

УДК 621.9

ПОБУДОВА СТОХАСТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОГІДРАВЛІЧНОГО МЕХАТРОННОГО МОДУЛЯ РУХУ

Андренко П.М., д.т.н.,
Дмитрієнко О.В., к.т.н.
Національний технічний університет
“Харківський політехнічний інститут”
Тел. (057) 707-61-28

Анотація – в статті наведена розроблена стохастична математична модель робочого процесу електрогидравлічного мехатронного модуля лінійного переміщення. Запропоновані рівняння, що описують зміну випадковим чином параметрів робочої рідини гідравлічної системи. Встановлені закони розподілення та межі відхилення випадкових характеристик та параметрів структурних елементів мехатронного модуля руху, їх математичне очікування і дисперсія.

Ключові слова – мехатронний модуль, стохастична модель, випадкові відхилення, математичне очікування, дисперсія.

Постановка проблеми. Однією з основних тенденцій розвитку сучасних гідроприводів є інтенсивне зрощування гідроприводів з електронними системами керування, застосування “інтелектуальних” гідроапаратів з вбудованою електронікою та стандартними комунікаційними засобами з відкритою структурою [1]. Використання блочно-модульного принципу побудови гідроприводів з електронними системами керування свідчить про високий технічний рівень останніх. Для сучасних гідроприводів такими модулями є мехатронні модулі руху (ММР). В роботі [2] встановлено, що перспективний електрогидравлічний ММР, крім електричного блоку керування і гідравлічного виконавчого механізму, містить гідророзподільник (ГР) з пропорційним електричним керуванням з нульовим перекриттям, встановлений у першому каскаді безпосередньо біля виконавчого механізму. Розробка досконалих моделей робочого процесу ММР, які є базою їх аналізу та синтезу, є актуальним науково-технічним завданням.

Аналіз останніх досліджень. Розробці математичних моделей мехатронних систем та їх структурних елементів присвячена робота

[3]. В ній наведені математичні моделі окремих елементів та методики синтезу систем. Однак, в цій роботі розглядаються виключно ММР, побудовані на електричних елементах. В роботах [4, 5] описані принципи побудови та тенденції розвитку мехатронних систем, наведено схеми ММР. Досить докладно розглянуті математичні моделі робочих процесів гідравлічних елементів мехатронних систем у роботі [6]. В статті [7] наведена математична модель робочого процесу ММР з регулятором витрат та дроселем. В роботі [8] описано нову концепцію моделювання і проектування мехатронних систем з пристроями гідроавтоматики, які розкривають механізм формування системи та їх моделей, що відображає закономірності процесу функціонування, будови і властивості об'єкта. Слід зазначити, що існує два основних підходи до побудови математичних моделей елементів та пристроїв: ймовірнісний і детерміністський. Більш загальним є ймовірнісний підхід, який припускає статистичний (ймовірнісний) характер їх характеристик. В роботах, розглянутих вище, не розглядаються стохастичні математичні моделі ММР та їх елементів.

При описі та дослідженні складних технічних систем ефективно застосовувати ієрархічний підхід, який передбачає розкладання системи на вертикальні супідрядні підсистеми різних рівнів, розробку модульних моделей кожної з підсистем, введення пріоритетів для підсистем старших рівнів по відношенню до підсистем молодших рівнів, певну автономність кожної з підсистем [9]. Оскільки кожен з підсистем можна в свою чергу розбити на нові підсистеми, внаслідок цього отримують багаторівневу ієрархічну систему моделей. Застосування ієрархічного підходу дозволяє використовувати аналітичні, стохастичні та моделі ідентифікації, що підвищує точність моделей реальному процесу. В роботі [10] наведено основи декомпозиції багаторівневих ієрархічних моделей. Однак в цій роботі не розглядаються ієрархічні моделі електрогідравлічних та гідравлічних систем та пристроїв. Розробці ієрархічної моделі аксіально-поршневої гідромашини, на базі якої розроблена методологія її проектування, присвячена робота [11]. Наведені в ній загальні принципи та підходи жорстко прив'язані до конструкції аксіально-поршневої гідромашини, а отже також не можуть бути цілком використані при побудові ієрархічних моделей гідравлічних систем та пристроїв.

Методика динамічного синтезу сучасного електрогідравлічного ММР з ГР з нульовим перекриттям та пропорційним електричним керуванням розглядається в статті [2]. В ній наведено принципову схему такого модуля та детерміністську математичну модель його робочого процесу. Ієрархічна математична модель такого ММР наведена в [12]. Однак у всіх розглянутих вище роботах не розглядаються стохастичні математичні моделі ММР.

Розгляду стохастичних процесів у гідроприводах присвячені роботи [13–16] й інші. В роботі [13] розглядаються стохастичні процеси у гідроприводах верстатів, а у статті [14] гідравлічного регулювання швидкості виконавчого механізму з регулюванням на вході. Причому у роботі [13] розглядаються лінеаризовані рівняння, які описують динамічні процеси у гідроприводах з використання трансформуючих функцій при малих відхиленнях параметрів, що значно звужує область використання отриманих результатів. В роботі [15] розглянуті математичні моделі випадкових коливальних процесів динамічної системи верстатів. У роботі [16] встановлено, що випадкові зміни характеристик регулюючої гідроапаратури лежать в межах смуги, ширина якої становить 5...15 % від їх номінальних значень, та в межах цієї смуги випадкові змінні характеристик, зазвичай, відповідають нормальному закону розподілення. Нормальний закон розподілення описує більшість процесів, що відбуваються у гідроприводі [17]. Отже цілком обґрунтовано можна прийняти, що зміна випадкових характеристик гідроприводів та їх елементів відповідає нормальному розподіленню. За аналітичним оглядом літературних джерел, проведеним нами встановлено, що стохастичні математичні моделі електрогідравлічного ММР з пропорційним ГР з нульовим перекриттям, встановленим у першому каскаді, в них не розглядаються. Отже розробка стохастичної математичної моделі такого модуля руху є актуальним науковим завданням.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Розробка стохастичної математичної моделі робочого процесу електрогідравлічного ММР.

