

**МАШИНИ І ЗАСОБИ МЕХАНІЗАЦІЇ
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ВИРОБНИЦТВА**

УДК 514.18

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ
МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ПЛОСКОЙ КРИВОЙ**

Булгаков В. М., д.т.н., академик НААН України,

Пилипака С. Ф., д.т.н.,

Захарова Т. Н., асп.,*

*Национальный университет биоресурсов и природопользования
Украины*

Адамчук О. В., ст. науч. сотр.

*Национальный научный центр “Института механизации и
электрификации сельского хозяйства” НААН Украины*

Тел. (044) 527-82-26, e-mail: vbulgakov@meta.ua

Аннотация - рассмотрено построение математической модели движения материальной точки, в результате решения на ЭВМ которой найдены плоские кривые как ортогональные сечения цилиндрических поверхностей с горизонтальными образующими, обеспечивающие постоянную силу давления при движении частицы по кривой с постоянной скоростью. Составлены новые дифференциальные уравнения движения материальной точки по плоской траектории на поверхности цилиндра. Осуществлена визуализация полученных результатов. Рассмотрены отдельные случаи движения, когда сила давления на поверхность больше, меньше или равна весу частицы и когда реакция поверхности равна нулю. Данная теория может быть успешно использована при проектировании отвальных поверхностей почвообрабатывающих машин.

Ключевые слова - математическая модель, плоская кривая, длина дуги, натуральный параметр, давление, скорость движения.

Постановка проблемы. Совокупность почвообрабатывающих орудий, которые применяются в настоящее время, имеют один из существенных недостатков, связанный с неравномерным износом рабочих поверхностей в процессе эксплуатации. Все это, в конечном итоге,

© Булгаков В. М., Пилипака С. Ф., Захарова Т. Н., Адамчук О. В.

*Научный руководитель - д.т.н., проф. Пилипака С. Ф.

приводит к дополнительным технологическим затратам на восстановление и ремонт или даже на замену рабочих органов. Как установлено [1,2], неравномерный износ является следствием переменной силы давления почвы как совокупности материальных частиц, действующих на рабочую поверхность рабочих органов. Данная задача может быть решена путем поиска таких поверхностей, при движении по которым будет обеспечена, по возможности, постоянная сила давления почвы на их поверхность.

При этом, при построении математической модели, будем рассматривать цилиндрические поверхности, поскольку они довольно широко используются в сельскохозяйственных машинах как рабочие органы, которые взаимодействуют с разными технологическими материалами.

Анализ последних публикаций. Исследованием движения материальных частиц по поверхности, в том числе по цилиндрической, занимались академики В.П. Горячкин [1], П.М. Василенко и П.М. Заика [2, 3]. Движение частицы по внутренней поверхности наклонного стационарного цилиндра под действием силы собственного веса рассмотрено в работе [4]. Движение частиц по гравитационным поверхностям исследовано в работах [5-8]. В работе [9] рассмотрено движение частицы по внутренней поверхности горизонтального цилиндра, вращающегося вокруг своей оси, а в работе [10] – по внутренней поверхности наклонного цилиндра. Аналогичные случаи уточненной теории движения материальной точки (частицы) представлены в работах [12-14].

Формулировка целей статьи. Построить новую математическую модель движения материальной точки и найти поверхности равномерного износа путем поиска плоских кривых ортогональных сечений горизонтальных цилиндров, по которым частица движется с постоянной скоростью и имеет постоянную силу давления на поверхность.

Основная часть. При построении математической модели движения материальной точки (частицы) рассмотрим ее движение по плоской кривой – ортогональному сечению цилиндрической поверхности с горизонтальными образующими.

Поскольку при движении материальной точки по любой криволинейной траектории (кривой) обязательно возникает ускорение w , даже если скорость V постоянная, состоящее из двух составляющих (рис. 1): одна составляющая характеризует быстроту изменения вектора скорости по величине, проецируется на орт касательной $\bar{\tau}$ и носит название тангенциального ускорения. Его величина определяется дифференцированием скорости V по времени t : $w_{\tau} = dV/dt$. Другая составляющая – нормальное или центростремительное ускорение характеризует быстроту изменения вектора скорости по направлению и

