

УДК:621.644:621.833.15

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ШЕСТЕРЕННОГО НАСОСА ВНЕШНЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Лурье З.Я., д.т.н.,

*Национальный технический университет**«Харьковский политехнический университет»*

Панченко А.И., д.т.н.,

Таврический государственный агротехнический университет

Тел. (0619) 42-04-42

Соловьев В.М., к.т.н.,

*Государственное предприятие «Харьковское конструкторское бюро
по машиностроению им. А.А. Морозова»*

Тел. (057) 757-41-45

Гасюк А. И., к.т.н.

*Национальный технический университет**«Харьковский политехнический университет»*

Тел.(057)707-66-46

Аннотация– в статье обсуждается вопрос формирования научного направления в области проектирования шестеренных насосов внешнего зацепления, основанного на сочетании многокритериальной оптимизации параметров зубчатого зацепления и численного моделирования гидродинамических процессов; приведен конкретный пример применительно к насосу с рабочим объемом 32 см³ и давлением 16 МПа.

Ключевые слова– многокритериальная оптимизация; параметрические, функциональные и критериальные ограничения; корреляционный анализ; таблица испытаний; численное моделирование.

Постановка проблемы. Гидравлические системы, которые эксплуатируются во многих отраслях промышленности имеют в качестве источника гидравлической энергии шестеренные насосы внешнего эвольвентного зацепления (далее НШ). Благодаря таким положительным качествам как компактность, простота конструкции, низкая себестоимость изготовления и обслуживания, высокий КПД, надежность и большой эксплуатационный ресурс по сравнению с другими типами объемных насосов, НШ остаются широко применяемыми объемными

насосами в машиностроительных узлах и механизмах различного назначения. С другой стороны, пространственная конфигурация камер всасывания и нагнетания, включающая в себя неподвижный корпус и вращающиеся в противоположные стороны шестерни, создает переменную во времени геометрию проточной части, что накладывает определенные трудности при построении математической модели.

Невзирая на долгую историю развития НШ, проблемам их оптимизации и исследованию внутренней гидродинамики не уделено должного внимания. В данном формирующемся научном направлении имеется сравнительно небольшое число публикаций, хотя в настоящий момент теория оптимальных систем располагает обширной методологией, а вычислительная техника – широким спектром высокоинтеллектуальных программных средств. Настоящая статья посвящена этому актуальному научному направлению.

Анализ последних исследований. Работа [1] посвящена рассмотрению вопросов, направленных на улучшение показателей качества НШ: рабочего объема, коэффициента перекрытия, радиальных зазоров во впадинах шестерен, удельных скольжений и пр., значения которых зависят от параметров зубчатой передачи (далее ЗП). Поиск оптимальных параметров предлагается выполнять на основе решения задачи многокритериальной оптимизации методом исследования пространства параметров [2, 3].

Приведены уравнения, определяющие:

- основные геометрические параметры ЗП;
- параметрические ограничения, включающие пределы изменения варьируемых параметров;
- функциональные ограничения, обеспечивающие выбор работоспособных вариантов;
- критерии оптимальности, отражающие ряд показателей качества зацепления.

Однако статья содержит лишь постановку задачи многокритериальной оптимизации, математическую модель, в которую теперь следует ввести ряд результатов исследований, изложенных в работах [4, 5].

Также известен ряд работ по оптимизации шестеренных насосов внутреннего эвольвентного зацепления (далее НШВ). В работе [6] приведены результаты оптимизации НШВ, где в качестве варьируемых переменных использованы параметры ЗП. Были заданы параметрические и функциональные ограничения, при этом единственным критерием оптимальности был выбран уровень шума работающего насоса. Рассмотрены вопросы связи пульсации подачи и пульсации давления с величиной шума при работе насоса. В статье частично были использованы результаты, полученные в работе [7], в части влия-

ния коэффициентов смещения X_1 и X_2 на зону зацепления, расположенную между начальной точкой зацепления (точка вхождения в зацепление), и конечной точкой зацепления (точка выхода из зацепления). Также были использованы уравнение расчета рабочего объема, уравнения максимума и минимума мгновенной подачи, однако в которых не учтены гидродинамические процессы течения рабочей жидкости. В статье [8] рассмотрена задача многокритериальной оптимизации НШВ, на основе использования метода исследования пространства параметров, с заданием 21 варьируемой переменной, 15 функциональных ограничений и 9 критериев оптимальности.

Новым инструментом, позволяющим проводить моделирование гидродинамических течений в НШ, НШВ и других гидравлических (и не только) машинах, являются программные средства, основанные на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса – средства вычислительной гидродинамики (далее CFD). Ввиду сложности и трудоемкости процесса получения отдельного численного решения, оптимизация с использованием CFD программ даже путем существенного сокращения варьируемых параметров, параметрических и функциональных ограничений, на сегодняшний день является достаточно трудной задачей.

В статье [9], на основе использования CFD программы OpenFoam получены данные, показывающие влияние изменения величины радиуса скругления (45 и 100 мкм) на торцевой поверхности зуба НШ на величину утечек и потери мощности (рис.1).

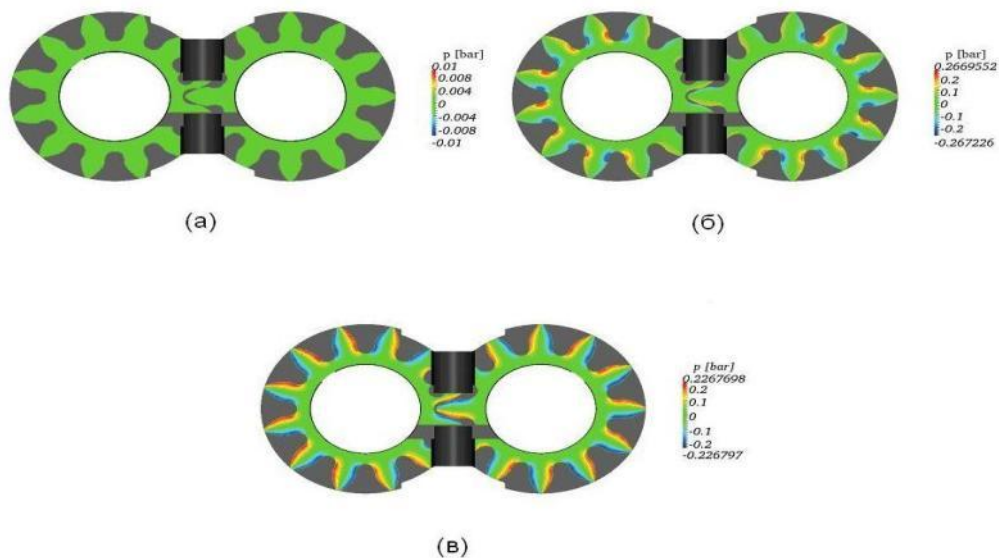


Рис. 1. Генерируемое скруглением давление, бар:
(а)- без скругления; (б) - скругление 45 мкм; (в) - скругление 100 мкм.

Было установлено, что благодаря введению скругления наблюдается снижение утечек как на низких/высоких частотах вращения, так и при низких/высоких величинах давления. Было установлено, что

потери мощности имеют тенденцию к снижению с уменьшением радиуса скругления.

В статье [10] рассмотрены результаты численного моделирования (с использованием подвижной расчетной сетки) работы насоса для пищевой промышленности. В частности, были получены зоны высоких скоростей и кавитационные области, отмечена необходимость их уменьшения (локализации), в т.ч. конструктивными мероприятиями.

В статье [11] рассмотрена постановка и решение двухмерной CFD задачи в программе Fluent (с использованием подвижной расчетной сетки) по моделированию течения в НШ с целью изучения влияния величины зазора между шестернями на выходные характеристики насоса. В качестве объекта исследования использовался НШ марки RGP компании Parker Hannifin Corp. Для выбранных значений величины зазора между шестернями (15, 22 и 30 мкм) при частотах вращения 2000, 2500, 3000 и 3500 мин⁻¹ были получены кривые пульсации мгновенной подачи в кг/с (скорости) и давления в psi (рис. 2).