Основна частина. Стохастичну математичну модель електрогідравлічного ММР проводили за його схемою, рис. 1. При її розробці, враховуючи його блочно модульне компонування ММР, приймали наступні припущення:

- ГР – ідеальний: його перекриття нульове; гідравлічні провідності G_1 і G_2 , а також G_3 і G_4 утворені дроселюючими кромками, при рівних значеннях переміщення запірно-регулюючого елемента (ЗРЕ) однакові; радіальний зазор, перетоки робочої рідини (РР) і опір внутрішніх каналів настільки малий, що йми можна знехтувати;

- пружини ГР мають малу жорсткість та працюють у межах, де їх характеристики лінійні і не відбувається відрив їх кінців від поверхонь контакту, це дозволяє знехтувати силою від їх дії на ЗРЕ;

- корпуса гідроциліндра (ГЦ), ГР, каналів та трубопроводів – абсолютно жорсткі, а їх пружні властивості враховуються приведеним модулем об'ємної пружності РР;

- довжина трубопроводів мала, а їх діаметр у порівнянні з довжиною великий, це дозволяє знехтувати хвильовими процесами, що відбуваються в них. Нехтуємо також початковими ділянками трубоп-

роводів;

- у ММР відсутні: кавітація – $p_i(t) \geq p_{\text{пар}}$, $p_{\text{пар}}$ – тиск насичених парів РР; гідравлічний удар і виконується умова нерозривності РР. Швидкість звуку в РР, з урахуванням пружних властивостей трубопроводів, є сталою та значно більшою за швидкість руху РР;

- розглядаємо моделі у зосереджених параметрах, процес зміни випадкових величин відбувається згідно нормального закону, є марківським та задовольняє умові стаціонарності і ергодичності.

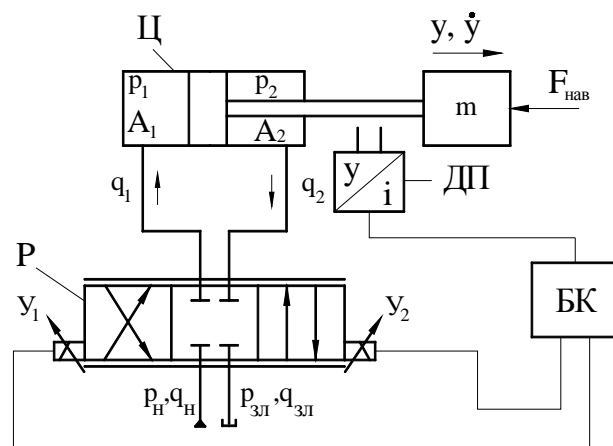


Рис. 1. Схема електрогідравлічного мехатронного модуля руху:

Р – пропорційний гідророзподільник; Ц – гідроциліндр;

ДП – датчик переміщень; БК – блок керування

Стохастична математична модель електрогідравлічного ММР

Зміна стану РР. Точність моделювання робочих процесів у гідравлічних пристроях і системах, в тому числі і ММР, залежить від правильного визначення параметрів РР. При дослідженні таких процесів використовують диференціальні рівняння, до складу яких входять густина, в'язкість, модуль об'ємної пружності які в свою чергу залежать від її температури. Зі збільшенням тиску та розширенням діапазону робочих температур гідросистем значущість параметрів РР зростає [18]. Так, при збільшенні температури РР на кожні 10°C в діапазоні $30...70^{\circ}\text{C}$ відбувається зменшення енергоспоживання гідросистеми на величину від 1,7 до 6 %, а рівень навантаження на виконавчому механізмі впливає на тривалість часу виходу її на сталий режим теплового балансу [19]. Температура РР у гідросистемах з водяним охолодженням знаходиться в межах $50...60^{\circ}\text{C}$, а з повітряним – $70...80^{\circ}\text{C}$ [20]. Тому на першому етапі моделювання робочих процесів у гідросистемах приймають значення температури РР постійною – рівною її середньому значенню у даному температурному діапазоні.

Значний вплив на параметри РР має нерозчинене повітря, що

міститься в ній. У роботі [13] встановлено, що бульбашки повітря рівномірно розподілені по усьому об'єму РР, їх випадкові радіуси становлять 0,065...0,075 мм, середньоквадратичне відхилення яких складає 0,032...0,037 мм, та в одному кубічному міліметрі РР знаходиться в середньому 7...8 бульбашок повітря. Це відповідає концентрації газоповітряної фази 1,4...1,6 % та співпадає з даними концентрації нерозчиненого повітря у відкритих гідросистемах (1...2 %), наведеними в різних літературних джерелах, наприклад [20]. Таким чином, далі розглядаємо бульбашкову, згідно до класифікації [21], течію рідини, у якій газова фаза у вигляді окремих бульбашок різної величини і форми рівномірно розподілена у середовищі рідини, яке є дисперсним. Зазначимо, що при зміні тиску у гідросистемі нерозчинене повітря переходить у розчинене і навпаки. Зміну об'єму розчиненого повітря у РР на окремих ділянках гідросистеми, приймаючи постійним значення об'єму рідинної фази, визначають за залежністю

$$W_{r0}(t) = \alpha_p W_p p(t) / p_0, \quad (1)$$

де α_p – коефіцієнт розчинності повітря у робочій рідині; W_p – об'єм рідинної фази РР, см³; $p(t)$ – тиск у гідросистемі, кПа; p_0 – абсолютне значення атмосферного тиску, кПа.