проецируется на орт главной нормали \bar{n} . Его величина определяется произведением кривизны на квадрат скорости V : $w_n = V^2 k$. Таким образом, в векторном виде можно записать: $\bar{w} = \bar{\tau} dV/dt + \bar{n} V^2 k$. В случае, если скорость V является функцией длины дуги s (пути), то есть $V = V(s)$, то тангенциальное ускорение будет: $w_\tau = dV/dt = dV/ds \cdot ds/dt = V \cdot dV/ds$. Таким образом, вектор ускорения в проекциях на орты естественного трехгранника запишется:

$$\bar{w} \left\{ V \frac{dV}{ds}; \quad V^2 k; \quad 0 \right\} \quad (1)$$

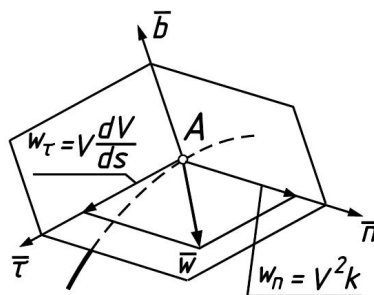


Рис. 1. Тангенциальное w_τ и центростремительное w_n ускорение вершины A естественного трехгранника в проекциях на его орты.

Согласно разложению вектора ускорения на орты естественного трехгранника (1), дифференциальные уравнения движения частицы в проекциях на орты запишутся так:

$$mV \frac{dV}{ds} = F_\tau; \quad mV^2 k = F_n, \quad (2)$$

где F_τ и F_n – проекции приложенных к частице сил.

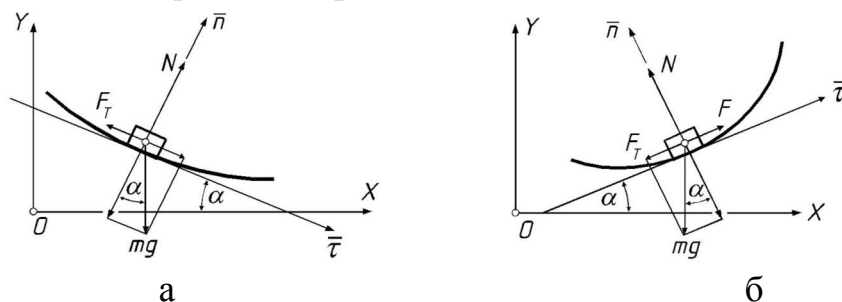


Рис. 2. Разложение действующих на частицу сил на орты естественного трехгранника: а) частица движется под действием силы собственного веса; б) частица движется под действием приложенной силы F .

Предположим, что частица движется по кривой под действием силы собственного веса mg (рис. 2,а). Тогда она разложится на орты трехгранника согласно углу α , который является переменным и является углом между двумя системами: подвижного естественного трехгранника и неподвижной декартовой системой OXY . На частицу еще действуют сила реакции N , направленная вдоль нормали, и сила тре-

ния F_{τ} , направленная вдоль орта касательной в противоположную сторону от направления движения (рис. 2 а). С учетом этих сил уравнения (2) принимают вид:

$$mV \frac{dV}{ds} = mg \sin \alpha - F_{\tau}; \quad mV^2 k = N - mg \cos \alpha \quad (3)$$

Как известно, сила трения F_{τ} численно равна произведению силы нормальной реакции N на коэффициент трения f : $F_{\tau} = fN$. Из второго уравнения (3) определяем: $N = mV^2 k + mg \cos \alpha$. С учетом этих выражений первое уравнение (3) принимает вид:

$$mV \frac{dV}{ds} = mg \sin \alpha - f(mV^2 k + mg \cos \alpha) \quad (4)$$

Дифференциальное уравнение (4) можно сократить на массу m частицы. Чтобы его решить, нужно задать кривую натуральным уравнением $k=k(s)$ и искать закон движения в виде $V=V(s)$, либо же задать закон движения $V=V(s)$ и искать соответствующую кривую.

Пусть, например, скорость движения частицы будет постоянной ($V=const$). Найдем соответствующую линию, которая ее обеспечит. Согласно (4) будем иметь:

$$g \sin \alpha - f(V^2 k + g \cos \alpha) = 0 \quad (5)$$

Уравнение (5) имеет два решения. Первое – прямая линия $k=0$. Решая (5) при $k=0$, получим: $f=tg\alpha$, то есть прямая линия должна быть наклонена под углом трения к горизонту. Второе решение предполагает, что $k \neq 0$, то есть линия будет кривой. Это решение рассмотрим позже.

