

УДК 631.53.027.34

ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ЗВ'ЯЗКУ ПАРАМЕТРІВ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ПРОДУКТІВ З ПАРАМЕТРАМИ АКУСТИЧНОГО ПОЛЯ

Яковлєв В.Ф., к.т.н.,

Литвин А.В., інженер

Сумський національний аграрний університет

Тел: (066) 145-58-62; (099) 936-39-98

Анотація - на підставі проведеного теоретичного аналізу обґрунтовано основні рівняння зв'язку параметрів сільськогосподарських продуктів з параметрами акустичного поля при зондуванні якісних ознак продукту.

Ключові слова: параметри акустичного поля, векторний потенціал, скалярний потенціал, градієнт, дивергенція, постійні Ляме, модуль першого та другого роду, зміщення, вектор швидкості.

Постановка проблеми. Необхідно відзначити, що на основі тільки експериментальних досліджень досить рідко вдається створити задовільні технічні засоби для вимірювання того чи іншого параметра продукту. Тому, на наш погляд, необхідно розглянути питання про застосування методів математичного моделювання для побудови електронно-акустичних вимірювальних пристроїв оцінки параметрів сільгосппродуктів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Література, яка присвячена дослідженням властивостей сільгосппродуктів, налічує велику кількість. Представлені в цих джерелах свідчення по дослідженням математичних моделей, які описують процеси, що пов'язують параметри сільськогосподарських продуктів з параметрами акустичного поля при зондуванні якісних ознак продукту роздрібно, а порою протилежні і недостатні для їх узагальнення та практичної реалізації, не мають глибоких теоретичних проробок, що дозволяють з єдиних позицій підійти до питань проектування акустичних вимірювальних систем, прогнозувати отримання визначеного технічного або економічного ефекту, систематизувати та уніфікувати систему технічних засобів експрес-контролю[4, 5]. Тому, наукові дослідження, які направлені на теоретичне обґрунтування зв'язку параметрів сільськогосподарських продуктів з параметрами акустичного поля, з метою створення ефек-

тивних технічних систем контролю якісних показників продуктів, є актуальними.

Вище викладене визначає мету та основні задачі досліджень і дозволяє глибше дослідити процеси в системі з продуктом та сформулювати основні принципи її побудови.

Формулювання мети статті. Робота направлена на обґрунтування основних рівнянь зв'язку параметрів сільськогосподарських продуктів з параметрами акустичного поля при акустичному зондуванні якісних ознак продуктів.

Основні матеріали досліджень. В акустичній коливальній системі, яка заповнена продуктом, акустичне поле взаємодіє з цим продуктом. Під впливом властивостей продукту, поле змінює свої властивості. Оцінка цих змін служить непрямою інформативною ознакою, яка використовується для вивчення фізико-механічних і біофізичних параметрів продуктів [3, 4, 5].

Хвильові процеси в акустичній системі з продуктом описуються за допомогою основних рівнянь теорії коливань і хвиль [1, 2]:

1. Рівнянням руху Ейлера

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} + \text{grad } p = \rho \vec{F}, \quad (1)$$

де ρ - щільність продукту, кг / м³;

p - тиск, Па;

\vec{F} - щільність масової сили Н;

\vec{v} - вектор швидкості руху частинок, м/с;

t - час, с.

2. Рівнянням нерозривності суцільного середовища

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div } \vec{v} = 0, \quad (2)$$

3. Рівнянням стану середовища

$$p = \psi(\rho), \quad (3)$$

де $\psi(\rho)$ - функція щільності середовища.

Рівняння (1-3) складають повну систему рівнянь руху пружного середовища (при умовах малих деформацій), які з виключенням відомих легко приводяться до одного рівняння відносно одного параметра, зокрема, до рівняння Ляме

$$(\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} + \mu \Delta \vec{u} + \rho \vec{F} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad (4)$$

де: λ, μ - пружні постійні Ляме, тобто пружні характеристики продукту;

\vec{u} - вектор переміщень пружного середовища, м;

$\rho \vec{F}$ - вектор об'ємної сили, Н;

$grad, div, \Delta$ - відповідно, градієнт, дивергенція і оператор Лапласа;

ρ - щільність середовища, кг/м³;

t - час, с;

$$\lambda = E\nu / [(1 + \nu)(1 - \nu)]; \quad \mu = E/2(1 + \nu)$$

де E - модуль першого роду (модуль Юнга);

ν - модуль другого роду (коефіцієнт Пуассона).

Згідно [1, 2] рівняння (4) можна представити у вигляді суперпозиції двох типів хвиль: хвиль розтягування - стиснення (поздовжніх хвиль) і хвиль зсуву (поперечних хвиль), тобто:

$$\vec{u} = grad \varphi + rot \psi, \quad (5)$$

де $rot \psi$ - ротор функції ψ , тобто ротор векторного потенціалу зміщення;

$grad \varphi$ - градієнт скалярного потенціалу зміщення.