З урахуванням формули (1), об'єм нерозчиненого повітря у РР визначають за залежністю

$$W_r(t) = W_{r\Sigma} - W_{r0}(t), \quad (2)$$

де $W_{r\Sigma}$ – сумарний об'єм розчиненого та нерозчиненого повітря у РР.

Для визначення характеристик двофазної рідини використовуємо аналітичні залежності з роботи [22], які наведені у такому вигляді:

- модуль об'ємної пружності

$$E_c(t) = k[p(t)+1] \frac{[Ap(t)+B] \left[(1-m_0) \sqrt{\frac{Ap_0+B}{Ap(t)+B}} + m_0 \sqrt{\frac{p_0+1}{p(t)+1}} \right]}{k[p(t)+1] (1-m_0) \sqrt{\frac{Ap_0+B}{Ap(t)+B}} + m_0 [Ap(t)+B] \sqrt{\frac{p_0+1}{p(t)+1}}}; \quad (3)$$

- густина

$$\rho_c(t) = \rho_{p0} \left\{ (1-m_0) \left\{ 1 + \frac{p(t)-p_0}{E_c(t)} \right\} \frac{1}{1 + \alpha[T(t)-T_0]} \right\} + \rho_{r0} m_0 \frac{p(t)T_0}{p_0 T(t)}; \quad (4)$$

- коефіцієнт динамічної в'язкості

$$\mu_c(t) = \mu_0 (1 + 1,5m_0) \left\{ 1 + a[p(t)-p_0]/p_0 \right\} e^{-\lambda_T(T(t)-T_0)}; \quad (5)$$

- коефіцієнт кінематичної в'язкості:

$$v_{tc}(t) = \mu_c(t) / \rho_c(t). \quad (6)$$

У наведених вище формулах позначено: t – час; k – показник політропи; p_0 , $p(t)$ – відповідно початковий і робочий абсолютні тиски РР у гідросистемі; A , B – параметри рідини залежно від її температури і марки, визначені з статті [23]; $m_0 = W_{r0}/W_{c0}$ – відношення фази нерозчиненого повітря W_{r0} до повного об'єму суміші W_{c0} ; ρ_{p0} і ρ_{r0} – густина РР і газової складової при нормальних умовах відповідно; α – температурний коефіцієнт об'ємного розширення РР; μ_0 – коефіцієнт динамічної в'язкості РР при нормальних умовах; T_0 і $T(t)$ – абсолютна початкова і змінна температура РР в гідросистемі відповідно; a , λ_T – коефіцієнти ($a = 0,003$; λ_T залежить від типу РР та для мастил гідросистем знаходиться в межах 0,023... 0,028).

Модуль пружності РР у гідросистемі з урахуванням матеріалу труб і їх конструктивних розмірів розраховують за залежністю

$$E_{pp}(t) = E_c(t) / \left\{ 1 + \left[d_{tr} E_c(t) \right] / \left(\delta_{tr} E_{tr} \right) \right\}, \quad (7)$$

де $E_{pp}(t)$ – приведений модуль пружності РР; d_{tr} і δ_{tr} – відповідно діаметр і товщина стінки труби; E_{tr} – модуль пружності матеріалу труби.

Витрата на виході з насоса. Використовували зміну випадкової степеневі функції виду [24]

$$Z_j(t) = B_{c_j} t^{\beta_j} + \Delta Z_{e_j} + \Delta \Pi_{Z_j}, \quad (8)$$

де Z_j – структурний параметр насоса; B_{c_j} – швидкість зміни j -го функціонального параметра від часу; β_j – показник ступеня; ΔZ_{e_j} – випадкове відхилення фактичної зміни параметра від теоретичної реалізації під впливом варіації зовнішніх експлуатаційних факторів; $\Delta \Pi_{Z_j}$ – значення параметра, який залежить від припрацювання.

Застосовували метод, оснований на середній статистичній зміні подачі групи однотипних насосів. Подача q_n є основним параметром насоса, який визначає його ресурс до першого капітального ремонту і міжремонтний ресурс. Зменшення подачі насоса Δq_n при експлуатації є наслідком зміни структурних параметрів його вузлів та окремих деталей внаслідок зношення. Встановлено, що основними причинами зниження подачі насоса Δq_n є збільшення внутрішніх витоків у ньому $\Delta q_{\text{внт}}$ та зміна початкових кінематичних співвідношень Δq_k , тобто

$$\Delta q_n = \Delta q_{\text{внт}} + \Delta q_k. \quad (9)$$

Сумарну зміну подачі насоса у залежності від його конструкції

розбивали на ряд складових

$$\Delta q_n = \Delta q_{n_1} + \Delta q_{n_2} + \Delta q_{n_3} + \dots + \Delta q_{n_i} + \dots + \Delta q_k, \quad (10)$$

де Δq_{n_i} – складові зменшення подачі насоса внаслідок зміни його структурних параметрів його окремих вузлів (1 – вузол, який качає; 2 – вузол регулятора подачі; 3 – вузол розподілення тощо).

Використовували випадкову степеневу функцію (8) та отримали аналітичний вираз для зміни подачі насоса

$$q_n^*(t) = q_{n_0}^*(t_0) + B_q t^\beta, \quad (11)$$

де $q_{n_0}^*(t_0)$ – подача насоса після завершення процесу припрацювання який визначається з паспорта насоса; B_q – коефіцієнт, що характеризує середню швидкість зміни подачі насоса; β – показник ступеня, який визначають за даними експериментів.

Зазначимо, що тут і далі зірочкою* позначено величини, які змінюються випадковим чином. Тому що тиск у гідросистемі визначається залежно від витрати за відомими залежностями, то він, як і витрата, змінюється випадковим чином. Таким чином, параметри РР, розраховані за формулами (1), (3)–(7), які залежать від тиску в гідросистемі, також змінюються випадковим чином. Це ми будемо мати на увазі та далі зірочку біля них для скорочення запису опускаємо.