Пусть частица движется по кривой под действием приложенной силы F (рис. 2,б). Уравнения (2) приобретают вид:

$$mV \frac{dV}{ds} = -mg \sin \alpha - F_{\tau} + F; \quad mV^2 k = N - mg \cos \alpha \quad (6)$$

Поставим условие, чтобы частица двигалась вверх с постоянной скоростью $V=const$ и при этом сила реакции N (сила давления) тоже была постоянной. В практическом плане поверхность с искомым сечением будет изнашиваться равномерно и для почвообрабатывающих орудий, возможно, менее склонна к залипанию. Преобразуем второе уравнение (6):

$$\frac{V^2}{g} k + \cos \alpha = \frac{N}{mg} \quad (7)$$

Отношение N/mg является постоянной величиной и показывает, какую часть от веса частицы представляет сила давления на поверхность. Обозначим его через a_N и решим уравнение (7) относительно $k=da/ds$:

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{g}{V^2} (a_N - \cos \alpha) \quad (8)$$

После деления переменных интегрирование уравнения (8) возможно для двух случаев: $a_N > 1$ (то есть сила давления на поверхность больше веса частицы) и $a_N < 1$ (сила давления меньше веса частицы). Запишем эти интегралы (постоянную интегрирования опускаем):

$$s = \frac{V^2}{g} \int \frac{d\alpha}{a_N - \cos \alpha} = \frac{2V^2}{g\sqrt{a_N^2 - 1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a_N + 1}{a_N - 1}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad (a_N > 1) \quad (9)$$

$$s = \frac{V^2}{g} \int \frac{d\alpha}{a_N - \cos \alpha} = \frac{V^2}{g\sqrt{1 - a_N^2}} \ln \frac{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \sqrt{1 - a_N^2}}{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \sqrt{1 - a_N^2}}. \quad (a_N < 1)$$

В уравнениях (9) перейдем от зависимости $s=s(\alpha)$ к натуральному уравнению $k=k(s)$. Это можно сделать двумя путями: либо в уравнениях (9) перейти к зависимости $\alpha=\alpha(s)$ и продифференцировать по s , либо же, решая (9) совместно с (8), исключить общий параметр α . Натуральные уравнения для первого случая ($a_N > 1$) имеют следующий вид:

$$k = \frac{g(a_N^2 - 1)}{V^2 \left[a_N + \cos \left(\frac{gs}{V^2} \sqrt{a_N^2 - 1} \right) \right]}. \quad (10)$$

Для второго случая ($a_N < 1$):

$$k = \frac{g(1 - a_N^2)}{V^2 \left(-a_N + \cosh \frac{g\sqrt{1 - a_N^2}}{V^2} s \right)}. \quad (11)$$

Натуральные уравнения (10) и (11) задают кривые независимо от их положения и поворота на плоскости. Чтобы их построить, необходимо перейти к координатной форме записи, например, к параметрическим уравнениям. Надлежащее расположение кривых на плоскости в соответствии с действующими силами выбирается при переходе установлением начальных условий (присвоением необходимых значений постоянным интегрирования). Для перехода воспользуемся известными зависимостями [11], перейдя к независимой переменной α :

$$\frac{dx}{d\alpha} \frac{d\alpha}{ds} = \cos \alpha, \quad \text{откуда} \quad \frac{dx}{d\alpha} = \cos \alpha \div \frac{d\alpha}{ds}. \quad (12)$$

$$\text{Аналогично:} \quad \frac{dy}{d\alpha} = \sin \alpha \div \frac{d\alpha}{ds}. \quad (13)$$

Подставив в (12) и (13) выражение $d\alpha/ds$ из (8), получим зависимости для поиска координат x и y кривой:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{V^2}{g} \int \frac{\cos \alpha d\alpha}{a_N - \cos \alpha} = \frac{a_N V^2}{g} \int \frac{d\alpha}{a_N - \cos \alpha} - \frac{V^2}{g} \alpha; \\
 y &= \frac{V^2}{g} \int \frac{\sin \alpha d\alpha}{a_N - \cos \alpha} = \frac{V^2}{g} \ln(a_N - \cos \alpha).
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Из (14) видно, что после интегрирования зависимость $y=y(\alpha)$ имеет простой вид, а выражение для координаты $x=x(\alpha)$ сводится к интегралам (9), и оно распадается на зависимости для $a_N > 1$ и $a_N < 1$:

$$x = \frac{2a_N V^2}{g \sqrt{a_N^2 - 1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a_N + 1}{a_N - 1}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \frac{V^2}{g} \alpha; \quad (a_N > 1) \tag{15}$$

$$x = \frac{a_N V^2}{g \sqrt{1 - a_N^2}} \ln \frac{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \sqrt{1 - a_N^2}}{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \sqrt{1 - a_N^2}} - \frac{V^2}{g} \alpha. \quad (a_N < 1) \tag{16}$$