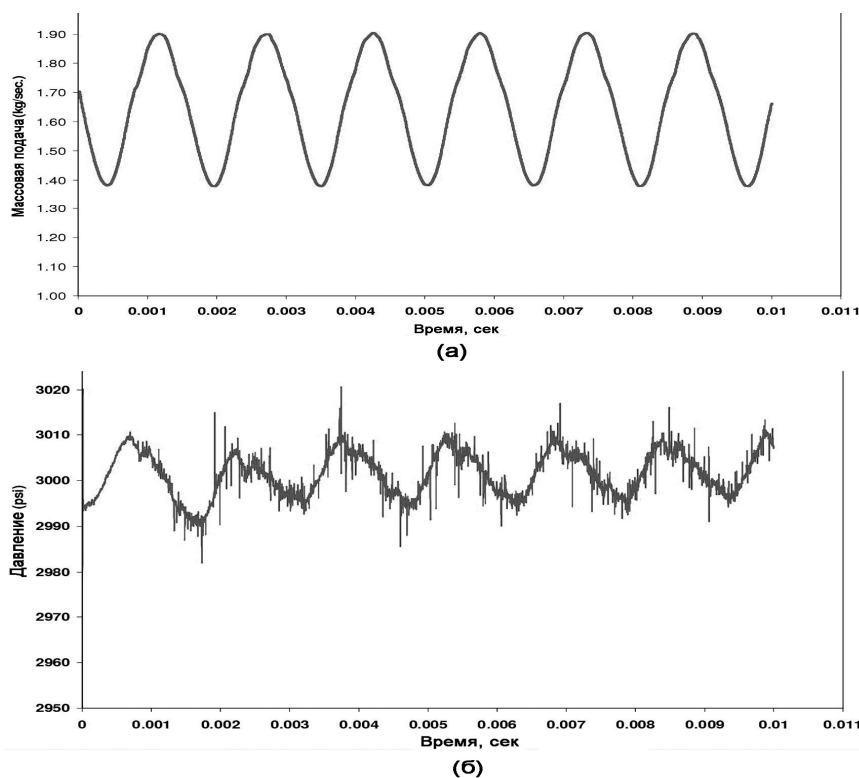


Рис. 2. Результат численного исследования течения в НШ с величиной зазора между шестернями 30 мкм, частота вращения 3000 мин⁻¹, давление 3000 psi: (а) - пульсация массового расхода; (б) - пульсация давления в точке области нагнетания.

В таблице 1 показаны максимальные, минимальные и средние значения массовой подачи при частотах вращения от 3500 до 2000 мин⁻¹ и давлениях на выходе от 24,13 до 17,237 МПа. Данные табл.1

подтверждают наличие пульсаций подачи на разных частотах вращения и давлениях.

Анализ полученных данных показал, что коэффициент неравномерности (пульсации) давления составляет порядка 0,67%, что значительно меньше коэффициента неравномерности массовой подачи, значение которого $\sim 27,4\%$. Течение РЖ турбулентное, что принималось авторами при постановке и решении данной гидродинамической задачи.

Теоретическую и практическую значимость представляют результаты сравнения вышеуказанных данных с результатами работы [12], в которой рассмотрены результаты математического и экспериментального исследования НШ компании Casappa. Коэффициент неравномерности давления на выходе НШ составляет $\sim 2,47\%$, а неравномерность подачи $30,7\%$ (рис.3,4), что сопоставимо с результатами неравномерности давления (0,67%) и подачи $27,4\%$ ранее рассмотренной работы [11]. Здесь следует еще раз отметить, что пульсация давления существенно меньше пульсации подачи когда моделируется собственно НШ при замере давления внутри камеры нагнетания, а подачи в выходном патрубке. При этом вся нагнетательная магистраль гидросистемы заменена граничным условием давления на выходе НШ.

Таблица 1–Величина массовой подачи в зависимости от частоты вращения и давления на выходе НШ

№	n, мин ⁻¹	P _{выхода} , МПа	Массовая подача, кг/с		
			max	min	средн.
1	3500	24,13	2,22	1,63	1,92
2	3500	20,684	2,24	1,68	1,96
3	3500	17,237	2,25	1,74	2
4	3000	24,13	1,88	1,34	1,61
5	3000	20,684	1,9	1,38	1,64
6	3000	17,237	1,92	1,44	1,68
7	2500	24,13	1,55	1,04	1,3
8	2500	20,684	1,57	1,09	1,33
9	2500	17,237	1,58	1,14	1,36
10	2000	24,13	1,21	0,75	0,98
11	2000	20,684	1,24	0,8	1,02
12	2000	17,237	1,25	0,85	1,05

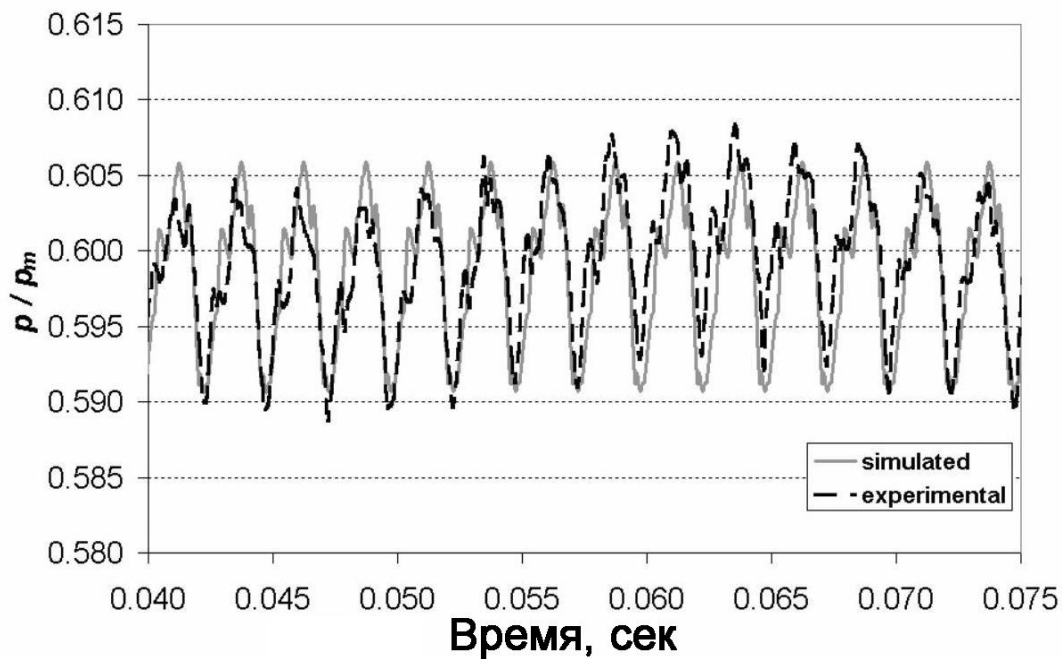


Рис. 3. Сравнение численных и экспериментальных данных по изменению величины коэффициента давления нагнетания в функции времени при частоте вращения $n=2000 \text{ мин}^{-1}$