Коваріанти компонентів вектора переміщень \vec{u} пов'язані з компонентами тензора малих деформацій ε_{ij} :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (6)$$

де x - координата дії деформації.

В свою чергу для ізотропного середовища тензор деформації ε_{ij} пов'язаний з тензором напружень σ_{ij} за допомогою закону Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda I_1 \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (7)$$

$$(i, j = 1, 2, 3); \quad I_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33},$$

де λ, μ - параметри Ляме, які характеризують фізичні властивості середовища;

I_1 - інваріант деформованого стану середовища;

δ_{ij} - символ Кронекера;

ε_{ij} - компонент тензора деформацій.

Рівняння (4), (5) загальні. У конкретних випадках створення вимірювальних засобів вони допускають різні спрощення. Наприклад, для деяких рідких сільськогосподарських продуктів, що розглядають-

ся як баротропні середовища, не враховується опір зсуву $\mu = 0$. У цьому випадку, приймаючи масові сили $\vec{F} = 0$ отримуємо:

$$\sigma_{ij} = \lambda I_1 \delta_{ij}; (i, j = 1, 2, 3);$$

$$I_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \text{div} \vec{u}, \quad (8)$$

$$\text{rot} \psi = 0$$

і рівняння (5) і (4) набувають більш простий вигляд, тобто переходять в хвильове рівняння:

$$u = \text{grad} \varphi,$$

$$\text{grad} \text{div} \vec{u} - \frac{1}{v_1^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = 0, \quad (9)$$

або

$$\nabla^2 \vec{u} - \frac{1}{v_1^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = 0,$$

де v_1 - швидкість поширення поздовжньої хвилі в середовищі, м/с;

$$v_1^2 = \frac{\lambda}{\rho}, \quad (10)$$

При зондуванні деяких сільськогосподарських продуктів перевалюючим є одномірні коливання ($y = Z = 0$). Наприклад, при вирішенні осісиметричних задач. Рівняння руху в цьому випадку приймає ще більш простий вигляд:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v_1^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (11)$$

Для визначення невідомих трьох складових вектора переміщень цілком достатньо рівнянь (1...4). Рівняння (1...3) і, як наслідок рівняння (4) об'єднують фізико-механічні характеристики продукту і хвильові властивості системи в одне ціле явище - акустичне поле. Одним з елементів системи є первинний перетворювач, заповнений продуктом, властивості якого виражаються еквівалентними акустичними величинами.

Рівняння (4) формально відображає вплив продукту на акустичне поле, тому визначення пружних постійних, щільності, швидкості звуку, акустичного опору, які повністю характеризують безліч якісних ознак різних сільгосппродуктів, є основною метою при створенні електронно-акустичних систем вимірювання параметрів продуктів.

У більшості випадків сільськогосподарські продукти являють собою неоднорідне середовище, тобто властивості продукту регулярним або випадковим чином залежать від координат.

Рівняння, що описує хвильовий процес може бути приведено до виду аналогічного (4). Проте, пружні константи і щільність, що входять в це рівняння не є постійними, а є функціями узагальнених криволінійних координат α, β, γ [1, 2]

$$C_{ij} = C_{ij}(\alpha, \beta, \gamma); \quad \rho_{ij} = (\alpha, \beta, \gamma); \quad (12)$$

У цьому випадку, вплив компонентів продукту на параметри акустичного поля у векторній формі виражається:

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} &= C_{ij}(\alpha, \beta, \gamma) \vec{F}_s; & \vec{\varepsilon} &= C_{ij}(\alpha, \beta, \gamma) \vec{\sigma} \\ \vec{u} &= \frac{C_{ij}(\alpha, \beta, \gamma)}{\rho} \vec{\sigma}, \end{aligned} \quad (13)$$

де: \vec{F}_s - миттєве значення вектора поверхневої сили, Н;

$\vec{\varepsilon}$ - миттєве значення вектора деформації;

\vec{u} - миттєве значення вектора переміщення, м;

C_{ij} - тензор пружності досліджуваного продукту;

ρ - щільність компонентів продукту, кг/м³;

$\vec{\sigma}$ - миттєве значення вектора напруження, Н/м².

Разом з тим акустичне поле впливає на характеристики (μ, λ, ρ) продукту. Взаємодія монохроматичного акустичного поля і однорідного ізотропного продукту, в якому пружні постійні і щільність залежать від акустичного поля можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} C_{ij} &= C_{ij}(\vec{F}_s); & \vec{\sigma} &= C_{ij}(\vec{F}_s) \vec{F}_s; \\ C_{ij} &= C_{ij}(\vec{\sigma}); & \vec{\varepsilon} &= C_{ij}(\vec{\sigma}); \\ \frac{C_{ij}}{\rho} &= \frac{C_{ij}}{\rho}(\vec{\sigma}); & \vec{u} &= \frac{C_{ij}}{\rho}(\vec{\sigma}) \vec{\sigma} \end{aligned} \quad (14)$$

Вплив акустичного поля на деякі сільгосппродукти (наприклад, дозріле зерно, насіння, плодовий сік), які за певних умов можна вважати лінійним анізотропним середовищем, можна описати таким чином:

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}_\alpha &= C_{11} \vec{\varepsilon}_\alpha + C_{12} \vec{\varepsilon}_\beta + C_{13} \vec{\varepsilon}_\gamma \\ \vec{\sigma}_\beta &= C_{21} \vec{\varepsilon}_\alpha + C_{22} \vec{\varepsilon}_\beta + C_{23} \vec{\varepsilon}_\gamma \\ \vec{\sigma}_\gamma &= C_{31} \vec{\varepsilon}_\alpha + C_{32} \vec{\varepsilon}_\beta + C_{33} \vec{\varepsilon}_\gamma \end{aligned} \quad (15)$$

або в стислій тензорній формі [1]

$$\vec{\sigma} = C_{ij} \vec{\varepsilon}$$

де $\vec{\sigma}$ - миттєве значення вектора напруження, Н / м²;

C_{ij} - тензор пружності досліджуваного продукту;

або використовуючи постійні Ляме тензор пружності можна записати

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu \end{bmatrix} \quad (17)$$

За аналогією можна записати тензор щільності і тензор швидкості v_{ij} акустичної хвилі

$$v_{ij} = \sqrt{\frac{C_{ij}}{\rho_{ij}}} \quad (18)$$

Вище наведені вирази (12...17) відносяться до анізотропних неоднорідних продуктів. При дії на ізотропний однорідний продукт немонохроматичним акустичним полем, що має дискретний або безперервний спектр частот, продукт не буде диспергувати з цим полем. У цьому випадку рівняння (16) прийме вигляд

$$\vec{\sigma} = C_{ij} \vec{\varepsilon} \quad (19)$$

Можливі випадки, коли при безперервному впливі акустичного поля на досліджуваний продукт, параметри цього продукту залежать від часу і частоти

$$C_{ij} = C_{ij}(t, \omega) \quad (20)$$

де t - час, с;

ω - частота акустичного зонduючого сигналу, с⁻¹.

У цьому випадку хвилі, які описуються відповідними функціями, зручно розглядати як суперпозицію гармонічних хвиль, використовуючи перетворення Фур'є [1,2]. Для продуктів з лінійними характеристиками отримаємо:

$$\vec{\sigma}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \vec{\varepsilon}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

де
$$\vec{\varepsilon}(j\omega) = C_{ij}(t, \omega) \frac{1}{2\pi} \int_{t=-\infty}^{t=\infty} \vec{\sigma}(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\vec{u}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \frac{C_{ij}}{\rho} (t, \omega) \vec{\sigma}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

де
$$\vec{\sigma}(j\omega) = \int_{t=-\infty}^{t=\infty} \vec{u}(t) e^{-j\omega t} dt \quad (21)$$

На підставі рівнянь (21) може бути отримано інформацію о якості продуктів, що виражені в акустичних величинах.

Висновки. Сільськогосподарські продукти, в своїй більшості складні і неоднорідні. Їх фізико-механічні характеристики нелінійні і

залежать від частоти і сили прикладеної дії. Необхідно враховувати і той фактор, що з часом фізико-механічні властивості та біохімічні параметри продуктів змінюються. Тому продукт, який розміщено в зоні дії акустичного поля, може бути представлений як «чорний ящик» з невідомими акусто-фізичними характеристиками. Ці характеристики можуть бути об'єктивно визначені, якщо систему, як реальну фізичну модель відобразити математичною моделлю.

Список використаних джерел

1. *Виноградова М.Г., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн – М.: Наука Гл.ред. физ-мат. лит., 1990 – 442с.
2. *Лепендин Л.Ф.* Акустика. – М.: Высш. Школа, 1978 -448с.
3. *Кайно Г.* Акустические волны: Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов: Пер. с англ. – М.:Мир, 1990 – 656с.
4. Электрофизические, оптические, акустические свойства пищевых продуктов: Справочник / Под ред. *Рогова И.А.* – М.: 1982 – 286 с
5. *Иноземцев Г.Б., Яковлев В.Ф., Козирський В.В.* Застосування акустичних технологій в аграрному виробництві :Навчальний посібник – К.: ТОВ «Аграр Медіа Груп», 2013 – 171 с.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ СВЯЗИ ПАРАМЕТРОВ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПРОДУКТОВ С ПАРАМЕТРАМИ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Яковлев В.Ф., Литвин А.В.

Аннотация - на основе проведенного теоретического анализа обоснованы основные уравнения связи между параметрами сельскохозяйственных продуктов и параметрами акустического поля при зондировании качественных признаков продукта.

BASIC EQUATIONS OF CONECTION OF AGRICULTURAL PRODUCTS PARAMETERS WITH THE PARAMETERS OF ACOUSTIC FIELD

V. Yakovlev, A. Lytvyn

Summary

On the basis of the conducted theoretical analysis, basic equations of connection between the parameters of agricultural products and the parameters of the acoustic field at sounding of the products quality are grounded.