічно спряжена пара змінних для гамільтоніану  $H = H(p, q)$ , які задовольняють гамільтонівським рівнянням руху:

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}; \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad (19)$$

$S(q, I)$  - скорочена дія, яка для даного випадку (один ступінь вільності руху) є утворюючою функцією. У рівняннях (18) вважають, що система здійснює фінітний рух, а інтеграл береться по повному періоду коливань. Введемо параметр  $\chi$ :

$$\chi^2 = (w_0^2 + H)/(2w_0^2) = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{H}{w_0^2} \right), \quad (20)$$

який приймає на сепаратрисі значення 1 й змінюється у області  $[0, \infty)$ , а також змінну  $\xi$

$$\begin{cases} \chi \cdot \sin \xi = \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right) (\chi \leq 1), \\ \sin \xi = \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right) (\chi \geq 1). \end{cases} \quad (21)$$

Маємо:

$$I = I(H) = \frac{2}{\pi} \int^{\Psi_0} d\Psi \cdot [2(H + w_0^2 \cdot \cos \Psi)]^{1/2}, \quad (22)$$

де точка повороту  $\Psi_0$  знаходиться з умови

$$H + w_0^2 \cdot \cos \Psi_0 = 0, \quad (23)$$

і використана симетрія руху частинки при визначенні інтегралу  $I(H)$ . Тут виникає необхідність додатково визначити вирази (18) для  $I$  при значеннях параметру  $\chi^2 > 1$ .

Дійсно, у цьому випадку з (20) випливає, що рівняння для точки повороту не має розв'язку, й у якості точки  $\Psi_0$  у інтегралі для  $I$  слід взяти  $\Psi_0 = \pi$ . При такому визначенні дія є площею, обмеженою по  $\Psi$  областю  $(-\pi, \pi)$  (див.рис.3.,б), і такою, що лежить між верхньою та нижньою гілками траєкторії відносно сепаратриси. Саме таке визначення дозволяє здійснити неперервне покриття розв'язку при переході через сепаратрису (похідна при цьому має розрив).

За допомогою підстановки (21) прийдемо до виразу

$$I(H) = \frac{8}{\pi} \cdot w_0 \cdot \begin{cases} E\left(\frac{\pi}{2}; \chi\right) - (1 - \chi^2) \cdot F\left(\frac{\pi}{2}; \chi\right), \chi \leq 1; \\ \chi \cdot E\left(\frac{\pi}{2}; \frac{1}{\chi}\right), \chi \geq 1, \end{cases} \quad (24)$$

де  $F\left(\frac{\pi}{2}; \chi\right)$  й  $E\left(\frac{\pi}{2}; \chi\right)$  - повні еліптичні інтеграли відповідно першого і другого роду.

З (24) одразу знаходимо частоту нелінійних коливань частинки

$$w(H) = \frac{dH(I)}{dI} = \left[ \frac{dI(H)}{dH} \right]^{-1}. \quad (25)$$

Використовуючи властивості еліптичних інтегралів, знаходимо

$$w(H) = \frac{\pi}{2} \cdot w_0 \cdot \begin{cases} \frac{1}{F\left(\frac{\pi}{2}; \chi\right)}, \chi \leq 1, \\ \frac{\chi}{F\left(\frac{\pi}{2}; \frac{1}{\chi}\right)}, \chi \geq 1. \end{cases} \quad (26)$$

Згідно визначення  $S(q, I)$  у формулах (18) маємо

$$S(\Psi, I) = \begin{cases} 4w_0 \cdot [E(\xi; \chi) - (1 - \chi^2) \cdot F(\xi; \chi)], \chi \leq 1, \\ 4w_0 \cdot \chi \cdot E\left(\xi; \frac{1}{\chi}\right), \chi \geq 1, \end{cases} \quad (27)$$

де  $\xi = \xi(\Psi)$  визначається формулами (21). Неважко бачити, що повному інтегралу по чверті періоду руху відповідає точка  $\Psi_0$  така, що

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\Psi_0}{2}\right) = \chi^2, \chi \leq 1 \\ \sin\left(\frac{\Psi_0}{2}\right) = 1, \chi \geq 1. \end{cases} \quad (28)$$



Звідси у будь-якому випадку  $\xi_0 = \frac{\pi}{2}$ , і вираз  $4 \cdot S(\Psi_0, T)/(2\pi)$  переходить у формули для дії (24), як це і повинно бути.