Таким образом, можно записать параметрические уравнения кривой, по которой движется частица с постоянной скоростью и имеет постоянную силу давления на поверхность, для двух случаев. В первом случае постоянная $a_N > 1$, то есть сила давления больше силы собственного веса частицы:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{2a_N V^2}{g \sqrt{a_N^2 - 1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a_N + 1}{a_N - 1}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \frac{V^2}{g} \alpha; \\
 y &= \frac{V^2}{g} \ln(a_N - \cos \alpha). \quad (a_N > 1)
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Во втором случае постоянная $a_N < 1$, то есть сила давления меньше силы собственного веса частицы:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{a_N V^2}{g \sqrt{1 - a_N^2}} \ln \left[\frac{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \sqrt{1 - a_N^2}}{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \sqrt{1 - a_N^2}} \right] - \frac{V^2}{g} \alpha; \\
 y &= \frac{V^2}{g} \ln(a_N - \cos \alpha). \quad (a_N < 1)
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Используя выражение длины дуги (9), можно перейти к параметрическим уравнениям в функции натурального параметра s , исключив при этом угол α . Например, решая совместно (17) и первое уравнение (9), после исключения α получим:

$$\begin{aligned}
 x &= a_N s - \frac{2V^2}{g} \operatorname{arctg} \left[\sqrt{\frac{a_N - 1}{a_N + 1}} \operatorname{tg} \left(\frac{gs}{2V^2} \sqrt{a_N^2 - 1} \right) \right]; \\
 y &= \frac{V^2}{g} \ln \left[\frac{a_N^2 - 1}{a_N + \cos \left(\frac{gs}{V^2} \sqrt{a_N^2 - 1} \right)} \right]. \quad (a_N > 1)
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Аналогічно получим параметрические уравнения кривой для случая $a_N < 1$, решая совместно (18) и второе уравнение (9):

$$x = -a_N s + \frac{2V^2}{g} \operatorname{arctg} \left[\sqrt{\frac{1+a_N}{1-a_N}} \tanh \left(\frac{gs}{2V^2} \sqrt{1-a_N^2} \right) \right];$$

$$y = \frac{V^2}{g} \ln \left[\frac{1-a_N^2}{-a_N + \cosh \left(\frac{gs}{V^2} \sqrt{1-a_N^2} \right)} \right]. \quad (a_N < 1) \quad (20)$$

Чтобы понять сущность разграничения кривых на случаи $a_N > 1$ и $a_N < 1$, рассмотрение начнем со второго случая при $a_N = 0$ (это значение удовлетворяет второму случаю и определенным образом делит соответствующую группу кривых на две подгруппы). При $a_N = 0$ натуральное уравнение (11) значительно упрощается и приобретает вид:

$$k = \frac{g}{V^2} \operatorname{sech} \left(\frac{g}{V^2} s \right). \quad (21)$$

Кривая, описанная натуральным уравнением (21), в научной литературе известна под названием цепной линии равного сопротивления. Постоянной величиной в уравнении (21) этой линии служит отношение g/V^2 . Для ее построения воспользуемся параметрическими уравнениями (18), которые тоже значительно упрощаются при $a_N = 0$. Кривые представлены на рис. 3.

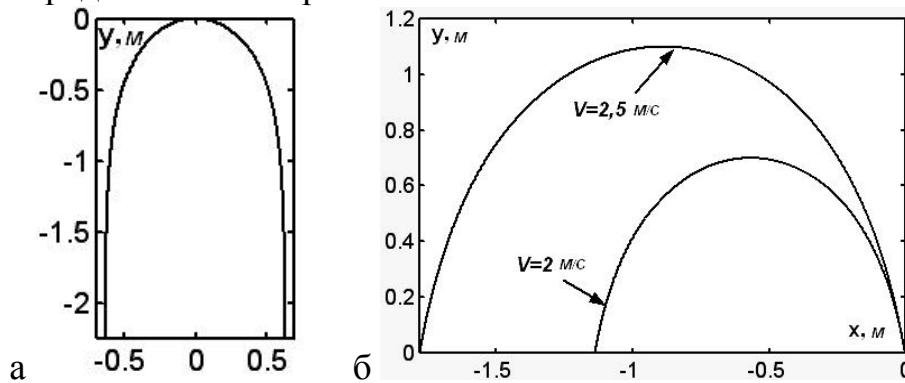


Рис. 3. Кривая, имеющая натуральное уравнение (21) и описанная параметрическими уравнениями (18) и (20) при $a_N = 0$:
 а) $V = 2 \text{ м/с}$, $\alpha = -90^\circ \dots 90^\circ$; б) $\alpha = -80^\circ \dots 80^\circ$.

Равенство $a_N = 0$ означает, что реакция поверхности равна нулю, то есть такая кривая является траекторией полета частицы (тела) с постоянной скоростью движения без учета сопротивления воздуха. Например, нижние участки траектории движения (рис. 3,а) практически являются вертикальными прямыми, поэтому частица никакого давления на соответствующую поверхность оказывать не будет. На остальной части кривой составляющая силы веса уравновешивается составляющей центробежной силы.