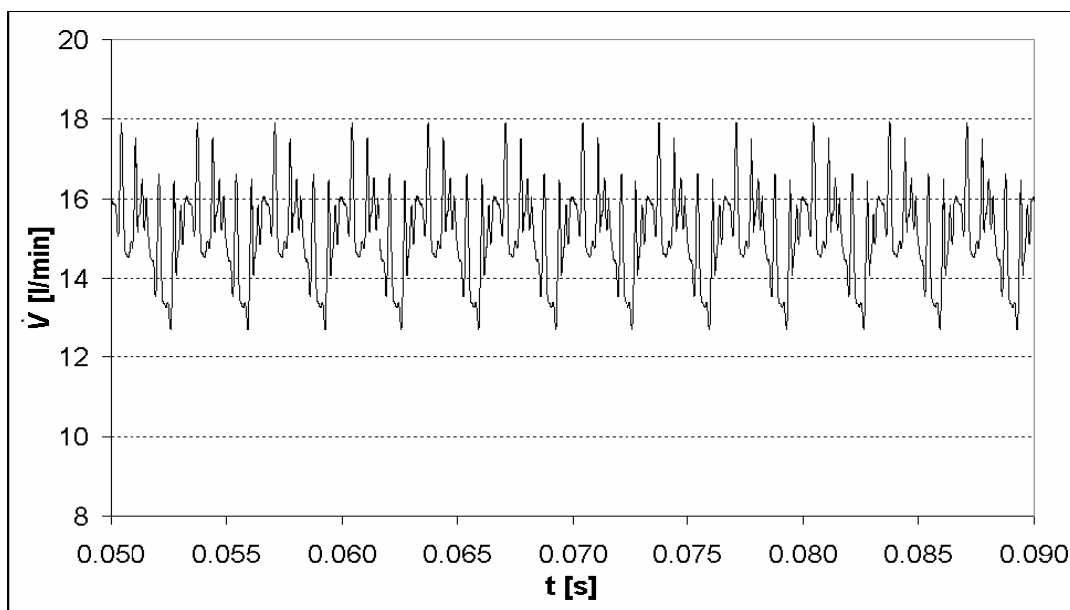


Рис.4.Кривая мгновенной подачи(в л/мин) при численном моделировании НШ компании Casappa при частоте вращения $n=1500 \text{ мин}^{-1}$ и давлении $p=200 \text{ бар}$

Продолжая анализировать результаты работы [11], можно отметить, что наибольшее значение скорости течения жидкости было зафиксировано в зазоре между зубьями и составило порядка 388 м/с. Результаты численного исследования модели с зазором 15 мкм, харак-

тер изменения величины массовой подачи в функции времени аналогичен модели с зазором 30 мкм, но при частоте вращения $n=3000\text{мин}^{-1}$ и давлении на выходе $P=20,684\text{МПа}$ коэффициент неравномерности меньше и равен 25,87%. Авторы утверждают, что величина зазора между шестернями является значимым фактором, влияющим на значение подачи НШ. Следует заметить, что термин «зазор между шестернями» (*gapbetweenegears*) является аналогом отечественного термина «боковой зазор» [13, 14].

Завершая обзор, можно сделать общий вывод, что применение оптимизационных методов для определения параметров НШ используется в комбинации с CFD программами и их совмещение целесообразно.

Формулирование целей статьи(постановка задания). Результаты анализа показали, что разработка НШ с улучшенным рабочим процессом и выходными характеристиками продолжает оставаться актуальной задачей. Ее решение связано не только с улучшением конструктивных решений, но и с переходом на этапе проектирования к расчету и выбору параметров зубчатого зацепления (далее ЗЗ) на основе методов оптимизации математических моделей с последующим исследованием по изучению влияния геометрических параметров на гидродинамику движущейся жидкости с помощью CFD программ.

Основная часть. Рассматривая на первом этапе НШ как объект многокритериальной оптимизации, в математическую модель следует включить:

- функциональные уравнения, определяющие: геометрические параметры ЗЗ, профиль зуба шестерни, кинематические параметры ЗП, рабочий объем насоса, габаритные размеры, коэффициент использования объема венцов ЗП в формировании подачи насоса, коэффициент неравномерности подачи. Выполнение функциональных ограничений обеспечивает работоспособность расчетных вариантов в части смещения шестерни, высоты зуба, толщины вершины зуба, отсутствия интерференции зубьев шестерен, и др;
- варьируемые параметры и их ограничения;
- критерии оптимальности и критериальные ограничения.

В качестве метода многокритериальной оптимизации принят метод исследования пространства параметров или ИПП, алгоритм поиска оптимальных решений которого характеризуется следующими этапами:

первый этап: при отключении критериальных и части функциональных ограничений определяется Паретово множество большого размера с последующим проведением корреляционного анализа назначенных критериев;

второй этап: включение всех ограничений и формирование множества решений, в которых содержится информация о диапазонах изменения назначенных критериев оптимизации. Также дополнительно введена возможность идентификации математической модели НШ в части расчета и построения геометрии с помощью программы «Компас» российской компании «Аскон»;

третий этап: многокритериальная оптимизация НШ и поиск решений, ориентированных на рабочий объем 32 см³, прототипом которого является насос НШ-32УК ПАО «Гидросила», г. Кировоград, Украина.

Для условия равенства числа зубьев $Z_1=Z_2$ математическая модель НШ включает в себя 13 уравнений геометрических параметров ЗП [1, 13, 14].

Делительное межосевое расстояние, мм:

$$a = m \cdot z, \quad (1)$$

где m – модуль, мм;

z – число зубьев.

Межосевое расстояние, мм:

$$a_w = \frac{m \cdot z \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha_w}, \quad (2)$$

где α – угол профиля зуба, град.;

α_w – угол зацепления, град..

Основной диаметр, мм:

$$d_b = m \cdot z \cdot \cos \alpha. \quad (3)$$

Начальный диаметр, мм:

$$d_w = a_w = \frac{d_b}{\cos \alpha_w}. \quad (4)$$

Коэффициент смещения:

$$X = \frac{z \cdot (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha) - \frac{\Delta S \cdot \cos \alpha_w}{2 \cdot m \cdot \cos \alpha}}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}, \quad (5)$$

где ΔS – боковой зазор, мм.

Угол профиля окружности вершин, град.:

$$\alpha_a = \arccos \frac{d_b}{d_a} \quad (6)$$

Радиус кривизны активного профиля зуба в нижней точке, мм:

$$\rho_p = a_w \cdot \sin \alpha_w - 0,5 \cdot d_b \cdot \operatorname{tg} \alpha_a \quad (7)$$

Радиус кривизны активного профиля зуба в граничной точке, мм:

$$\rho_l = 0,5 \cdot m \cdot z \cdot \sin \alpha_w - \frac{(h_l^* - h_a^* - x) \cdot m}{\sin \alpha_w} \quad (8)$$

где h_a^* – коэффициент высоты головки зуба исходного контура.

Также в математическую модель входят 5 уравнений, которые позволяют вычислять: шаг и длину зацепления, высоту зуба шестерни, толщину зуба шестерни у вершины и коэффициент перекрытия.

Важной составляющей являются формулы кинематических параметров, определяющие скорость перемещения контактной точки по профилю, взаимные скорости относительного скольжения профилей зубьев шестерни и колеса, удельные скольжения шестерен в нижних точках активных профилей зубьев.

Рабочий объем НШ [13], см³:

$$V_0 = 0,5 \cdot \pi \cdot b \cdot \left(d_a^2 - d_w^2 - \frac{t_0^2}{3} \right) \cdot 10^{-3} \quad (9)$$

где b – ширина шестерен, мм;

t_0 – шаг зацепления, мм:

$$t_0 = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha \quad (10)$$

В качестве варьируемых параметров выбраны: z , α , h_a^* , c^* , m , X или a_w и b (до семи параметров). Здесь c^* – коэффициент радиального зазора. Варьируемые параметры совместно с диапазоном их изменения составляют параметрические ограничения.

Функциональные ограничения, выполнение которых обеспечивает работоспособность НШ, изложены в работах [13, 14] и в данной статье не приводятся. Четыре принятых критерия оптимизации $F1 = \varepsilon_\alpha$, $F3 = S_a$, $F4 = V_p$, $F8 = K_{зи}$ приведены в работе [1]. В качестве второго значимого критерия принята величина рабочего объема $F2 = V_0$. За пятый критерий принято значение величины неравномерности подачи РЖ, уравнение которого приведено в [18]. После преобразования:

$$F5 = K_H = \frac{(4 - 6 \cdot \varepsilon_\alpha + 3 \cdot \varepsilon_\alpha^2) \cdot t_0^2}{4 \cdot (d_a - d_w) \cdot (d_a + d_w)} = \frac{(4 - 6 \cdot \varepsilon_\alpha + 3 \cdot \varepsilon_\alpha^2) \cdot t_0^2}{4 \cdot (d_a^2 - d_w^2)} \quad (11)$$

За шестой критерий принят габаритный размер НШ [4] $F_6=G=a_w+d_a$. Седьмой критерий – безразмерный коэффициент, определяющий величину объема, занятого телом венцов шестерен [4], составляющих рабочий объем:

$$K_{V_0} = \frac{V_0}{b \cdot (0,25 \cdot \pi \cdot d_a^2 + d_a \cdot a_w)}. \quad (12)$$

Восьмой критерий – безразмерный коэффициент запаса по отсутствию интерференции зубьев с переходной кривой.