Диференціювання  $S(\Psi, I)$  по  $I$  визначає фазову змінну  $\Theta$ . Дійсно, рівняння для  $(I, \Theta)$  мають вид

$$\dot{I} = -\frac{\partial H(I)}{\partial \Theta} = 0, \quad \dot{\Theta} = \frac{dH(I)}{dI} = w(I). \quad (29)$$

Друге рівняння у (29) визначає нелінійну частоту  $w(I)$ . Інтегрування рівнянь (29) дає

$$I = const = inv, \quad \Theta = w(I) \cdot t + \Theta_0. \quad (30)$$

З формули (11) для  $H$  і визначення (21) знаходимо швидкість частинки:

$$\dot{\Psi} = 2\chi \cdot w_0 \cdot \left\{ \frac{\cos \xi}{\sqrt{1 - \frac{1}{\chi^2} \cdot \sin^2 \xi}} \right\} = 2\chi w_0 \cdot \begin{cases} cn(t; \chi), \chi \leq 1, \\ dn\left(t; \frac{1}{\chi}\right), \chi \geq 1, \end{cases} \quad (31)$$

де  $cn$  та  $dn$  – еліптичні функції Якобі. При  $\chi = 1$  вираз (31) переходить у (17) (знаки  $\pm$  для спрощення опускаємо).

Спектр частот коливань частинки («нелінійного маятника»).

Нашою найближчою метою буде зрозуміти якісний характер коливань частинки для різних значень її енергії  $H$ . для цього зробимо дві речі. По-перше, введемо число

$$N = \frac{w_0}{w(H)} = \frac{2}{\pi} \cdot F\left(\frac{\pi}{2}; \chi\right), \chi \leq 1, \quad (32)$$

і, по-друге, розкладемо вираз (31) для  $\dot{\Psi}$  у ряд Фур'є

$$\dot{\Psi} = 8w \cdot \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^{n-\frac{1}{2}}}{1+a^{2n-1}} \cdot \cos\{(2n-1) \cdot wt\}, \chi \leq 1, \\ \frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{1+a^{2n}} \cdot \cos(nwt), \chi \geq 1, \end{cases} \quad (33)$$

де

$$\begin{cases} a = \exp\left(-\pi \cdot \frac{F'}{F}\right); F \equiv F\left(\frac{\pi}{2}; \bar{\chi}\right); F' \equiv F\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{1-\bar{\chi}^2}\right), w = w(H), \\ \bar{\chi} = \begin{cases} \chi, \chi \leq 1, \\ \frac{1}{\chi}, \chi \geq 1. \end{cases} \end{cases} \quad (34)$$

Розглянемо тепер різні асимптотики виразів (33) й (34). Використаємо наступні асимптотики повного еліптичного інтегралу

$$F\left(\frac{\pi}{2}; \chi\right):$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}; \chi\right) \sim \begin{cases} \frac{\pi}{2}, \chi \ll 1, \\ \frac{1}{2} \cdot \ln\left[\frac{32H_s}{H_s - H}\right], 1 - \chi^2 \ll 1. \end{cases} \quad (35)$$

Звідси

$$N \sim \begin{cases} 1, \chi \ll 1, \\ \frac{1}{\pi} \cdot \ln\left[\frac{32H_s}{H_s - H}\right], 1 - \chi^2 \ll 1. \end{cases} \quad (36)$$

Аналогічно з (34), (35) та (32) знаходимо:

$$a \sim \begin{cases} \chi^2 / 32, \chi \ll 1 \\ \exp(-\pi / N), 1 - \chi^2 \ll 1. \end{cases} \quad (37)$$

Тепер легко визначити характер коливань частинки у всіх областях. При  $\chi \ll 1$ , тобто при дуже малих енергіях системи, частота  $w(H) \sim w_0$  й  $N \sim 1$ . Крім того, згідно (37) амплітуди  $a$  малі. Тому у (33) має сенс залишити тільки першу складову суми, оскільки малі значення інших складових (їх малість) зростають зі зростанням  $n$ . Це дає:

$$V = \dot{\Psi} \approx w_0 \cdot \sqrt{2\chi^2} \cdot \cos(w_0 t) = \sqrt{2w_0 \cdot I} \cdot \cos(w_0 t) \quad (38)$$

у відповідності із звичайною лінійною теорією (дійсно, енергія, яка враховується від дна потенціальної ями, дорівнює  $\delta H = w_0^2 + H$ , й  $I = \delta H / w_0 = \chi^2 \cdot H_s / w_0 = \chi^2 \cdot w_0$ ).