Из курса теоретической механики известно, что тело, брошенное под углом к горизонту, движется по параболе, однако скорость движения при этом является переменной. На рис. 3,б построены траектории частицы с различной постоянной скоростью движения с начальным углом подъема 80° (поэтому для построения кривой в этом случае удобнее воспользоваться уравнениями (18), а не (20), поскольку сразу известны пределы изменения переменной α). Кривые похожи на параболу, а незначительные отличия от нее обусловлены тем, что частица движется с постоянной скоростью V . Для обеспечения такого полета нужно поддерживать постоянную скорость, которую обеспечивает сила F , действующая по касательной (рис. 2,б). При необходимости ее можно найти из первого уравнения (6). Ввиду того, что скорость движения постоянная и сила трения отсутствует, оно приобретает вид:

$$F = mg \sin \alpha . \quad (22)$$

Таким образом, в нижней части траектории, когда угол α практически равен 90° (рис. 3.а), сила F равна весу частицы, то есть преодолевает силу тяжести при подъеме. По мере подъема она уменьшается и становится равной нулю в верхней точке траектории (при $\alpha=0$), а затем по этому же закону увеличивается, поменяв знак, то есть, тормозя падение. Поэтому цепную линию равного сопротивления можно считать прототипом параболы в смысле траектории свободного полета тела в поле тяжести земли с той лишь разницей, что по параболе тело движется лишь под действием силы собственного веса, а по цепной линии равного сопротивления – с дополнительной силой, которая обеспечивает постоянную скорость движения. Если поставить задачу, чтобы частица, имея постоянную скорость движения $2,5 \text{ м/с}$, двигалась не по верхней траектории (рис. 3.б), а по нижней, то необходимо сделать ограничивающий кожух в виде цилиндрической поверхности с сечением, которым является нижняя кривая. В этом случае возникает сила реакции N поверхности, которая при надлежащем подборе кривой тоже может быть постоянной. При этом она может быть больше веса частицы (тела) или меньше. Уравнения соответствующих кривых нами найдены. Возникает вопрос: какая линия соответствует коэффициенту $a_N = 1$, то есть случаю, когда сила реакции равна силе веса частицы? Очевидно, что это будет горизонтальная прямая линия. Этот же результат мы можем получить из натурального уравнения (11) при $a_N = 1$, откуда получаем: $k=0$.

Рассмотрим группу кривых, для которых сила реакции меньше веса частицы. Очевидно, что при этом $0 < a_N < 1$. Кривые для различных значений a_N из этого промежутка построены на рис. 4.

Все три кривые имеют петлю. При движении частицы по кривой в пределах петли она находится внутри ее. Такое движение будем называть движением по внутренней стороне поверхности. По мере уве-

личения силы реакции поверхности от нуля к значению, близкому единице, кривая трансформируется, но петля не исчезает. Ветви кривой, уходящие в бесконечность, приближаются к прямой линии. В частности, при $a_N = 0,5$ (рис. 4,б) ветвь наклонена к горизонту под углом, равным примерно 60° , что соответствует положению частицы на плоскости, наклоненной под этим же углом. При a_N , близком к единице (рис. 4,в), ветви в бесконечности приближаются к горизонтальной прямой.

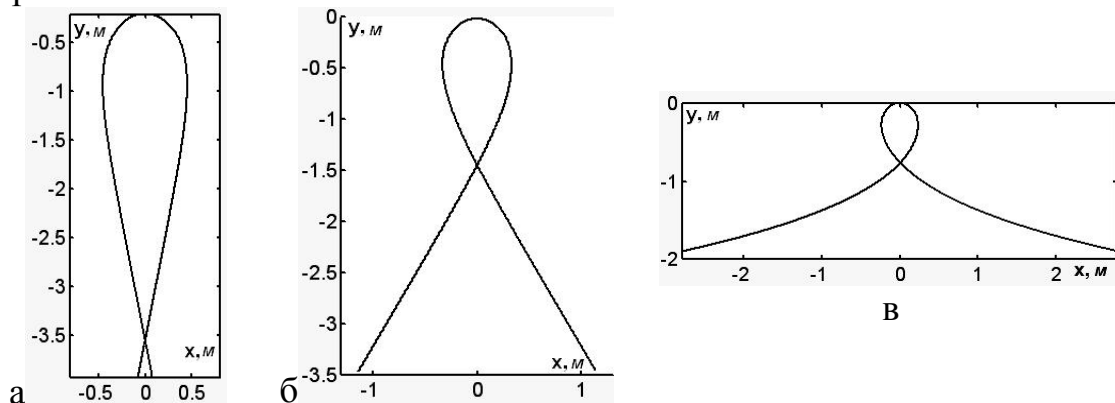


Рис. 4. Кривые, построенные по параметрическим уравнениям (20) при $V=2$ м/с и различных значениях a_N :

а) $a_N = 0,2$ б) $a_N = 0,5$; в) $a_N = 0,995$.