На підставі аналізу статистичних даних про зміну подачі насосів визначаємо експериментальну залежність зміни подачі насоса від часу $q_{n_i}^* = f(t)$, крива 1 на рис. 2 (індекс i означає практичну реалізацію). Використовуючи стандартний пакет підпрограм наближення функцій методом найменших квадратів, на комп'ютері визначаємо значення параметрів B_q і β виразу (11). Отримана таким шляхом математична модель $q_n^*(t)$ є математичним очікуванням зміни подачі насосів даного типу, які знаходяться у експлуатації (крива 2, рис. 2).

Для розрахунку показників розподілення експериментальних реалізацій подачі насоса розбиваємо експериментальні дані на $(N+1)$ групу залежно від t . Нульову групу становить значення подачі насоса при $t = 0$. Для кожної з груп розраховуємо значення математичного очікування m_{q_n} , дисперсії $D_{q_n}^*$ і середнього квадратичного відхилення

$$\sigma_{q_n}^* \quad m_{q_n} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K q_n^*; \quad D_{q_n}^* = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (q_n^* - q_{n_i}^*)^2; \quad \sigma_{q_n}^* = \sqrt{D_{q_n}^*}, \quad (12)$$

де K – кількість насосів у групі, яка розглядається.

Приймаємо, що експериментальна реалізація подачі насоса всередині окремих груп відбувається за нормальним законом розподілення, визначаємо верхню і нижню границі статистичного розподілення, яке розглядається.

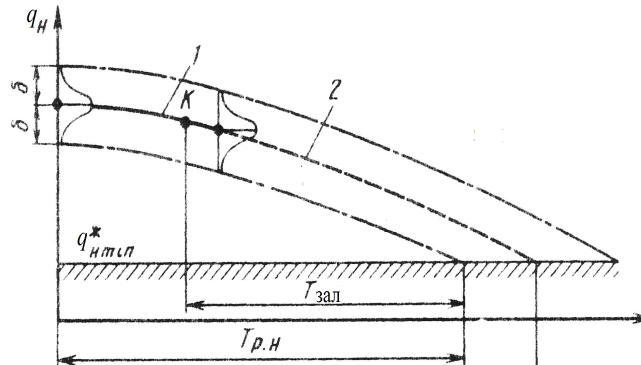


Рис. 2. Залежність подачі насоса від часу:
1 – за даними експлуатації; 2 – за даними прогнозування
($T_{\text{зал}}$ і $T_{\text{р.н}}$ – залишковий і призначений ресурс)

Довірче відхилення δ отриманої математичної моделі статистичного розподілення у вигляді (11) визначається як

$$\delta = \sigma_{q'} k_q,$$

де $\sigma_{q'} = \frac{1}{N+1} \sum_{j=0}^N \sigma_{q'_j}$; k_q – параметр, який знаходять з таблиць функції Лапласа.

На графік $q_H^*(t)$ наносять верхню та нижню довірчі границі. По мірі накопичення статистичних даних значення коефіцієнтів B_q і β які входять до формули (5), та довірче відхилення прогнозованої кривої можуть уточнюватися.

Рух РР у трубопроводах і каналах. Він описується рівняннями, які базуються на зосередженні параметрів каналу чи трубопроводу за Т- і Г-подібними схемами, наприклад Т-подібною

$$\left. \begin{aligned} d q_{i \text{ вх}}^*(t) / d t &= [p_{i \text{ вх}}^*(t) - p_{i \text{ ср}}^*(t)] / L_i^*(t) - q_{i \text{ вх}}^*(t) R_i^*(t) / L_i^*(t), \\ d p_{i \text{ ср}}^*(t) / d t &= q_{i \text{ ст}}^*(t) / C_i^*(t) = [q_{i \text{ вх}}^*(t) - q_{i \text{ вих}}^*(t)] / C_i^*(t), \\ d q_{i \text{ вих}}^*(t) / d t &= [p_{i \text{ ср}}^*(t) - p_{i \text{ вих}}^*(t)] / L_i^*(t) - q_{i \text{ вих}}^*(t) R_i^*(t) / L_i^*(t) \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

де $q_{i \text{ вх}}^*$, $q_{i \text{ вих}}^*$ і $q_{i \text{ ст}}^*$ – відповідно витрати на вході, виході і стискання i -го каналу; $p_{i \text{ вх}}^*$, $p_{i \text{ вих}}^*$ і $p_{i \text{ ср}}^*$ – відповідно тиски на вході, виході і середній i -го каналу; $L_i^*(t) = \rho_{ic}(t) l_i / 2A_i$ – відіграє роль індуктивного опо-

ру i -го каналу; $R_i^*(t) = 8v_{tc}(t)\rho_{ic}(t)l_i/2A_i r_i^2$ – роль активного опору i -го каналу; $C_i^*(t) = A_i l_i / E_{np}(t)$ – роль ємності i -го каналу, A_i і r_i – відповідно площа і гідравлічний радіус каналу (трубопроводу), $A_i = \pi r_i^2$.

Зазначимо, що випадкові збурення тиску ініціюють виникнення резонансних автоколиваний у гідросистемі, які є однією із причин виникнення випадкових вібраційних процесів у гідросистемі [13]. У загальному випадку зміна вихідних параметрів каналу може бути представлена у вигляді суми постійної та випадкової складової, причому випадкова складова складає 1...2 % від номінальної, тобто нею у першому наближенні можна знехтувати. Дисперсія вихідних параметрів каналу мало змінна в часі. Таким чином, випадковий характер зміни тиску у каналі чи трубопроводі обумовлений випадковими пульсаціями витрати на виході із насоса.

