

УДК 631.362.32/34

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЙМОВІРНОСТІ ПРОХОДЖЕННЯ ЗЕРНІВКИ КРІЗЬ ШАР ОБЧІСАНОГО ВОРОХУ

Леженкін І. О., к.т.н.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (097) 407-87-35, e-mail: lan2810@mail.ru

Анотація – в статті на підставі положень теорії ймовірностей розглянуто методику побудови математичної моделі ймовірності проходження зернівки крізь шар обчисаного вороху з урахуванням взаємного розташування соломин та моделювання цього процесу.

Ключові слова – обчисаний ворох, зернівка, соломину, ймовірність, шар, сегрегація, математична модель.

Постановка проблеми. В результаті дії обчисуючого пристрою на суцвіття рослин утворюється обчисаний ворох, який являє собою суміш, яка складається з вільного зерна, соломи, полови і обірваних колосків (волокотків). Згідно багаторічних досліджень встановлено, що в середньому обчисаний ворох пшениці містить вільного зерна 53,77% [1], полови 8,86% [2], соломи 33,2% [3] та обірваних колосків 4,13% [4].

Завданням даного дослідження є розробка та обґрунтування робочого органу для виділення вільного зерна. Даний процес можна виконати в два етапи. На першому етапі перерозподілити зернівки з верхніх шарів вороху в нижній, а на другому етапі відсепарувати попередньо сегрегований зерносоломістий матеріал. Таким чином ворох розділиться на дві фракції: великі солом'ясті домішки змішані з обірваними колосками і вільне зерно з половию і дрібними домішками.

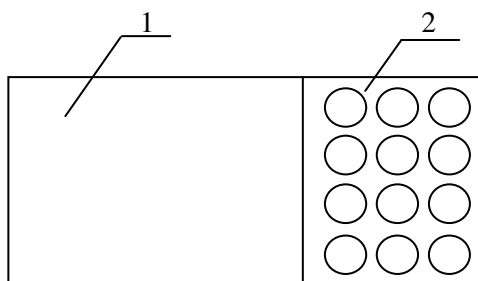


Рис. 1. Робочий орган для сепарації обчисаного вороху:
1 – сегрегатор; 2 – решето

ними колосками і вільне зерно з половию і дрібними домішками.

Для забезпечення виконання даних операцій пропонується робочий орган, який складається з сегрегатору 1 і решета 2 (рис. 1) [5]. Сегрегатор являє собою суцільну металеву поверхню. На поверхні решета виконані круглі отвори для проходу зернової фракції.

Наступним етапом розробки робочого органу є його теоретичне

обґрунтування.

У теоретичному плані завдання полягає у встановленні залежності між геометричними розмірами соломин і зернівок і ймовірністю проходження зернівки крізь шар соломи.

Аналіз публікацій. Теоретичною базою для вирішення даного завдання є методика геометричного обчислення ймовірностей [6]. Вперше метод геометричного обчислення ймовірностей був запропонований Бюфоном і був опублікований в його роботі [7]. Даний метод був використаний в роботі [8] для побудови математичної моделі сепарації обчисаного вороху зернових. Однак в цій роботі даний процес розглянуто не в повній мірі.

Формулювання цілей статті. Побудувати математичну модель ймовірності просіювання зернівки крізь шар соломи та провести моделювання цього процесу.

Основна частина. Для побудови математичної моделі ймовірності просіювання зернівки крізь шар соломи розглянемо випадок, коли відстань між соломинками більше суми довжини зернівки і діаметра соломини

$$2\rho \geq 2l + 2r_c \rightarrow a \geq l, \quad (1)$$

де 2ρ – відстань між осями соломинок;

$2l$ – довжина зернівки;

$2r_c$ – діаметр соломини.

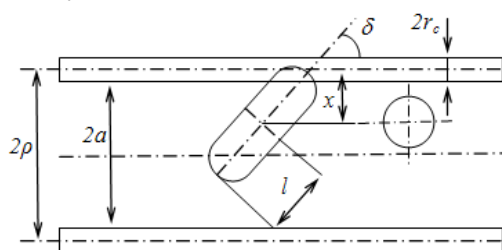


Рис. 2. Схема просіювання зернівки крізь дві паралельні соломини, для першого випадку

Введемо позначення $a = \rho - r_c$. Тоді, виходячи з нерівності (1), випливає, що $a \geq l$. Зобразимо графічно схему просіювання зернівки при паралельному розташуванні соломин (рис. 2).

Припустимо, що

$$0 \leq x \leq r_c, \quad (2)$$

де x – відстань від центра ваги зернівки до осі соломини.