Рассмотренные кривые составляют первую подгруппу, поскольку существует другая подгруппа кривых, построенных при тех же значениях коэффициента a_N , но взятого со знаком «минус». При этом условие $a_N < 1$ не нарушается, поэтому эти две подгруппы объединены в группу кривых, при движении частицы по которым с постоянной скоростью возникающая сила реакции меньше силы веса частицы. Эти кривые приведены на рис. 5.

Приведенные кривые не имеют петли. Частица при движении по кривой находится все время над ней. Такое движение будем называть движением по внешней стороне поверхности. Интересно, что при равных по абсолютной величине значениях a_N (то есть при одинаковой силе давления) кривые первой и второй подгрупп имеют ветви, уходящие в бесконечность и имеющие одинаковый наклон (рис. 4,б и рис. 5,б). При движении частицы по внутренней стороне поверхности в первом случае либо же по внешней во втором частица на ветви, уходящей в бесконечность, занимает одинаковое положение – над кривой. По мере увеличения силы реакции поверхности от нуля к значению, близкому к единице, кривая этой подгруппы трансформируется, плавно приближаясь к горизонтальной прямой.

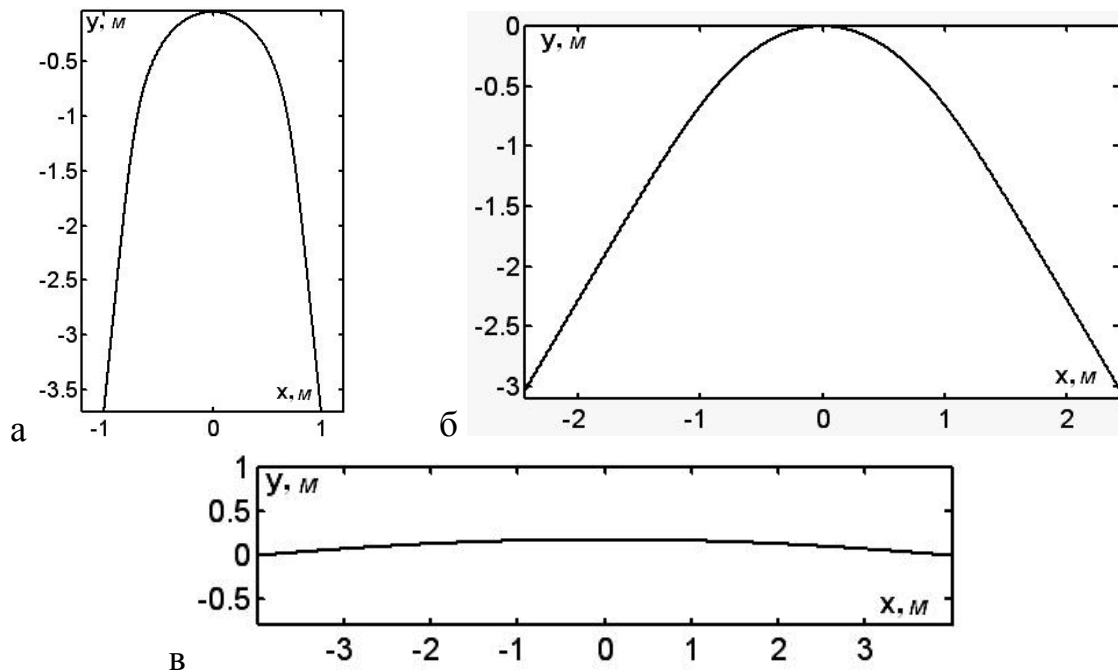


Рис. 5. Кривые, построенные по параметрическим уравнениям (20) при $V=2$ м/с и различных значениях a_N :
 а) $a_N = -0,1$; б) $a_N = -0,5$; в) $a_N = -0,99$.

Рассмотрим вторую группу кривых, соответствующих значению $a_N > 1$. Эти кривые, построенные по уравнениям (14) или (19), представлены на рис. 6.

Для представленных кривых характерно только одностороннее движение частицы, которое по принятому определению соответствует движению по внутренней стороне. Кривые периодические и имеют петли. На рис. 6 они представлены в разных масштабах. Учитывая это обстоятельство, нетрудно увидеть, что по мере приближения коэффициента a_N к единице кривая увеличивается в размерах и претерпевает изменения ее форма: значительно увеличивается период по сравнению с величиной петли. Плавный переход к прямой линии при приближении a_N к единице отсутствует. Таким образом, при стремлении коэффициента a_N к единице для двух групп кривых только в одном из трех случаев возможен плавный переход к прямой линии.