Нехай тепер  $\chi^2 \rightarrow 1$ , тобто  $H \rightarrow H_s$ . Тоді поблизу сепаратриси частота  $w(H) \rightarrow 0$ , а період коливань логарифмічно розбіжний (див.(36)). Швидкість  $\dot{\Psi}$  частинки наближається до періодичної послідовності солітоноподібних імпульсів (рис.5).

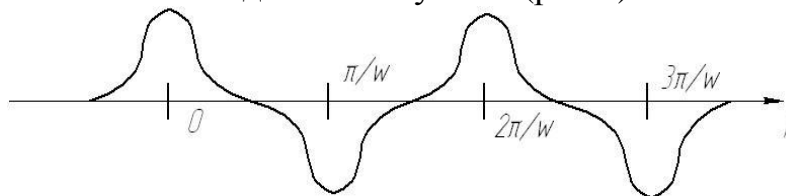


Рис.5. Залежність швидкості частинки від часу поблизу сепаратриси.

Відстань між двома горбами у одній і тій самій фазі близька до періоду коливань частинки  $2\pi/[w(H)]$ , а ширина кожного горбу близька до  $\frac{2\pi}{w_0}$ . Тому число  $N$  визначає «свердловинну» функцію  $V(t)$ .

Вводячи спектр швидкості, бачимо, що згідно (37) й (33),  $N \gg 1$ , тобто поблизу сепаратриси,

$$b_n = 8w \cdot \frac{a^{n-\frac{1}{2}}}{1+a^{2n-1}}, \tag{39}$$

де  $a_n$  й  $b_n$  визначаються формулами:

$$\begin{cases} q = q(I, \Theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(I) \cdot \exp(in\Theta), \\ P = p(I, \Theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n(I) \cdot \exp(in\Theta), \end{cases} \tag{40}$$

де коефіцієнти розкладу ( $a_n, b_n$ ) задовольняють умові дійсності  $q$  та  $p$ :

$$a_{-n} = a_n^*, b_{-n} = b_n^*, \tag{41}$$

і визначаються стандартними формулами:

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} d\Theta \cdot q(I, \Theta) \cdot e^{-in\Theta}, b_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} d\Theta \cdot p(I, \Theta) \cdot e^{-in\Theta}. \tag{42}$$

Приймаючи до уваги вираз для  $a$  у (37) при  $(1-\chi^2) \ll 1$ , отримаємо:

$$b_n \sim 8w \cdot \begin{cases} 1, 1 < n \leq N, \\ \exp(-\pi \cdot n/N), n > N, \end{cases} \tag{43}$$

тобто всі амплітуди приблизно рівні до значень  $n \sim N$  й експоненціально малі при  $n > N$  у відповідності з міркуваннями, виказаними раніше. Звідси випливає, що спектр нелінійних коливань частинки має вид, приведений на рис.6, й число  $N$  визначає характерне число гармонік у спектрі

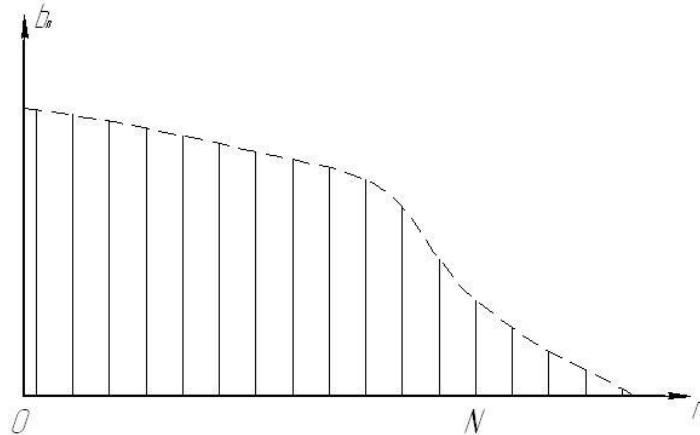


Рис.6. Спектр швидкості у околі сепаратриси.

При наближенні до сепаратриси  $N \rightarrow \infty$ , а сам спектр прямує до безперервного. Величина  $N$  є параметром характерного обрізання числа гармонік спектру.

Поява розбіжності при  $w \rightarrow 0$  є наслідком наближення до траєкторії, яка проходить через гіперболічну точку (тобто до сепаратриси). Ця властивість має місце не тільки при  $H \rightarrow w_0^2 - 0$ , тобто

знизу, але й при  $H \rightarrow w_0^2 + 0$ , тобто зі сторони прольотних частинок (які рухаються з  $H > w_0^2$ ).