Перейдем к особенностям определения мгновенной теоретической подачи НШ и ее пульсации. В работах [13, 18] принято допущение, что объем вытесненной за время dt жидкости равен произведению площади между кривой, которую займет профиль ведущей шестерни и кривой, которую займет профиль ведомой шестерни, на ширину зуба. Таким образом, подача определяется скоростью изменения объема камеры нагнетания, в которой нет твердого тела, но и нет жидкости, с ее гидродинамическими особенностями в такой сложной проточной части. Для определения величин утечек, перетечек и др. видов объемных потерь используются полуэмпирические, эмпирические и теоретические зависимости [13,15-17].

Благодаря развитию и более широкому распространению средств вычислительной гидродинамики, которые обеспечивают относительно высокую точность расчета по сравнению с классическими методиками, стало возможным проведение численного моделирования работы шестеренного насоса с учетом:

- влияния гидравлических потерь, включая непосредственное моделирование объемных потерь и потерь трения;
- особенностей течения в щелевых зазорах;
- влияния турбулентности и завихрений потока на течение в элементах шестеренного насоса;
- шероховатости и микрогеометрии деталей, и т.д.

Современные CFD программы также позволяют проводить непосредственный контроль результата моделирования, осуществляя вывод результата графическими средствами визуализации либо в виде файла данных для последующего численного анализа.

Благодаря существенному расширению перечня моделируемых процессов, которое дает использование средств вычислительной гидродинамики, стало возможным изучение отдельных узкоспециализированных вопросов, исследование которых методом экспериментального моделирования вызвало бы значительные материальные и временные затраты.

Задача оптимизации в многокритериальной постановке решалась применительно к НШ на номинальное давление 16 МПа и рабочим

объемом 32см³. На первом этапе оценивалась линейная зависимость между принятыми критериями путем определения коэффициентов корреляции с использованием уравнения [2]:

$$R_{i,j} = \frac{\sum_{n=1}^{KT} (F_{i,n} - F_i) \cdot (F_{j,n} - F_j)}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \quad (13)$$

где i, j – номера критериев, выступающих в качестве параметров (случайных величин);

KT – число точек в таблице испытаний;

$F_{i,n}$ – значение i -го критерия точки n ;

$F_{j,n}$ – значение j -го критерия точки n .

Среднеарифметические отклонения i -го и j -го критериев соответственно равны:

$$\bar{F}_i = \frac{1}{KT} \cdot \sum_{n=1}^{KT} F_{i,n}, \quad (14)$$

$$\bar{F}_j = \frac{1}{KT} \cdot \sum_{n=1}^{KT} F_{j,n}. \quad (15)$$

При $KT \rightarrow \infty$, среднеарифметические отклонения i -го и j -го критериев стремятся к математическим ожиданиям. Среднеквадратичные отклонения i -го и j -го критериев соответственно равны:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{KT} \cdot \sum_{n=1}^{KT} (F_{i,n} - \bar{F}_i)^2}, \quad (16)$$

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{KT} \cdot \sum_{n=1}^{KT} (F_{j,n} - \bar{F}_j)^2}. \quad (17)$$

При $KT \rightarrow \infty$ подкоренные выражения стремятся к дисперсиям.

В табл.2 серым цветом выделены ячейки с наиболее сильными корреляционными связями между соответствующими критериями. Напомним, что физический смысл корреляционных критериев следующий:

$F1$ – коэффициент перекрытия, $F2$ – рабочий объем, $F3$ – толщина зуба на диаметре вершин, $F4$ – удельное скольжение, $F5$ – коэффициент неравномерности подачи, $F6$ – габаритный размер насоса, $F7$ – коэф-

коэффициент использования объемов венцов шестерен, F_8 – коэффициент запаса по отсутствию интерференции зубьев с переходной кривой.

Как следует из табл.2, критерий F_1 находится в тесных корреляционных связях с критериями F_3 (отрицательная корреляция), F_5 и F_7 (положительная корреляция). Данные связи подтверждаются физической картиной зацепления шестерен и уравнениями ЗП. Таким образом, критерий F_1 по отношению к критериям F_3 , F_5 и F_7 является лишним, т.е. с ростом критерия F_1 (коэффициент ϵ_α) критерий F_3 (толщина зуба) линейно уменьшается. Однако критерии F_1 и F_3 отражают различные характеристики проектируемого НШ и поэтому при выборе следует оставить оба. Это правило относится и к остальным линейно зависимым критериям. Для составления табл.2 был проведен расчет 197 вариантов НШ, полученных за счет исключения ограничений. Графически корреляционная связь между любой парой выглядит в виде проекции возможных решений на плоскости, образованной этой парой критериев.

Таблица 2 – Коэффициенты корреляции критериев при оптимизации НШ

	Критерии						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F2	0,979						
F3	-0,975	-0,999					
F4	-0,954	-0,877	0,867				
F5	0,985	0,996	-0,99	0,884			
F6	0,644	0,816	-0,824	-0,45	0,796		
F7	0,977	0,996	-0,988	-0,93	0,992	0,732	
F8	0,879	0,825	-0,82	-0,82	0,81	0,467	0,862

В целом корреляционный анализ позволяет глубже оценить постановку оптимизационной задачи в части выбора: назначенных критериев и их числа, интервалов параметрических и критериальных ограничений, варьируемых параметров и в целом уточнить постановку задачи.

При выполнении второго этапа были приняты следующие константы и интервалы варьируемых параметров: число зубьев шестерен $Z_1=Z_2=8$; межосевое расстояние $a_w=44...45$ мм; угол исходного контура $\alpha=20^\circ$; модуль $m=5$ мм; коэффициент высоты головки зуба исходного контура $h_a^*=0,85...1,25$; коэффициент радиального зазора $c^*=0,15...0,35$; коэффициент радиуса переходной кривой $\rho=0,38$; ширина зубчатого венца $b=22$ мм.

В исходные данные не включен коэффициент граничной высоты h_1^* (или коэффициент высоты ножки h_f^*), так как математическая модель расчета параметров ЗЗ программы «Компас», при помощи которого удобно выполнять построение геометрии зубчатых колес, не использует их при расчете, применяя уравнение замены: $h_1^*=2 \cdot h_a^*$.

Поскольку математическая модель расчета ЗЗ расчетной библиотеки программы «Компас» закрыта для ознакомления, то на основе использования имеющихся уравнений расчета параметров ЗЗ была создана альтернативная математическая модель, результаты расчета которой были сравнены с результатами расчета программы «Компас». Расчет был выполнен при следующих исходных данных: $Z1=Z2=8$; $m=5$; $\alpha=20^\circ$; $h_a^*=1,124$; $X=0,6236$; $b=22$. В исследуемой математической модели было введено равенство $h_1^*=2 \cdot h_a^*$. Результат расчетов приведен в табл.3.

Таблица 3–Результаты расчета параметров ЗЗ на основе коэффициентов смещения с использованием математической модели и программы «Компас»

Обозначение параметра	Математическая модель	«Компас»
d_a , мм	54,39	54,39
d_f , мм	32,49	32,49
a_w , мм	44,69	44,69
α_w , °	32,75	32,75
d_w , мм	44,69	44,69
S_a , мм	1,63	1,63
ϵ_a	1,023	1,023

Анализ результатов, представленных в табл.3, показывает полное совпадение результатов расчета для принятых исходных данных. Также был выполнен расчет ЗЗ на основе межосевого расстояния со следующими исходными данными: $Z1=Z2=8$; $m=5$; $\alpha=20^\circ$; $h_a^*=1,124$; $a_w=45$; $b=22$. Результат расчета приведен в табл.4.