Робочі процеси в пропорційному ГР. Вони описуються рівняннями:

- руху запірно-регулюючого елемента (ЗРЕ)

$$m_{ЗРЕ} \ddot{x}_{ЗРЕ} = F_{емГР}(t) - F_{терЗРЕ}(t) - F_{гдЗРЕ}(t); \quad (14)$$

- витрати РР через дроселюючі щілини

$$\left. \begin{aligned} q_{ГР1}^*(t) &= q_{щ1}^*(t) - q_{ст1}(t) + q_{осц1}(t), \\ q_{ГР2}^*(t) &= q_{щ2}^*(t) - q_{ст2}(t) + q_{осц2}(t) \end{aligned} \right\}; \quad (15)$$

- обмеження переміщення ЗРЕ

$$x_{ГР} < x_{ГР}(t) \leq x_{ГРmax}. \quad (16)$$

Стохастичні процеси у ГР обумовлені збуреннями, викликаними течією РР в ньому, які приводять до випадкових змін його характеристик. У реальному ГР всі параметри мають невеликі випадкові зміни. Це приводить до зміни витрати РР через дроселюючі отвори, внаслідок чого його змінні характеристики знаходяться в межах смуги, ширина якої сягає частки номінального значення характеристики, та являють собою сукупність математичних сподівань відповідних функціональних залежностей. Зазначимо, що за даними з роботи [13] випадкові зміни характеристик ГР і його коефіцієнта витрати не перевищують 5...10 %.

Випадкове значення витрати РР $q_{щ}^*(t)$ в формулі (15) розраховуємо за залежністю

$$q_{щ}^*(t) = \mu(\text{Re}, x_{ЗРЕ}) A_{щ}^*(t) \sqrt{2\Delta p / \rho_c}, \quad (17)$$

де $\mu(\text{Re}, x_{ЗРЕ})$ – коефіцієнт витрати ГР; $A_{щ}^*(t)$ – випадкове значення площі щілини, які розраховуємо за залежностями:

$$\mu(\text{Re}, x_{\text{ЗРЕ}}) = \mu_c \sqrt{\text{Re}(t)} / \sqrt{\text{Re}_k + \text{Re}(t)}; \quad (18)$$

$$A_{\text{щ}}^*(t) = \left(\sqrt{x_{\text{ЗРЕ}}^2 + \Delta^2} / x_{\text{ЗРЕ}} \right) \int_0^{2\pi} [d_{\text{ЗРЕ}} (\bar{x}_{\text{ЗРЕ}} - \bar{x}_r) / 2] d\varphi. \quad (19)$$

В формулах (14) – (19): $m_{\text{ЗРЕ}}$ – маса ЗРЕ ГР разом з приведеними до нього масами рухомих частин; $x_{\text{ЗРЕ}}$ – переміщення ЗРЕ ГР; $F_{\text{ем ГР}}(t)$, $F_{\text{терЗРЕ}}(t)$ і $F_{\text{гд ЗРЕ}}(t)$ – відповідно сили пропорційного електромагніта ГР, тертя ЗРЕ і гідродинамічна, що діє на ЗРЕ; $q_{\text{щ1}}^*(t)$ і $q_{\text{щ2}}^*(t)$, $q_{\text{ст1}}(t)$ і $q_{\text{ст2}}(t)$, $q_{\text{осц1}}(t)$ і $q_{\text{осц2}}(t)$ – відповідно витрати через 1 і 2 дроселюючі щілини, стиску РР в правій і лівій порожнинах ГР, осциляції; μ_c – коефіцієнт витрати у статичному режимі; $\text{Re}(t)$ і Re_k – відповідно число Рейнольдса і коефіцієнт корекції, [25]; Δ – зазор між гільзою і ЗРЕ; $d_{\text{ЗРЕ}}$ – діаметр ЗРЕ; $\bar{x}_{\text{ЗРЕ}}$ і \bar{x}_r – відповідно осереднені значення координат країв ЗРЕ і гільзи.

Зазначимо, що сили $F_{\text{терЗРЕ}}(t)$ і $F_{\text{гд ЗРЕ}}(t)$ у загальному випадку є функціями $F_{\text{терЗРЕ}}(t) = F_{\text{терЗРЕ}}(x_{\text{ЗРЕ}}, \dot{x}_{\text{ЗРЕ}})$ і $F_{\text{гд ЗРЕ}}(t) = F_{\text{гд ЗРЕ}}(x_{\text{ЗРЕ}}, \dot{x}_{\text{ЗРЕ}})$, що треба мати на увазі при розв'язку рівняння (14). Сила пропорційного електромагніта ГР містить осциляційну складову, яка надає осциляцію ЗРЕ, мала у порівнянні з силою керування ЗРЕ і швидкість зміни якої в часі щонайменше на два порядки більша від першої. Розрахунок всіх сил, що діють на ЗРЕ, проводили за залежностями, наведеними у роботі [6]. Зазначимо, що витрати стиску та осциляції, які входять до рівняння (15), у порівнянні з витратою через дроселюючу щілину пропорційного ГР малі і при нехтуванні ними похибка не перевищить 1 %.