Влияние скорости V движения частицы на форму кривой во всех случаях одинаковое. Если проанализировать параметрические уравнения кривых (17), (19), то можно сделать вывод, что V^2 играет роль масштабного коэффициента. При заданном значении коэффициента a_N увеличение скорости движения в два раза влечет за собой увеличение размеров кривой в четыре раза.

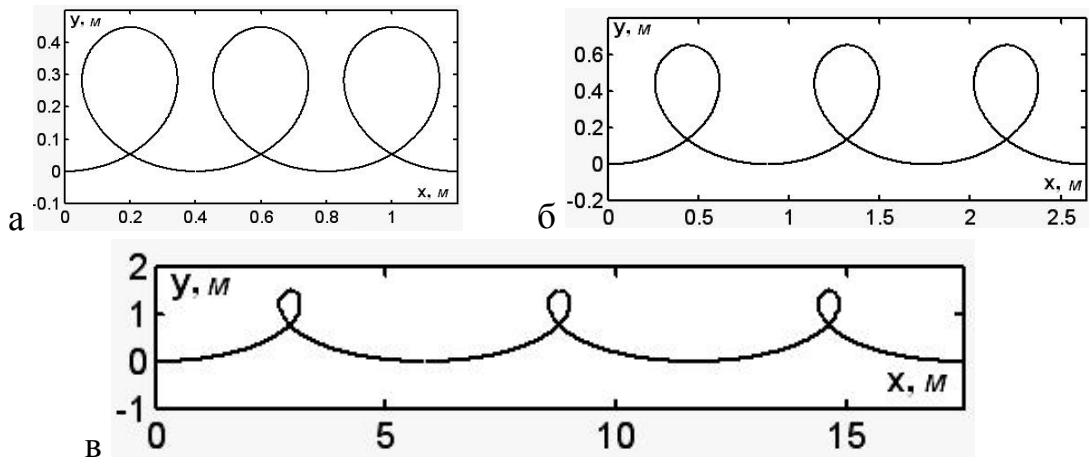


Рис. 6. Кривые, построенные по параметрическим уравнениям (17) при $V=2$ м/с и различных значениях a_N :

а) $a_N = 2$;

б) $a_N = 1,5$;

в) $a_N = 1,05$.

Рассмотрим пример. Пусть мотоциклисту-каскадеру нужно сделать петлю в виде кривой, представленной на рис. 6. Принимая массу мотоциклиста с мотоциклом за материальную частицу, рассчитать разность в высоте между высшей и низшей точками кривой при скорости $V = 100$ км/час $= 27,8$ м/с и перегрузке 20% ($a_N = 1,2$).

Нижняя точка будет при $\alpha = 0^\circ$, а высшая – при $\alpha = 180^\circ$. В соответствии с уравнением $y = y(\alpha)$ (14) будем иметь:

$$\Delta y = y_{\alpha=180} - y_{\alpha=0} = \frac{v^2}{g} \ln \frac{a_N + 1}{a_N - 1} = \frac{27,8^2}{9,81} \ln \frac{1,2 + 1}{1,2 - 1} = 189 \text{ (м)}. \quad (23)$$

Выводы. Разработана новая математическая модель движения материальной частицы (точки) и найденные плоские кривые – ортогональные сечения цилиндрических поверхностей с горизонтальными образующими, которые могут обеспечить постоянную силу давления (силу реакции) при движении частицы по кривой с постоянной скоростью. Такая поверхность будет изнашиваться равномерно и для почвообрабатывающих орудий будет не только менее склонна к залипанию, но и к изнашиванию.

Литература

1. Горячкин В. П. Собрание сочинений в трех томах / В. П. Горячкин. - Изд. 2-е. - М.: Колос, 1968. - Т. 3. - 455 с.
2. Василенко П. М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П. М. Василенко. - К.: УАСХН, 1960. - 283 с.
3. Заика П. М. Избранные задачи земледельческой механики / П. М. Заика. - К.: Изд-во УСХА, 1992. - 507 с.
4. Пилипака С. Ф. Дослідження руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні стаціонарного циліндра / С. Ф. Пилипака [та ін.] // Вісник аграрної науки. - 2006. - № 2. - С. 48–54.

5. *Пилипака С.Ф.* Знаходження траєкторій руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні вертикального циліндра при боковій подачі матеріалу / *С. Ф. Пилипака* [та ін.] // *Механізація сільськогосподарського виробництва: вісник ХДТУСГ.* – Харків, 2003. – Вип. 20. – С. 91–99.