Таблиця 4–Результаты расчета параметров 33 на основе межосевого расстояния с использованием математической модели и программы «Компас»

Обозначение параметра	Математическая модель	«Компас»
d_a , мм	54,51	54,51
d_f , мм	32,98	32,98
a_w , мм	45	45
α_w , °	33,35	33,21
d_w , мм	45	45
S_a , мм	1,74	1,74
ε_α	0,985	0,985
X	0,672	0,672
Xmin	0,653	0,656

Результаты, представленные в табл.4, показывают небольшое расхождение результатов для значений параметров α_w и Xmin. Анализ полученных результатов, позволяет сделать вывод о том, что в программе «Компас» расчет выполняется без учета бокового зазора (беззазорное зацепление). В реальных ЗП наличие бокового зазора необходимо для размещения пленки РЖ, компенсации температурных расширений и погрешностей изготовления/монтажа шестерен. Боковой зазор можно создать в результате увеличения значения межцентрового расстояния a_w , с выполнением пересчета для нового значения межцентрового расстояния: $a_w' = a_w + \Delta a_w$. Значения бокового зазора по контактной нормали и угловой боковой зазор вычисляются по формулам [14]:

$$\Delta k = (P_w - 2 \cdot S_a) \cdot \cos \alpha_w, \quad (18)$$

$$\Delta j = \frac{2 \cdot \Delta k}{d_b}. \quad (19)$$

На третьем этапе выполняется многокритериальная оптимизация при варьируемом значении a_w . В качестве констант и варьируемых параметров приняты следующие значения: $Z1=Z2=8$; $m=5$; $\alpha=20^\circ$; $ha^*=1 \dots 1,35$; $a_w=44 \dots 46$; $c^*=0,15 \dots 0,35$; $b=22$. В процессе решения было рассмотрено 495 вариантов 33, из которых заданным условиям и ограничениям удовлетворяло только одно. При локальной оптимизации этого решения в диалоговой системе пакета OPT [19] были полу-

чены значения критериев и геометрических параметров, приведенные в табл. 5 и 6 соответственно.

Таблица 5–Значения критериев при оптимизации НШ

Критерии							
F1 (ϵ_a)	F2 (V_0) см ³	F3 (S_a) мм	F4 (V_p)	F5 (Кн) %	F6 (G) мм	F7 (K_{v0})	F8 ($K_{3и}$)
1,039	32,818	1	-2,98	21,4	101	0,301	0,955

Таблица 6–Результат расчета параметров 33

Обозначение параметра	Математическая модель
d_a , мм	55,61
d_b , мм	37,69
d_f , мм	32,89
a_w , мм	45,5
α_w , град.	34°17′
X	0,754
Xmin	0,747
ha*	1,215
m, мм	5
c*	0,25
z	8
α , град.	20

Полученное оптимальное решение отличается от серийного НШ-32УК большими значениями параметров a_w , d_a , X, ha*, меньшим значением d_f , совпадением значений для величины S_a и небольшим отклонением (3%) для величины V_0 .

По полученным исходным данным при расчете в программе «Компас» для оптимального НШ были получены данные, совпадающие со значениями, приведенными в табл. 6.

Также определенный интерес представляет решение оптимизационной задачи в пакете ОРТ для НШ со значениями $d_a=55$ мм и $a_w=45$ мм (данные серийного НШ-32УК). Результаты расчета представлены в табл. 7 и 8.

Таблиця 7–Значення критеріїв при оптимізації НШ с $d_a=55\text{мм}$ і $a_w=45\text{мм}$

Критерії							
F1 (ε_a)	F2 (V_0) см ³	F3 (S_a) мм	F4 (V_p)	F5 (Кн) %	F6 (G) мм	F7 (K_{v0})	F8 (K_{zn})
1,044	32,065	1,238	-3,307	21,9	100	0,3	5,14

Таблиця 8–Результат розрахунку параметрів ЗЗ для НШ с $d_a=55\text{мм}$ і $a_w=45\text{мм}$

Обозначение параметра	Математическая модель
d_a , мм	55
d_b , мм	37,59
d_f , мм	32,495
a_w , мм	45
α_w , град.	33,35
X	0,672
Xmin	0,705
ha*	1,173
c*	0,25

Анализ представленных в табл. 7 и 8 результатов показывает, что не выполняется условие $X > X_{\min}$, что свидетельствует о том, что переходная кривая пересекает главную поверхность и происходит подрезание зубьев нарезаемой шестерни. В большинстве случаев подрезание является нежелательным явлением, поскольку это ведет к снижению изломной прочности зубьев и, в отдельных случаях, к уменьшению значения коэффициента перекрытия. Методика оценки геометрии подрезанных зубьев изложена в работе [14]. Таким образом, результаты расчета по предложенной математической модели ЗЗ хорошо коррелируют с результатами расчета в программе «Компас», что свидетельствует о сходстве этих математических подобии моделей. Ранее было отмечено, что при расчете в программе «Компас» цилиндрических ЗП наружного зацепления коэффициент граничной высоты равен двум коэффициентам высоты головки зуба $hl^* = 2 \cdot ha^*$. Также полученное сходство математических моделей свидетельствует о том, что формула для расчета минимального коэффициента смещения X_{\min} определяется по уравнению (21), а не согласно уравнению (20).

$$X \min = h_i^* - h_a^* - \frac{z \cdot \sin^2 \alpha}{2}, \quad (20)$$

$$X \min = h_a^* - \frac{z \cdot \sin^2 \alpha}{2}. \quad (21)$$

В табл.8 при $h_a^*=1,173$; $Z_1=Z_2=8$, $\alpha=20^\circ$ получено значение $X_{\min}=0,705$. Но, исходный контур нестандартный, и если полагать $h_1^*=2,25$, а не $2 \cdot h_a^*=2,346$, то значение $X=0,672 > X_{\min}=0,609$. Однако в программе «Компас» расчет геометрии рассматриваемого НШ (табл.8) показывает подрезание зубьев шестерни, и построение геометрического объекта для последующего исследования гидродинамических процессов нуждается в дополнительной коррекции геометрических данных.

Полученное в результате проведения многокритериальной оптимизации решение по определению параметров НШ было использовано для последующего численного моделирования. В настоящее время существует ряд программ проектирования (ComputerAidedDesign, CAD), предназначенных для выполнения 3D моделирования: SolidWorks, Pro-Engineer, AutoCADInventor, Компас и др., которые позволяют спроектировать компьютерную модель с необходимой точностью для ее последующего экспортирования в CFD программу (рис.5).

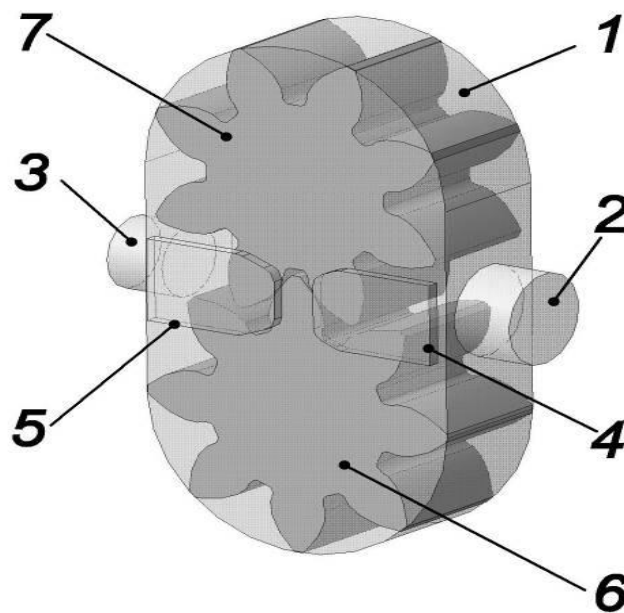


Рис. 5. Основные элементы 3D модели шестеренного насоса: 1 – рабочая полость корпуса шестеренного насоса; 2 – элемент подвода рабочей жидкости в полость всасывания; 3 – элемент отвода рабочей жидкости из полости нагнетания; 4, 5 – разгрузочные канавки;

6, 7 – ведущая и ведомая шестерни соответственно.