Робочий процес ГЦ. Він описується наступними рівняннями:

- витрати РР в правій і лівій порожнинах ГЦ

$$\left. \begin{aligned} q_1^*(t) &= A_1 \dot{y}^* + \frac{W_{\text{пор}} + A_1 \dot{y}^*}{E_{\text{пр}}} \frac{dp_1^*(t)}{dt}, \\ q_2^*(t) &= A_2 \dot{y}^* - \frac{W_{\text{шт}} - A_2 \dot{y}^*}{E_{\text{пр}}} \frac{dp_2^*(t)}{dt} \end{aligned} \right\}; \quad (20)$$

- руху штока ГЦ разом з приведеними до нього масами рухомих частин

$$m\ddot{y}^* = A_1 p_1^*(t) - A_2 p_2^*(t) - F_{\text{тер}}^*(t) - F_{\text{наб}}(t); \quad (21)$$

- обмеження переміщення поршня ГЦ

$$y < y^*(t) \leq y_{\text{max}}. \quad (22)$$

У рівняннях (20)–(22): m – маса штока ГЦ разом з приведеними

до нього масами рухомих частин; y – переміщення штока ГЦ; A_1 і A_2 – відповідно площі безштокової і штокової порожнин ГЦ; $p_1^*(t)$ і $p_2^*(t)$ – відповідно випадковий тиск у безштоковій і штоковій порожнинах ГЦ; $F_{\text{тер}}^*(t)$ і $F_{\text{нав}}(t)$ – відповідно сили тертя, яку розраховуємо згідно залежності з роботи [6], і сила зовнішнього навантаження; $W_{\text{пор}}$ і $W_{\text{шт}}$ – відповідно об'єми безштокової і штокової порожнин ГЦ.

Слід зазначити, що максимальне значення тиску у штоковій порожнині ГЦ обмежене умовою $p_{2\text{max}} \leq p_{2\text{гр}}^*$, де $p_{2\text{гр}}^*$ визначають з умови міцності ГЦ. Приймають, що $p_{3\text{л}} = 0$.

Залежність переміщення штока ГЦ від тиску в його порожнині є суттєво нелінійною. Воно має яскраво виражені гістерезисні властивості [13]. Це обумовлено в першу чергу нелінійністю сили тертя та релаксаційними явищами, що мають місце при стисненні РР, а також втратами рідини в ущільненнях штока і поршня.

Зміна в часі сили навантаження $F_{\text{нав}}(t)$ залежить від технологічного процесу, який виконує ММР. На першому етапі визначення стохастичних характеристик модуля руху її можна прийняти постійною. Стохастичну силу тертя в рівнянні (21) записували у вигляді детермінованого значення, розрахованого за методикою з роботи [6], та випадкового відхилення. Стохастична сила тертя моделювалась у пакеті прикладних програм згідно методики наведеною у статті [26]. Випадкові значення коефіцієнта при силі сухого тертя задавалися генератором випадкових чисел з нормальним законом розподілення. Задавався часовий інтервал його зміни та середньоквадратичне відхилення.

Пропорційний електромагніт. Він відрізняється від звичайного наявністю керуючого конуса, виготовленого з немагнітного матеріалу, який змінює форму магнітного поля та забезпечує практично постійне зусилля на якорі, пропорційне струму керування, незалежно від його положення. Силу, що розвиває лінійний пропорційний електромагніт обчислюємо за залежністю [6]

$$F_{\text{ем}}(t) = [K_1 K_2 K_3 \mu_{\text{ем}} A_{\text{ем}} n_{\text{ем}}^2 i_{\text{ем}}(t)^2] / [2x_{\text{ем}}(t)^2], \quad (23)$$

де K_1 – постійний коефіцієнт, який враховує розмірність величин, що входять до формули (23); $\mu_{\text{ем}}$ – магнітна провідність середовища, Гн/м, (для повітря $\mu_{\text{ем}} = 1,26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м); $A_{\text{ем}}$ – площа торцевої поверхні якоря, м²; $n_{\text{ем}}$ – кількість витків у котушці; $i_{\text{ем}}(t)$ – струм в обмотці електромагніту, А; $x_{\text{ем}}(t)$ – переміщення якоря, мм; K_2 – коефіцієнт, який враховує залежність сили пропорційного електромагніту від переміщення якоря і його геометричних розмірів,

$$K_2 = (\text{th} x_{\text{ем}})^2 e^{b_1(1 - |(x_{\text{ем max}} - x_{\text{ем}})/x_{\text{ем max}}|)}, \quad (24)$$

K_3 – коефіцієнт, який враховує залежність сили пропорційного електромагніту від струму в котушці,

$$K_3 = e^{-[1-b_2((i_{\text{ем max}} - i_{\text{ем}})/i_{\text{ем max}})]}, \quad (25)$$

b_1 та b_2 – сталі коефіцієнти, характерні для даної конструкції лінійного пропорційного електромагніту; $x_{\text{ем max}}$ та $i_{\text{ем max}}$ – максимальні значення відповідно переміщення якоря та струму в котушці.

Слід зазначити, що через залишковий магнетизм та сили тертя в електромагнітах наявний гістерезис, який формула (23) не враховує. Стохастичну силу пропорційного електромагніта розраховували за залежністю

$$F_{\text{ем}}^*(t) = F_{\text{ем}}(t) + \delta F_{\text{ем}}(t), \quad (26)$$

де $\delta F_{\text{ем}}(t)$ – випадкове відхилення сили пропорційного електромагніта.

Оцінку математичного очікування і дисперсії випадкових функцій $J_j^*(t)$ (де J_j – функції, які описують параметри модуля) при t_k – фіксованому часі випадкового процесу, проводили за формулами [27]:

$$m_{J_j}(t_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n J_{j_i}(t_k), \quad (27)$$

$$D_{J_j}(t_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [J_{j_i}(t_k) - m_{J_j}(t_k)]^2, \quad (28)$$

де $J_{j_i}^*(t_k)$ – реалізація випадкової функції $J_j^*(t_k)$; n – кількість експериментів.