Таким чином, при таких значеннях x зерно після удару або залишається на поверхні соломини, або відскочить і просіється. При зміні від δ до π і від 0 до ρ , положення зернівки щодо соломин змінюється таким чином, що ймовірність просіювання стає 100%. Доброю нагодою для непросіювання зернівки є, виходячи з нерівності (1), значення відповідних величин, що дорівнює π та r_c .

Тоді, використовуючи визначення геометричної ймовірності, ймовірність непросіювання зерна при його горизонтальному розташуванні

$$p_1^I = \frac{\pi \cdot r_c}{\pi \cdot \rho} = \frac{r_c}{\rho}, \quad (3)$$

де p_1^I – ймовірність непросіювання зернівки, при горизонтальному положенні тіла для першого випадку.

При вертикальному розташуванні зернівки, ймовірність непросіювання, виходячи з рисунку 2, буде ідентичною

$$p_2^I = \frac{r_c}{\rho}, \quad (4)$$

де p_2^I – ймовірність непросіювання зернівки, при вертикальному положенні тіла для першого випадку.

Загальна ймовірність непросіювання зернівки для першого випадку $a \geq l$ при горизонтальному і вертикальному її розташуванні складе

$$p^I = \frac{p_1^I + p_2^I}{2} = \frac{r_c}{\rho}. \quad (5)$$

Побудуємо графік залежності ймовірності просіювання від відстані між соломинами для першого випадку, коли $a \geq l$.

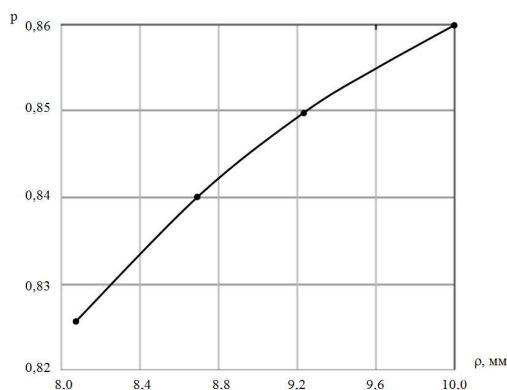


Рис. 3. Залежність ймовірності просіювання зернівки від відстані між соломинами для першого випадку при паралельному розташуванні соломин

При побудові графіка використовувалася ймовірність просіювання зернівки.

На рисунку 3 показаний випадок, коли соломини розташовані паралельно один одному, проте в реальній дійсності можливі різні випадки взаємного розташування соломин. Розглянемо кілька випадків, які найбільш часто зустрічаються, а саме, коли одна соломинка перебуває під нахилом до іншої (рис. 4) або коли соломини знаходяться під нахилом по відношенню

один до одного (рис. 5) і нарешті, коли соломини перетинаються (рис. 6).

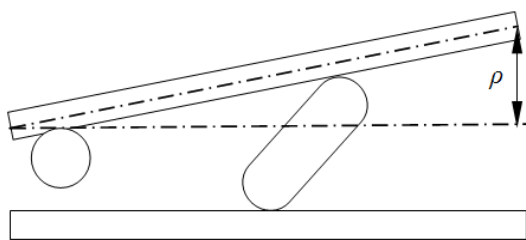


Рис. 4. Схема просіювання зернівки крізь дві соломини, коли одна з соломин знаходиться під нахилом до іншої

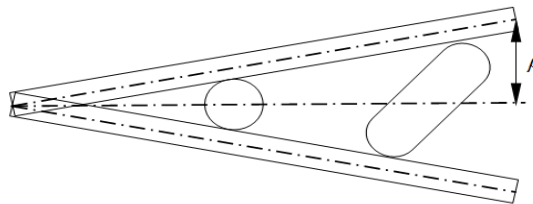


Рис. 5. Схема просіювання зернівки крізь дві соломини, коли обидві соломини знаходяться під нахилом по відношенню один до одного

У всіх представлених випадках відбувається зміна міжцентрової відстані між соломинами.

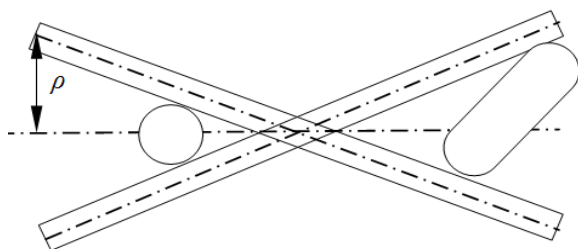


Рис. 6. Схема просіювання зернівки крізь дві соломини, коли соломини перетинаються

Для подальших досліджень введемо параметр $\tau \in [0; 1]$, який характеризує зміну ρ . При використанні параметра τ , ймовірність буде представляти із себе середнє арифметичне ймовірностей, в тих формулах, в яких будуть використовуватися різні значення параметра τ . Точ-

ність такого розрахунку буде прямо пропорційною до кроку параметра τ на всій області його визначення. Тобто, якщо $\tau \in [0; 1]$, то крок 0,1 і 10 значень параметра τ , при розрахунку дадуть менш точний результат, ніж крок 0,01 і 100 значень параметра. Тому, при обчисленні ймовірності з використанням формул, в яких застосовується параметр τ , слід використовувати обчислювальні потужності ПК крізь значний обсяг оброблюваних даних.