Для построения моделей шестерен насоса удобно использовать библиотеку «Расчет и построение» программы «Компас» российской компании «Аскон». При построении эвольвенты профиля зуба шестерен насоса в программе «Компас» особое внимание следует обратить на число расчетных точек, по которым строится огибающая. Изменить количество расчетных точек эвольвенты можно в настройках библиотеки: SHAFT-2D → Настройка → Генерация сечений модели → Количество расчетных точек на рабочей поверхности переходной кривой зубчатого колеса → изменить число точек 4 на большее.

Радиальные и торцевые зазоры в модели были приняты равными 30мкм.

После построения модели насоса осуществляется ее сохранение в формат с нейтральным расширением *.stl, *.wrl, *.stp или другой, в зависимости от требований используемой CFD программы.

В настоящее время среди многообразия программ вычислительной гидродинамики можно отметить следующие: CFX, Fluent, STAR-CD, NUMECA, OpenFOAM, ANSYS, FlowVision, FlowER, MTFS и др.

Для разбиения расчетной сетки могут использоваться как встроенные модули, так и специализированные программы, к примеру: GAMBIT, ICEMCFDHexa, CFX-Mesh, TurboGrid, HexPress и др.

Полученная в CAD программе модель НШ была импортирована в программу вычислительной гидродинамики. Для модели были заданы следующие начальные и граничные условия: модель вязкой несжимаемой жидкости с расчетом уравнений скорости, давления и дополнительно добавленной моделью расчета течения в зазорах. В качестве рабочей жидкости выбран керосин.

Применительно к модели вязкой несжимаемой жидкости осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса имеют следующий вид [20, 21]:

$$\rho \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} = \text{div}(\bar{P} - \rho \bar{V}\bar{V} - \rho \bar{V}'\bar{V}'). \quad (22)$$

Уравнение неразрывности:

$$\text{div} \bar{V} = 0. \quad (23)$$

Для замыкания уравнений Навье–Стокса и неразрывности была выбрана к-ε модель турбулентности.

На рис.6 показан результат задания граничных условий для поверхностей расчетной модели: **СТЕНКА** – стенка с ламинарным пограничным слоем; **СТЕНКА С ЗАЗОРОМ** – стенка с ламинарным пограничным слоем и вычислением течения в зазорах; **ВХОД** – задано численное значение давления $P_{вх}=80\,000$ Па; **ВЫХОД** – задано численное значение давления $P_{вых}=16$ МПа. Для шестерен задана частота

та вращення 2397 мин^{-1} (251 с^{-1}) с соответствующим направлением вращения.

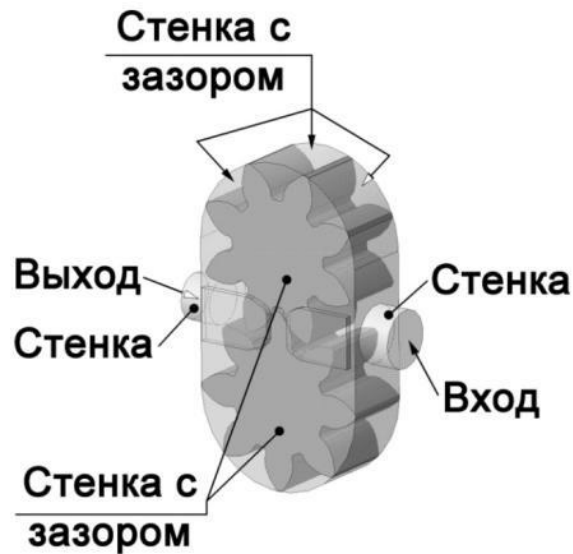


Рис. 6. Задание граничных условий

Также выполнено разбиение расчетной сетки на 435 265 расчетных ячеек и задан явный шаг по времени между расчетными итерациями $\Delta t=0,0001 \text{ с}$.

Для обеспечения лучшей точности фиксирование результатов расчета осуществлялось после предварительного проведения подготовительного расчета (проведено 170 итераций).

На рис. 7 и 8 представлены результаты численного моделирования изменения проекции вектора абсолютной скорости V_z в зависимости от времени (угла поворота).

Представленные результаты показывают корреляцию между положением зубьев шестерен и изменениями проекции вектора абсолютной скорости V_z . Изменение направления данной проекции вектора вызвано сложным течением как в камере всасывания, так и в камере нагнетания, которое связано с вращением шестерен и изменением положения зубьев.

На показанных результатах поток жидкости движется справа налево, из камеры всасывания, через впадины вращающихся шестерен, – в камеру нагнетания, диаметр выходного патрубка 14мм.

Также можно отметить, что в камере всасывания наблюдается значительное изменение направления вектора абсолютной скорости: имеются области как положительного, так и отрицательного значений проекции V_z . При этом есть обширная зона в камере нагнетания, в которой наблюдаются только отрицательные значения V_z .

Расчет осуществлялся с целью проведения численного моделирования пульсации величины проекции скорости V_z (а следовательно, и подачи q) на выходе шестеренного насоса. Теоретическое обосно-

вание пульсации подачи на выходе шестеренного насоса внешнегозацепления приведено в [13].

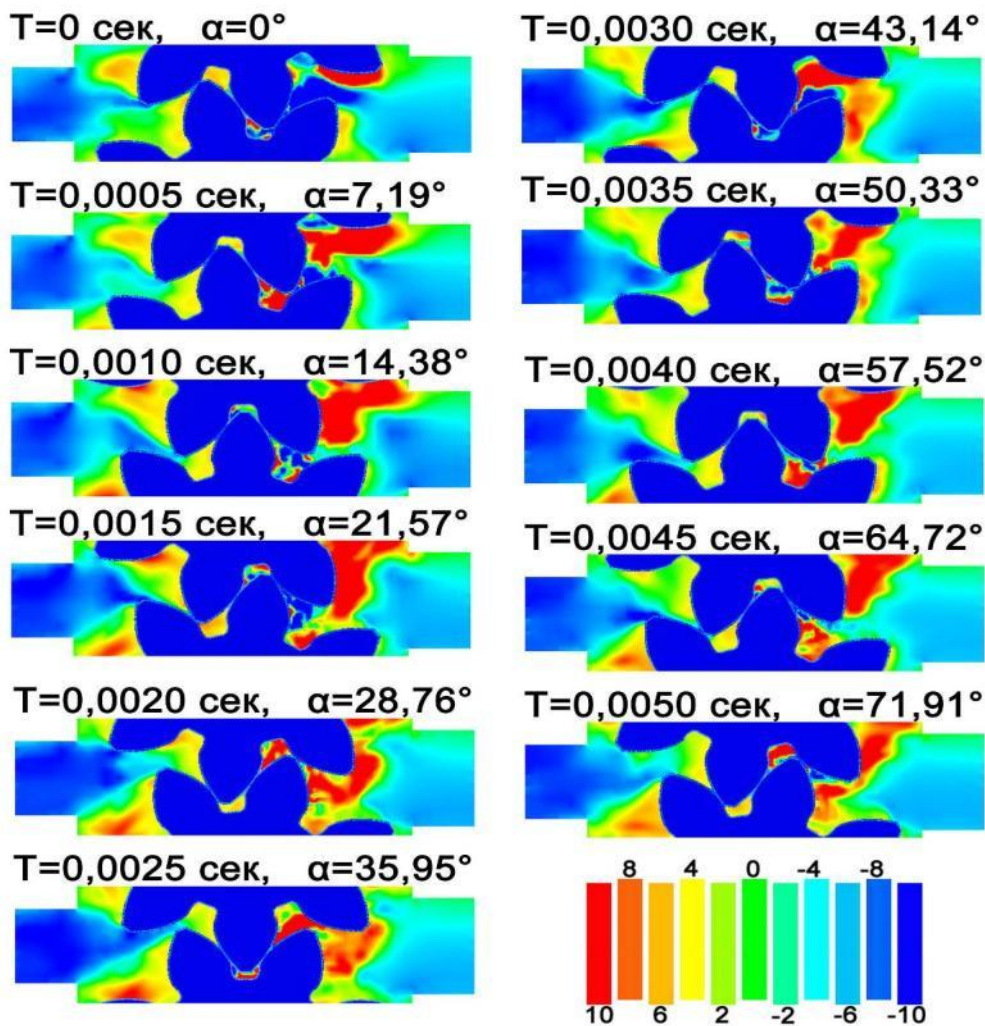


Рис. 7. Изменение проекции вектора абсолютной скорости V_z в зависимости от времени (угла поворота) для секущей продольной плоскости