Точність наближення оцінок $m_{J_j}(t_k)$ і $D_{J_j}(t_k)$ до дійсних значень математичного очікування $\tilde{m}_{J_j}(t_k)$ і дисперсії $\tilde{D}_{J_j}(t_k)$ оцінювали ймовірністю попадання їх значень в задані інтервали, які для нормального розподілення, чиблизького до нього, розраховували за формулами [27]:

$$\alpha_1 = P\left(\left|m_{J_j}(t_k) - \tilde{m}_{J_j}(t_k)\right| < \varepsilon_1\right) = 2 \Phi(\varepsilon_1/\sigma_{m_{J_j}}), \quad (29)$$

$$\alpha_2 = P\left(\left|D_{J_j}(t_k) - \tilde{D}_{J_j}(t_k)\right| < \varepsilon_2\right) = 2 \Phi(\varepsilon_2/\sigma_{D_{J_j}}), \quad (30)$$

де α_1 і α_2 – довірчі ймовірності; $\Phi(\varepsilon_1/\sigma_{m_{J_j}})$ і $\Phi(\varepsilon_2/\sigma_{D_{J_j}})$ – функції Лапласа, які визначали за таблицями з роботи [28]; $2 \varepsilon_1$ і $2 \varepsilon_2$ – задані (довірчі) інтервали.

Середні квадратичні відхилення оцінок, що входять до формул (29) і (30), визначали з залежностей

$$\sigma_{\tilde{m}_p} = \sqrt{\tilde{D}_{J_j}/n}, \quad \sigma_{\tilde{D}_p} = \sqrt{\tilde{D}_{J_j}/(n-1)}.$$

Задаваючися довірчими ймовірностями α_1 і α_2 (0,9 чи 0,95), ви-

значають довірчі інтервали ε_1 і ε_2 математичного очікування і дисперсії.

Блок керування. У загальному випадку він являє собою слідкуючу систему з зворотним зв'язком по відхиленню, реалізованою на мікропроцесорах, яка, незважаючи на випадковий характер зміни положення штока ГЦ та ЗРЕ ГР, подає на вхід пропорційного електромагніта струм керування відповідно до алгоритму функціонування модуля – закону руху штока ГЦ $y(t) = y_0 + f_y(t)$. При синтезі ММР, в першому наближенні, випадковими складовими зміни струму керування пропорційного електромагніта можна знехтувати.

Слід зазначити, що конструктивні та робочі параметри гідравлічної частини ММР, такі як діаметр умовного проходу каналів та трубопроводів, геометричні розміри ГЦ і маса його рухомих частин, номінальне значення тиску живлення й інші, вибирають з ряду відповідного ДСТУ. Крім того, стандартизованими є параметри блоку керування, пропорційного електромагніта та датчиків зворотного зв'язку.

При синтезі електрогідравлічного ММР приймають, що у початковий момент часу ЗРЕ ГР знаходиться у нейтральному положенні і швидкість поршня, тиск в порожнинах ГЦ та витрата РР дорівнюють нулю. Задають початкові умови: $y(0) = y_0$; $\dot{y}(0) = 0$; $\ddot{y}(0) = 0$; $x_{ЗРЕ}(0) = x_{ЗРЕ0}$; $\dot{x}_{ЗРЕ}(0) = 0$; $\ddot{x}_{ЗРЕ}(0) = 0$; $A_{щ}(x_{ЗРЕ0}) = 0$; $q_{щ1}(0) = 0$; $q_1(0) = 0$; $q_{щ2}(0) = 0$; $q_2(0) = 0$ та значення $\rho(t)$ і $\mu_{щ}(\text{Re})$ – які на попередньому етапі розрахунку приймали рівними їх середньому значенню під час функціонування модуля руху.

Висновки. Вперше розроблена стохастична математична модель робочого процесу електрогідравлічного ММР, яка є підґрунтям його динамічного синтезу, дозволяє поліпшити його динамічні властивості та отримати бажані характеристики. Запропоновані рівняння, що описують випадкову зміну параметрів РР гідравлічної системи, робочі параметри та характеристики структурних елементів ММР. Встановлено, що зміна параметрів гідравлічної частини ММР може бути описана нормальним законом розподілення, причому випадкові зміни характеристик не перевищують 5...10 % від їх середнього значення. Наведені залежності для розрахунку математичного очікування і дисперсії даних параметрів та середні квадратичні їх відхилення.

Література:

1. Андренко П.Н. Тенденции развития объемных гидроприводов / П.Н. Андренко, З.Я. Лурье // Промислова гідравліка і пневматика. – Вінниця : ВДАУ, 2013. – № 3 (41). – С.3–12.
2. Андренко П.М. Динамічний синтез мехатронного модуля руху / П.М. Андренко, О.В. Дмитрієнко // Вісник НТУ «ХПІ». – 2014. – № 1

(1044). – С. 157–163.

3. *Герман-Галкин С.В.* Matlab&Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК./ *С.В. Герман-Галкин.* – СПб. : КОРОНА; Век, 2008. – 368 с.

4. *Яхно О.М.* Введение в мехатронику: учеб. пособ./ *О.М. Яхно, А.В. Узунов, А.Ф. Луговской* [и др.] – К. : НТУУ «КПИ», 2008. – 528 с.

5. *Подураев Ю.В.* Принципы построения и современные тенденции развития мехатронных систем/ *Ю.В. Подураев, В.С. Кулешов* // Мехатроника. – М. : Машиностроение, 2000. – № 1. - С. 5–10.

6. *Андренко П.М.* Гідравлічні пристрої мехатронних систем : навч. посіб./ *П.М. Андренко.* – Х. : Видавничий центр НТУ «ХП», 2014. – 188 с.

7. *Лурье З.Я.* Динамика дросельного гидроагрегата с регулятором расхода, нагрузочным дросселем и гидродвигателем прямолинейного движения/ *З.Я. Лурье, И.А. Чекмасова* // Вісник НТУ «ХП». – 2002. – № 9, Т. 12. – С. 129–135.

8. *Узунов О.В.* Розвиток теорії циклічно-модульного моделювання і проектування мехатронних систем та пристроїв : автореф. дис. докт. техн. наук: 05.02.102 / *О.В. Узунов.* – К., 2011. – 39 с.