#### Висновки

1. Отримана вдосконалена модель западання насінини у комірку, для якої проведений чисельно-аналітичний аналіз параметрів (кінематично-силових) процесу. Зокрема, у залежності від розмірів та швидкості руху самої комірки насінини до третини часу западання буде рухатись вповдовж грані комірки, занурюючись у останню при цьому до 50%.

2. Для поліпшення умов западання бажано знизити тертя між насінинною та гранню комірки або зробити фаску на передній частині грані комірки (у вигляді класичної брахістохрони чи ізоморфної до неї кривої).

3. Графічний та чисельно-аналітичний аналіз задачі дозволяють встановити основні режими руху насінини (стійкі зони цього руху, зокрема).

4. Результати, отримані у даній роботі, можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення інженерних методів розрахунку параметрів висівних апаратів сівалок, котрі використовуються у точному землеробстві, як на стадії їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

#### Список літератури

1. Бузенков Г.М. Машины для посева сельскохозяйственных культур / Г.М.Бузенков. - М.: Машиностроение, 1976. - С. 103-110.

2. Чичкин В.П. Овощные и комбинированные агрегаты / В.П. Чичкин. - Кишинев: Штиинца, 1984.-392с.

3. Листопад Г.Е. Сельскохозяйственные и мелиоративные машины / Г.Е.Листопад. - М.: Колос, 1976. – 752с.

4. Лисицин Н.И. Исследование процесса высева крупносеменных культур вертикально-дисковым высевающим аппаратом. / Н.И. Лисицин: Дисс. канд.тех.наук: 05.20.01. – Кубань, 1972. – 185 с.

5. Басин В.С. К теории заполнения семенами ячеистых аппаратов точного высева. / В.С.Басин // Тракторы и сельхозмашины. – 1966. - №8. – С.8-13.

6. Комаристов В.Е. Исследование работы высевающего аппарата точного посева. / В.Е.Комаристов // Кукуруза. – 1959. - №5. – С.26-30.

7. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики / С.М.Тарг. – М.: Высшая школа, 1986. – 416с.

8. Аппель П. Теоретическая механика. – Т.1. Статика. Динамика точки / П.Аппель. – М.: Гос.изд-во фмз.-мат. лит.-ры., 1960. – 515с.

9. Корн Г. Справочник по математике / Г.Корн. – М.: Наука, 1974. – 832с.

10. Сербій Є.К. Обґрунтування конструктивних та технологічних параметрів висівного апарату овочевої сівалки / Є.К.Сербій: Дис... канд.тех.наук: 05.05.11. – Мелітополь, 2008. – 209с.

11. Кардашевский С.В. Высевающие устройства посевных машин / С.В. Кардашевский. – М.: Машиностроение, 1973. – 176с.

12. Сербій Є.К. Встановлення моделі западання насінини в комірку у процесі точного висіву / Є.К.Сербій, В.Сербій, С.Макущенко // Техніка і технології АПК. – 2010. – №1. – С.34-36.

## **УТОЧНЕННАЯ МОДЕЛЬ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАПАДАНИЯ СЕМЕНИ (ГРАНУЛЫ МИНЕРАЛЬНОГО УДОБРЕНИЯ) В ЯЧЕЙКУ В ПРОЦЕССЕ ТОЧНОГО ВИСЕВА И ПОДКОРМКИ РАСТЕНИЙ. 1.**

Ловейкин В.С., Човнюк Ю.В., Дитюк А.И., Тисленко А.Б.

### *Аннотация*

**Предложена уточненная модель западания семян (гранул минудобрений) в ячейку в процессах точного посева и подкормки растений. Проведенный динамический анализ позволяет выявить все возможные режимы движения семян/гранул и существенно улучшить качество этого движения.**

## **A REFINED MODEL AND DYNAMIC ANALYSIS OF RETRACTION THE SEEDS (PELLETS FERTILIZER) IN A CELL IN THE PROCESS OF PRECISION SEED AND PLANT NUTRITION**

V. Loveikin, Y. Chovnuk, A. Dityk, A. Tislenko

### *Summary*

**The specified model of retraction the seeds (pellets fertilizer) in a cell in the processes of seed-spacing and signup of plants is offered. The conducted dynamic analysis allows to educe all possible modes of motion of pip granule and substantially to improve quality of this motion.**