Для випадку, коли одна з соломин знаходиться під нахилом по відношенню до іншої (рис. 4) – відстань між соломинами змінюється від ρ до 2ρ , а τ відповідно – від 0,5 до 1. Отже, ймовірність непросіювання для цього випадку, буде виглядати

$$p_{\tau_1}^I = \frac{r_c}{\tau\rho}, \quad (6)$$

де $\tau \in [0,5; 1]$, а $\rho \in [\rho; 2\rho]$.

Побудуємо графік залежності ймовірності просіювання зернівки крізь дві соломини від відстані між ними в разі, коли одна соломини знаходиться під нахилом до іншої (рис. 7).

Як видно, з рисунку 7 зі збільшенням міжцентральної відстаней ρ ймовірність просіювання зернівки збільшується.

Розглянемо випадок, коли соломини знаходяться під нахилом одна до одної (рис. 5).

Відстань між соломинами змінюється від 0 до 2ρ , а τ від 0 до 1.

У точці перетину соломин ймовірність непросіювання 100%.

Отже, загальна ймовірність непросіювання для цього випадку, буде

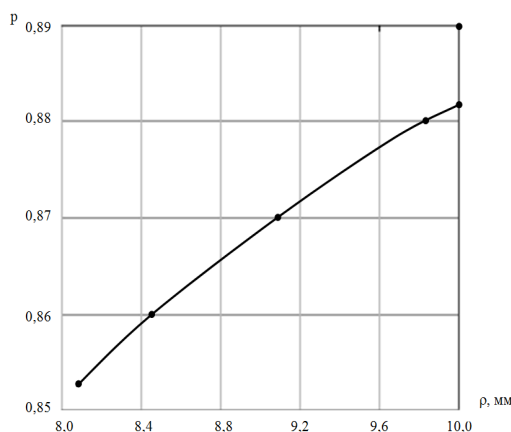


Рис. 7. Залежність ймовірності просіювання від відстані між соломинами для першого випадку, коли одна соломини знаходиться під нахилом до іншої

виглядати

$$p_{\tau_2}^I = \frac{r_c}{\tau \rho}, \quad (7)$$

де $\tau \in [0; 1]$, а $\rho \in [0; 2\rho]$.

І для останнього випадку, коли соломини перетинаються (рис. 6) параметр τ буде зменшуватися від 1 до 0 на половині розглянутої ділянки і збільшуватися від 0 до 1 на іншій половині, тобто $\tau = 0,5\tau [1; 0] + 0,5\tau (0; 1]$.

Складові рівні між собою, отже

$$p_{\tau_3}^I = \frac{r_c}{\tau \rho}, \quad (8)$$

де $\tau \in (0; 1]$, а $\rho \in [0; 2\rho]$.

Для випадку, коли соломини перетинаються, побудуємо графік

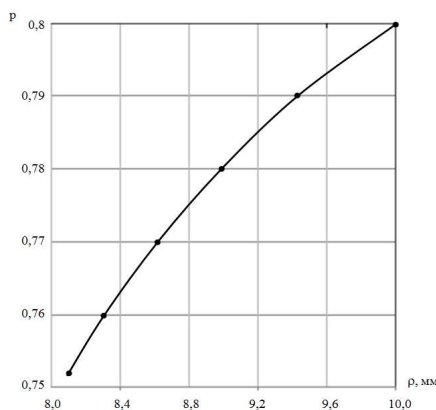


Рис. 8. Залежність ймовірності просіювання від відстані між соломинами для першого випадку, коли соломини перетинаються між собою

залежності ймовірності просіювання від відстані між соломинами (рис. 8).

Графік показує, що так само, як в попередньому випадку зі збільшенням відстані між соломинами збільшується ймовірність проходження зернівки між ними.