9. *Месарович М.* Теория иерархических многоуровневых систем/ *М. Месарович, Д. Мако, И. Такараха* ; Пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 344 с.

10. *Чуян Р.К.* Методы математического моделирования двигателей летательных аппаратов: учеб. пособ./ *Р.К. Чуян.* – М.: Машиностроение, 1988. – 288 с.

11. *Ніколенко І.В.* Методологічні основи проектування аксіально-поршневих гідромашин високого технічного рівня : автореф. дис. докт. техн. наук : 05.02.102 / *І.В. Ніколенко.* – Одеса, 2006. – 36 с.

12. *Андренко П.М.,* Визначення параметрів мехатронного модуля руху за його ієрархічною моделлю / *П.М. Андренко, О.В. Дмитрієнко* // Промислова гідравліка і пневматика. – Вінниця: ВДАУ, 2014. – № 4 (42). – С. 3–12.

13. *Струтинський В.Б.* Стохастичні процеси у гідроприводах верстатів : монографія / *В.Б. Струтинський, В.М. Тіхенко.* – Одеса : Астопринт, 2009.– 456 с.

14. *Струтинський В.Б.* Стохастична математична модель гідравлічного приводу металорізального верстата / *В.Б. Струтинський, В.К. Даниленко* // Вісник НТУУ «КПИ». – 1999. –Т. 1, Вып. 36. – С. 14–19.

15. *Струтинський В.Б.* Статистична динаміка шпиндельних вузлів на гідростатичних опорах : монографія / *В.Б. Струтинський, Д.Ю. Федориненко.* – Ніжин : ТОВ «Видавництво «Аспект-Поліграф», 2011. – 464 с.

16. *Колот О.В.* Наукові основи підвищення ефективності систем приводів шляхом врахування стохастичності їх характеристик : авто-реф. дис. докт. техн. наук : 05.02.03 / *О.В.Колот.* – Х., 2005. – 31 с.

17. *Сырицын Т.А.* Надежность гидро- и пневмопривода / *Т.А. Сырицын.* – М.: Машиностроение, 1981. – 216 с.

18. *Трофимов В.А.* Рабочие жидкости систем гидропривода: учеб. Пособие / *В.А.Трофимов, О.М. Яхно* [и др.]– К.: НТУУ «КПИ», 2009. – 184 с.

19. *Губарев О.П.* Вплив температурного режиму роботи багатопривідних циклових систем об'ємного гідроприводу на рівень енергоспоживання / *О.П. Губарев*[і ін.]// Вісник НТУУ «КПИ». – 2009. – № 59. – С. 216–219.

20. *Свешников В.К.* Станочные гидроприводы : справочник/ *В.К. Свешников.* – М.: Машиностроение, 1995. – 448 с.

21. *Евтушенко А.А.* Турбомашини для перекачивания газожидкостных смесей / *А.А. Евтушенко, Э.В. Колисниченко, С.В. Сапожников* // Вісник СумДУ. – 2004. – № 13 (72). – С. 45–49.

22. *Лурье З.Я.* Исследование рабочего процесса мехатронного гидроагрегата системы смазки металлургического оборудования с учетом характеристик двухфазной жидкости/ *З.Я. Лурье, И.М. Федоренко*// MOTROL. - 2012. – № 12. – С.10–25.

23. *Прокофьев В.Н.* Экспериментальное исследование упругих свойств двухфазных рабочих жидкостей гидроприводов объемного типа / *В.Н. Прокофьев, И.А. Лузанова*[и др.] / Известия ВУЗов. Машиностроение, 1968. – № 2. – С. 87–93.

24. *Алексеева Т.В.* Техническая диагностика гидравлических приводов / *Т.В. Алексеева, В.Д. Бабанская, Т.М. Башта* [и др.]; под ред. Т.М. Башты. – М.: Машиностроение, 1989. – 264 с.

25. *Данилов Ю.А.* Аппаратура объемных гидроприводов: Рабочие процессы и характеристики/ *Ю.А. Данилов, Ю.Л. Кирилловский, Ю.Г. Колпаков.* – М. : Машиностроение, 1990. – 272 с.

26. *Лур'є З.Я.* Дослідження впливу стохастичної сили тертя за пірно-регулюючого елемента гідроапарата з осциляцією на характеристики гідроприводу / *З.Я. Лур'є, П.М. Андренко* // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАУ, 2009. – Вип. 9, т. 5. – С. 38–46.

27. *Санковский Е.А.* Теория автоматического управления : учеб. / *Е.А. Санковский* [и др.]; под ред. А.С. Шаталова. – М.: Высшая школа, 1977. – 448 с.

28. *Пугачев В.С.* Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления / *В.С. Пугачев.* – М.: Гос. изд. технико-теоретической лит., 1957. – 659 с.

ПОСТРОЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО МЕХАТРОННОГО МОДУЛЯ ДВИЖЕНИЯ

Андренко П.Н., Дмитриенко О.В.

Аннотация – в статье приведена разработанная стохастическая математическая модель рабочего процесса электрогидравлического мехатронного модуля линейного перемещения. Приведены уравнения, описывающие изменение случайным образом параметров рабочей жидкости гидравлической системы. Установлены законы распределения и границы отклонения случайных характеристик и параметров структурных элементов мехатронного модуля движения, их математические ожидания и дисперсии.

CONSTRUCTION OF A STOCHASTIC MODEL OF THE ELECTRO-HYDRAULIC MECHATRONIC MODULE OF MOTION

P. Andrenko, O. Dmitrienko

Summary

A stochastic mathematical model of working process of the electro-hydraulic mechatronic module of linear motion is presented in the article. Equations describing the random variation of parameters of the working fluid of the hydraulic system are proposed. Laws of distribution and borders of deviation of random characteristics and parameters of structural elements of the mechatronic module of motion, their mathematical expectations and dispersions are found.