Избранные увеличенные области камеры нагнетания с распределением проекции вектора абсолютной скорости V_z в зависимости от времени (угла поворота), представлены на рис. 8.

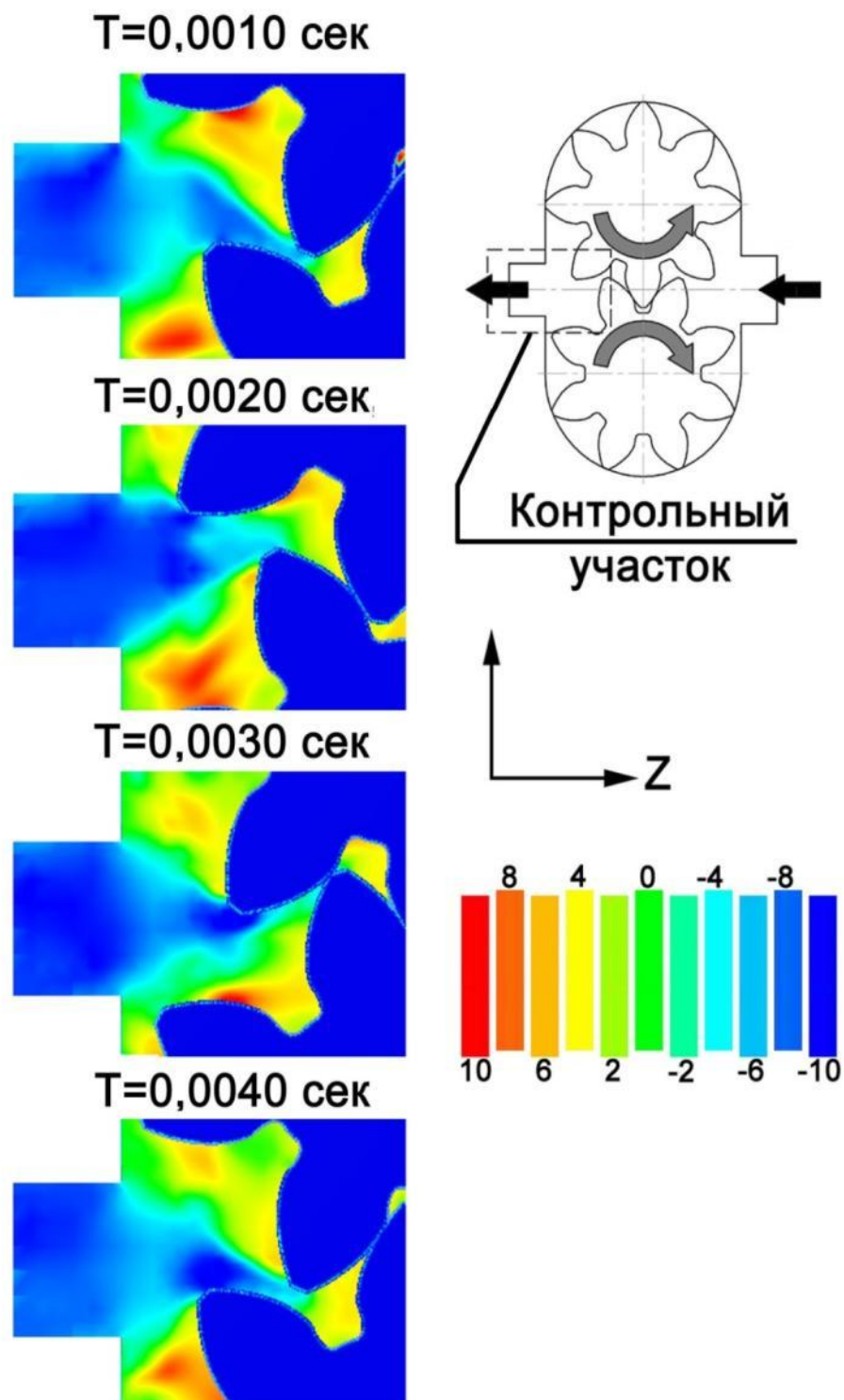


Рис. 8. Увеличенное изображение характера изменения проекции вектора абсолютной скорости V_z в зависимости от времени для секущей продольной плоскости

В результате проведения анализа полученных результатов построена характеристика, представленная на рис. 9.

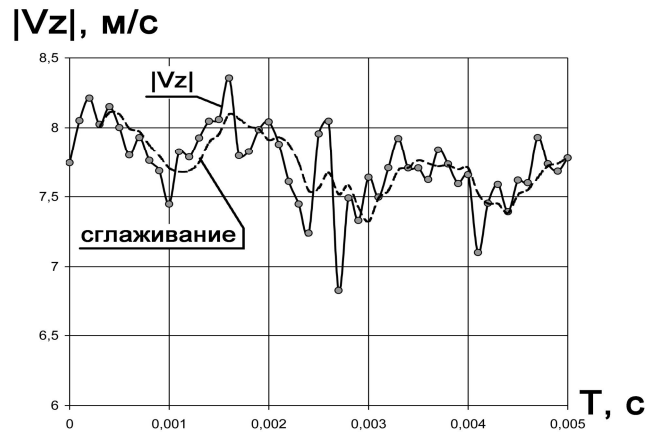


Рис. 9. Осередненна по площаді пульсація проекції вектора абсолютної швидкості $|Vz|$ на виході НШ в залежності від часу T

Аналіз представлених на рис.9 результатів показує, що на виході шестеренного насоса зафіксовано зміну швидкості $|Vz|$ (а значить і миттєвої подачі): при середньому значенні швидкості $|Vz|_{\text{ср}}=7,76\text{ м/с}$ відхилення становить $\pm 0,5\text{ м/с}$ і вище, т.е. більше 12%.

Причиною спостережуваної пульсації компоненти швидкості є ряд факторів, в тому числі гідродинамічного характеру, найбільш значущим з яких є змінний в функції часу об'єм камери нагнетання, пов'язаний з обертанням шестерен НШ.

В роботі [22] аналізується ламінарне рух в'язкої несжимаємої рідини в лінії нагнетання шестеренного насоса. Авторі відзначають, що теоретично і експериментально підтверджуються наявність зон кавітації і пульсація тиску в потоці за насосом, внаслідок пульсуючого характеру руху робочої рідини. Результати роботи [22] збігаються з даними, наведеними на рис. 6-9 цієї роботи.

Висновки.

1. Проведений огляд робіт показує, що рішення задач багатокритеріального проектування і чисельного дослідження гідродинамічних характеристик потоку в'язкої несжимаємої рідини в шестеренних насосах є одним з актуальних наукових напрямків в теорії і практиці розробки сучасних шестеренних насосів.

2. На основі запропонованої математичної моделі шестеренного насоса розглянуто постановку і рішення задачі багатокритеріальної оптимізації насоса з урахуванням параметричних, функціональних і критеріальних обмежень для шестеренного насоса з параметрами близькими до насоса типу НШ-32УК.