Таким чином, ми отримали значення ймовірностей для всіх розглянутих випадків взаємного розташування соломин, а саме, коли соломини паралельні один одному (рис. 2), коли одна з соломин знаходиться під кутом до іншої (рис. 4), коли обидві соломини знаходяться під кутом один до одного (рис. 5) і нарешті при перетині соломин (рис. 6). Загальна ймовірність виходячи з виразів (5), (6), (7) і (8) буде виглядати наступним чином [8]

$$p^I = \left(\frac{r_c}{\rho} + \frac{r_c}{\tau_{[0,5;1]} \rho} + \frac{r_c}{\tau_{(0;1]} \rho} + \frac{r_c}{\tau_{(0;1]} \rho} \right) / 4 = \frac{r_c (\tau_{[0,5;1]} \tau_{(0;1]} + 2\tau_{[0,5;1]} + \tau_{(0;1]})}{4\tau_{[0,5;1]} \tau_{(0;1]} \rho}. \quad (9)$$

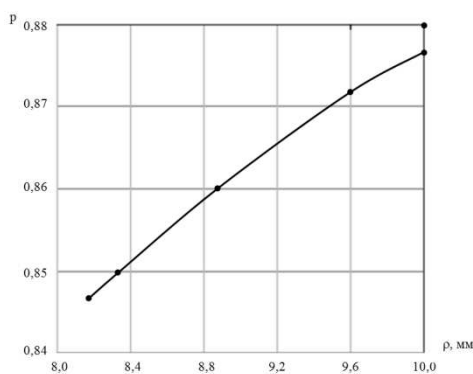


Рис. 9. Залежність повної ймовірності просіювання від відстані між соломинами для першого випадку

Проведемо розрахунок згідно виразів (9) і визначимо вірогідність непросіювання, потім за висловом $P_{прос.} = 1 - p^I$ визначаємо ймовірність просіювання, і побудуємо графік залежності повної ймовірності просіювання від відстані між соломинами (рис. 9).

З рисунку 9 видно, що повна

ймовірність просіювання збільшується зі збільшенням відстані між соломинами.

Висновки.

1. Встановлено, що найбільш сприятливим способом побудови математичної моделі просіювання зернівки крізь шар соломи є метод геометричного обчислення ймовірностей.

2. Побудовано математичну модель просіювання зерна крізь шар обчисаного вороху, яка встановлює залежність між ймовірністю проходження зерна крізь шари вороху і відстанню між соломинами з урахуванням взаємного розташування соломин і відношенням розмірів зернівки до відстані між соломинами, яка дозволяє встановити, що у разі, коли відстань між соломинами більша довжини зернівки і діаметра соломини, ймовірність просіювання зернівки складає 0,875 за умови, що відстань між соломинами дорівнює 10 мм.

Література

1. *Леженкин И. А.* Статистический анализ содержания свободного зерна в очесанном ворохе озимой пшеницы / *И. А. Леженкин* // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2013. – Вип. 13, т. 2. – С. 183-189.

2. *Леженкин И. А.* Статистическая модель содержания половы в очесанном ворохе озимой пшеницы / *И. А. Леженкин* // Технічні системи і технології тваринництва: вісник ХНТУСГ. – Харків, 2013. – Вип. 132. – С. 355-360.

3. *Леженкин И. А.* Математическая модель содержания соломы в очесанном ворохе озимой пшеницы / *И. А. Леженкин* // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2013. – Вип. 13, т. 3. – С. 57-62.

4. *Леженкин И. А.* Анализ содержания оборванных колосков в очесанном ворохе озимой пшеницы / *И. А. Леженкин* // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип. 12, т. 5. – С. 149-154.

5. Пат. кор. мод. 93931. Україна. МПК В 07 В 1/22 (2006.01). Очісник обчисаного вороху / *І. О. Леженкін* (Україна) №u201403942; заявл. 14.02.2014; опубл. 27.10.2014, бюл. №20.

6. *Кендол М.* Геометрические вероятности / *М. Кендол, П. Моран*. – М.: Мир, 1972. – 273 с.

7. *Buffon G.* Essai d'arithmetique morale. Supplement «l'histoire Naturelle», v. 4, 1977.

8. *Леженкин И. А.* Математическая модель сепарации зерна через слой очесанного вороха / *И. А. Леженкин* // Проблеми та перспективи сталого розвитку АПК: матер. міжнар. наук.-практ. конф., м. Мелітополь; 7-14 квітня 2015 року. – Мелітополь: ТДАТУ, 2015. – Т. 4. Технічні науки. – Ч. 2. – С. 47-49.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ
ПРОХОЖДЕНИЯ ЗЕРНОВКИ СКВОЗЬ СЛОЙ
ОБЧЕСАННОГО ВОРОХА**

Леженкин И. А.

Аннотация – в статье на основании положений теории вероятностей рассмотрена методика построения математической модели вероятности прохождения зерновки сквозь слой обчесанного вороха с учетом взаимного расположения соломинок, а также моделирования этого процесса.

**MATHEMATICAL MODELING OF PROBABILITY
PASSING OF THE GRAIN THROUGH THE LAYER
OF THE COUNTRY VOROCHA**

I. Lezhenkin

Summary

In the article, based on the provisions of probability theory, a method for constructing a mathematical model for the probability of grain passing through a layer of combed heap is considered, taking into account the mutual arrangement of the straws and the modeling of this process.