6. *Пилипака С. Ф.* Знаходження траєкторії руху матеріальної точки по гравітаційній розгортній поверхні на прикладі розгортного гелікоїда / *С. Ф. Пилипака* [та ін.] // *Механізація і енергетика сільського господарства: IV міжнародна науково-технічна конференція MOTROL-2003.* – К.: НАУ, 2003. – Т. 6. – С. 113–126.

7. *Пилипака С. Ф.* Знаходження траєкторії руху матеріальної частинки по гравітаційних лінійчатих поверхнях із горизонтальними твірними / *С. Ф. Пилипака* [та ін.] // *Механізація сільськогосподарського виробництва: збірник наукових праць НАУ.* – К., 2002. – Т.12. – С.58–69.

8. *Пилипака С. Ф.* Особливості руху матеріальної частинки по гравітаційних лінійчатих поверхнях / *С. Ф. Пилипака* [та ін.] // *Механізація сільськогосподарського виробництва: вісник ХДТУСГ.* – Харків, 2003. – Вип. 21. – С. 75–87.

9. *Пилипака С. Ф.* Дослідження руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні горизонтального циліндра / *С. Ф. Пилипака* [та ін.] // *Вісник аграрної науки.* – 2009. - № 2. – С. 52–56.

10. *Пилипака С. Ф.* Дослідження руху частинки по внутрішній поверхні похилого циліндра, що обертається навколо власної осі / *С. Ф. Пилипака, І. Ю. Грищенко, Т. С. Пилипака* // *Motoryzacja i energetyka rolnictwa / Motrol.* – Lublin, 2010. – Т. 12В. – С. 113–126.

11. *Пилипака С. Ф.* Розрахунок циліндричної поверхні, що забезпечує сталу силу тяги або сталу величину тиску матеріальної частинки, яка рухається по ній із постійною швидкістю / *С. Ф. Пилипака* [та ін.] // *Механізація сільськогосподарського виробництва: вісник ХДТУСГ.* – Харків, 2002. - Вип. 11. – С. 84–92.

12. *Адамчук В. В.* Дослідження руху частинки по плоскому диску, який обертається навколо перпендикулярної осі, нахиленої до горизонту / *В. В. Адамчук, В. М. Булгаков, С. Ф. Пилипака* // *Вісник Львівського національного аграрного університету. Агроінженерні дослідження.* – Львів, 2008. -№ 12 (2). –С. 189 – 197.

13. *Пилипака С. Ф.* Математична модель руху матеріальної частинки у відцентровому розсіювальному апараті із циліндричними лопатками / *С. Ф. Пилипака, В. В. Адамчук, В. М. Булгаков* // *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин: загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник.* – Кіровоград: КНТУ, 2009. – Вип. 39. – С. 3 – 11.

14. *Булгаков В. М.* Рух частинки по поверхні стрічки транспортера, довільно орієнтованої у просторі / *В. М. Булгаков, С. Ф. Пилипака* // Вісник Дніпропетровського державного аграрного університету. – Дніпропетровськ, 2009. - № 2. – С. 40 – 49.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ ПО ПЛОСКІЙ КРИВІЙ

В.М. Булгаков, С.Ф. Пилипака, Т.Н. Захарова, О.В. Адамчук

Анотація - розглянуто побудову математичної моделі руху матеріальної точки, в результаті розв'язання на ЕОМ якої знайдені плоскі криві як ортогональні перерізу циліндричних поверхонь з горизонтальними утворюючими, що забезпечують постійну силу тиску при русі частинки по кривій з постійною швидкістю. Складені нові диференціальні рівняння руху матеріальної точки по плоскій траєкторії на поверхні циліндра. Здійснено візуалізацію отриманих результатів. Розглянуто окремі випадки руху, коли сила тиску на поверхню більша, менша або дорівнює вазі частинки і коли реакція поверхні дорівнює нулю. Дана теорія може бути успішно використана при проектуванні відвальних поверхонь ґрунтообробних машин.

MATHEMATICAL MODEL OF MOTION THE MATERIAL POINT ON A PLANE CURVE

V. Bulgakov, S.Pilipaka, T.Zakharova, O.Adamchuk

Summary

We consider the construction of a mathematical model of motion of a material point, the solution of the computer on which found flat curves as orthogonal cross-sections of cylindrical surfaces with forming horizontal, ensures a constant pressure upon the motion of a particle on a curve with constant speed. To compile new differential equation of motion of a material point on a flat trajectory on the surface of the cylinder. Made visualization of the obtained results. Considered special cases of the motion when the pressure on the surface is greater than, less than or equal to the weight of the particles and when the response surface is equal to zero. This theory can be successfully used when designing the dump surface tillage machines.