3. Проведено порівняння результатів розрахунку з використанням запропонованої математичної моделі з результатом розрахунку про-

граммы «Компас» российской компании «Аскон». Определены следующие основные отличия программы «Компас»:

- при расчете цилиндрических зубчатых передач наружного зацепления коэффициент граничной высоты равен двум коэффициентам высоты головки зуба $h_l^* = 2 \cdot h_a^*$;

- расчет выполняется без учета бокового зазора.

4. Проведенный краткий обзор современных программ вычислительной гидродинамики показал, что возможности CFD программ позволяют выполнять численное моделирование движения рабочей жидкости в современных шестеренных насосах с учетом ряда гидродинамических особенностей, а также влияния микрогеометрических элементов модели шестеренного насоса, как в двух-, так и в трехмерной постановке.

5. Приведенный на рис. 9 результат численного моделирования изменения модуля проекции вектора абсолютной скорости $|V_z|$ показал наличие пульсации скорости (подачи) на выходе насоса, которое составило более $\pm 6\%$. После применения процедуры наложения линейного фильтра были получены колебания скорости, более близкие к гармоническим.

Литература:

1. Лурье З.Я., Коваленко И.В. Математическая модель качающего узла шестеренного насоса внешнего зацепления как объекта многокритериальной оптимизации [Текст] / З.Я. Лурье, И.В. Коваленко // Вибрации в технике и технологиях. – 2003. – №3(29). – С.9-13.

2. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями [Текст] / И.М. Соболев, Р.Б. Статников – М.: Дрофа, 2006. – 175 с.

3. Статников Р.Б., Матусов И.Б. Многокритериальное проектирование машин [Текст] / Р.Б. Статников, И.Б. Матусов – М.: Знание (Новое в жизни, науке, технике. Серия Математика, кибернетика). – 1989. – №5. – 48 с.

4. Кулешков Ю.В., Черновол М.И. Шестеренные насосы с асимметричной линией зацепления шестерен. Теория конструкция и расчет [Текст] / Ю.В. Кулешков, М.И. Черновол, О.В. Бевз, Ю.А. Титов // – Кировоград: Код, 2009. – 243 с.

5. Кулешков Ю.В. Оценка методов определения объемной подачи шестеренных насосов НШ [Текст] / Ю.В. Кулешков // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. – Кировоград: 2004. – №34. – С. 178-186.

6. Jianshou Z. Optimizing Technique of design parameters for quieted internal pump [Text] / Z. Jianshou, D. Xingen, X. Weixian // Shanghai

Univiversity. – 1990. №3. – P.70-76.

7. *Jianshon Z.* Drive characteristics of internal gear pump and a new method of analytical calculation of flow rate [Text] / Z. Jianshon // *Mach. ToolandHydraul.* – 1990 – №3. – P.25-28.

8. *Лурье З.Я., Жерняк А.И.* Многокритериальная оптимизация основных параметров качающих узлов шестеренных насосов внутреннего зацепления [Текст] / З.Я. Лурье, А.И. Жерняк // *Вестник машиностроения*. – №8. – 1995. – С. 3-8.

9. *Magnusson J.* Numerical analysis the lubricant gap in external gear pumps considering microsurface features [Text] / J. Magnusson // *Department of Applied Mechanics, Chalmers University of technology, Gothenburg, Sweden. Masters thesis.* – 2011. – 69 p.

10. *Vierendeels J.* Simulation of flow through complex shaped moving [Text] / J. Vierendeels., K. Riemslogh // *Mechanical and Thermal Eng. Universiteit hent Belgium. Fluid dynamics.* – 1996. – P. 499-504.

11. *Hyun K.* Two-dimensional CFD analysis of a hydraulic gear pump [Text] / K. Hyun, M. Hazel, P. Suresh // *American Society Eng.* – 2007. – 18p.

12. *Casoli P.*, A numerical model for the simulation of external gear pumps [Text] / P. Casoli, A. Vacca, G. Franzoni // *Dipartimento di Ingegneria Industriale, Università degli Studi di Parma. Parco Area delle Scienze 181/A, 43100 Parma, Italy.*

13. *Юдин, Е.М.* Шестеренные насосы [Текст] / Е.М. Юдин // – М.: Машиностроение, 1964. – 236 с.

14. *Болотовский И.А.* Цилиндрические эвольвентные передачи внешнего зацепления. Расчет геометрии. Справочное пособие [Текст] / И.А. Болотовский, В.И. Гурьев, В.Э. Смирнов, В.И. Шендерей // – М.: Машиностроение. –1974.–160 с.

15. *Кулешков Ю.В.* Математична модель втрат рідини через радіальний зазор в сучасних шестеренних насосах типу НШ [Текст] / Ю.В. Кулешков, М.І. Черновол, О.О. Матвієнко // *Підвищення надійності відновлюємих деталей машин. Вісник ХДТУ сільського господарства.* – Харків. – 2001. – Том 2 №8. – С. 87-90.

16. *Кулешков Ю.В.* Математическая модель торцевых радиально направленных утечек в шестеренном насосе типа НШ [Текст] / Ю.В. Кулешков, А.А. Матвиенко, Т.В. Руденко, В.В. Русских // *Техніка в сільськогосподарському виробництві. Галузеве машинобудування, автоматизація: Зб. наук. праць КНТУ.* – Кіровоград, 2008. – №20. – С. 284-292.

17. *Кулешков Ю.В.* Математическая модель утечек через торцевой межцентровый зазор шестеренного насоса типа НШ [Текст] Ю.В. Кулешков, А.А. Матвиенко, Т.В. Руденко, // *Промислова гідраліка і пневматика: Зб. наук. праць за матеріалами VIII міжн. наук.-техн. конф. АСПГП.* – 2008. – №2(20). – С. 73-79.

18. Кулагин А.В. Основы теории и конструирования гидropередач [Текст] / А.В. Кулагин, Ю.С. Демидов, Л.А. Кондаков; под ред. В.Н. Прокофьева // М.: Высшая школа, 1968. – 400с.

19. Оксененко А.Я. Диалоговая система решения инженерных задач многокритериальной оптимизации [Текст] / А.Я. Оксененко, З.Я. Лурье, Г.С. Левитин // Управляющие системы и машины. – К.: Техника, 1988. – Вып. 33. – С. 101-103.

20. Соловьев В.М. Численное моделирование потока в решетке реактора гидротрансформатора [Текст] / В.М. Соловьев, П.С. Завьялов, Ю.А. Подвойский // Проблемы машиностроения. – Харків, 2009. – Т. 12, №3. – С. 11-20.

21. Руководство пользователя FlowVision, версия 2.2.

22. Стричек Я. Математическое моделирование ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости в линии нагнетания шестеренного насоса [Текст] / Я. Стричек, Д.В. Костюк, Н.В. Ногин, О.М. Яхно // Промислова гідравліка і пневматика. – Винниця, 2013. – №3 (41). – С. 37-43.

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ ШЕСТЕРЕННОГО НАСОСУ ЗОВНІШНЬОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

Лур'є З.Я., Панченко А.І., Соловйов В.М., Гасюк А.І

Анотація– в статті обговорюється питання формування наукового напрямку в області проектування шестеренних насосів зовнішнього зачеплення, заснованого на поєднанні багатокритеріальної оптимізації параметрів зубчастого зачеплення і чисельного моделювання гідродинамічних процесів; наведено конкретний приклад для насоса з робочим об'ємом 32 см³ і тиском 16 МПа.

MULTICRITERIAN OPTIMIZATION AND NUMERICAL SIMULATION OF THE EXTERNAL GEAR PUMP

Z. Lurye, A. Panchenko, V. Solovyov, A. Gasyuk

Summary

An article discusses the scientific direction formation in the design of external gear pumps, based on a combination of the multicriteria optimization of gearing parameters and the numerical modeling of hydrodynamic processes; specific example for the pump with displaced volume of 32 cm³ and pressure of 16 MPa is shown.