

УДК 004.925.8

АЛГОРИТМ КОМБІНАТОРНО-ВАРІАЦІЙНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДЕНИХ ОБВОДІВ

Вірченко Г. А., д.т.н.

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

Тел. (044) 406-82-51

Анотація – У даній публікації на прикладі застосування кривих другого порядку у векторній раціональній параметричній формі подано алгоритм комбінаторно-варіаційного геометричного моделювання складених обводів, окреслено відповідні перспективні напрямки проведення подальших наукових досліджень.

Ключові слова – комбінаторно-варіаційне формоутворення, криві другого порядку, складені обводи.

Постановка проблеми. Нині дієвим засобом покращення технічних виробів обґрунтовано вважаються спеціалізовані обчислювальні засоби у вигляді систем автоматизованого проектування. Базовою складовою останніх є комп'ютерне геометричне моделювання, що дозволяє не тільки якісно унаочнювати опрацьовувані об'єкти та процеси, а і здійснювати їх комплексну оптимізацію. У зв'язку з цим актуальними постають задачі подальшого вдосконалення методів, способів, прийомів та алгоритмів формоутворення з метою забезпечення більш продуктивного багатоаспектного аналізу великої кількості проектних варіантів створюваної промислової продукції.

Аналіз останніх досліджень. Науковою школою прикладної геометрії Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» завжди приділялась особлива увага автоматизованому проектуванню технічних об'єктів. За останній час на основі виконаних досліджень сформовано новий напрямок структурно-параметричного геометричного моделювання [1], подальшим розвитком якого є комбінаторно-варіаційне формоутворення [2]. Прикладами практичного застосування зазначеного підходу слугують публікації [3] й [4], відповідно в галузі машинобудування та будівництва. У роботі [5] наведено засади математичного апарату варіантного геометричного моделювання плоских обводів із використанням кривих дру-

гого порядку.

Формулювання цілей статті. Завдання даної праці полягає в описі запропонованого алгоритму комбінаторно-варіаційного формоутворення складених ліній.

Основна частина. Досить часто моделювання технічних виробів розпочинається з визначення на певних площинах потрібних окремих положень, тобто точок. У загальному вигляді останні подаються, наприклад, упорядкованою множиною

$$\mathbf{P} = (\mathbf{P}_i)_0^n, \quad (1)$$

де \mathbf{P}_i – радіус-вектор i -ї точки у прямокутній системі координат Oxy , $n \in \mathbb{N}$.

З позицій комбінаторно-варіаційного підходу кортеж (1) можна інтерполювати або апроксимувати складеним обводом

$$\mathbf{L} = (\mathbf{L}_j)_1^m, \quad (2)$$

де \mathbf{L}_j – деяка лінія, $1 \leq m \leq n$, $m \in \mathbb{N}$.

Нехай елементами множини (2) є дуги кривих другого порядку у векторній раціональній параметричній формі

$$\mathbf{L}_j = \mathbf{r}_j(u_j) = \frac{(1-u_j)^2 \mathbf{r}_{0j} + w_{1j} 2u_j(1-u_j)\mathbf{r}_{1j} + u_j^2 \mathbf{r}_{2j}}{(1-u_j)^2 + w_{1j} 2u_j(1-u_j) + u_j^2}, \quad (3)$$

де \mathbf{r}_{0j} , \mathbf{r}_{1j} , \mathbf{r}_{2j} – радіуси-вектори вершин характеристичних трикутників, $w_{1j} \geq 0$ – вагові коефіцієнти для \mathbf{r}_{1j} , $u_j \in [0, 1]$ – параметри.

Оскільки довільний модельований обвід, який аналізується, за потреби ділиться на необхідне число опуклих частин, то надалі розглядатимемо саме їх.

Вважатимемо, що в кожній з точок \mathbf{P}_i визначено бажані дотичні до створюваної складеної лінії першого порядку гладкості. Нехай, наприклад, це будуть відповідні кути нахилу α_i , змінювані згідно із залежністю

$$\alpha_i = \alpha_0 + (\alpha_n - \alpha_0) \cdot \frac{\sum_{k=1}^i l_k}{\sum_{k=1}^n l_k}, \quad (4)$$

де α_0 та α_n – кути в початковій та кінцевій точках, $l_k = |\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_{k-1}|$.

Запропонований комбінаторно-варіаційний алгоритм містить наступні чотири пункти.

1. Спочатку кінці створюваних дуг (3) по чергово збігаються з радіус-векторами (1) для побудови неперервного обводу з n елементів. Кількість вихідних точок, що пропускаються базовою поточною дугою, встановлюється рівною нулю.

Примітка. Надалі кінці всіх дуг теж визначаються кортежем (1), а розташування інших вершин їх характеристичних трикутників обчи-

слюється за допомогою кутів α_i співвідношення (4).

2. Зменшується поточне число елементів кортежу (2) на одиницю. Якщо воно стає нулем, то переходимо до пункту 4. Інакше кількість вихідних точок, що пропускається базовою поточною дугою, збільшується на одиницю та генеруються подальші комбінаторні варіанти складеного обводу шляхом ігнорування належного числа вихідних точок між кінцями створюваної базової поточної дуги, які по черговому розташовуються починаючи з P_n та поступово рухаються аж до положення P_0 .

3. Перехід до пункту 2.

4. Завершення алгоритму.

Наведений порядок подає процес дефініції комбінаторних різновидів досліджуваного обводу. Для забезпечення побудови параметричних варіантів цієї складеної лінії крім виразу (4) можна використовувати й інші відповідні аналітичні та дискретні залежності, змінювання величин вагових коефіцієнтів w_{1j} і т. п. Наприклад, коли останні мають нульові значення, то проаналізоване формоутворення зводиться до варіантного моделювання ламаних.

Зауважимо, що за описаних вище умов кривою (3) інтерполюється максимум тільки три довільні вихідні точки. Більша їх кількість апроксимується на підставі викладеного в роботі [5] підходу.

Поданий алгоритм певною мірою є інваріантним до застосовуваних кривих. Так, зокрема, без змін залишається його комбінаторна частина в разі використання замість параметричних кривих другого порядку їх узагальнень у вигляді неоднорідних раціональних B-сплайнів [6]. При цьому з'являється можливість гнучкого варіантного геометричного моделювання не тільки плоских складених обводів другого та вищих порядків гладкості, а й відповідних просторових ліній.

Висновки. У даній статті запропоновано алгоритм комбінаторно-варіаційного формоутворення складених обводів, який проілюстровано на прикладі кривих другого порядку у векторній раціональній параметричній формі. Окреслено напрямки його подальшого удосконалення шляхом застосування, зокрема, неоднорідних раціональних B-сплайнів.

Література

1. Ванін В.В. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Вип. 23. – Харків: ХДУХТ, 2009. – С. 42-48.
2. Ванін В.В. Застосування структурно-параметричного підходу як методології комп'ютерної комбінаторно-варіаційної геометрії /

- В.В. Ванін, Г.А. Вірченко, В.Г. Вірченко // Прикладна геометрія та інж. графіка. – Вип. 87. – К.: КНУБА, 2011. – С. 12-17.
3. *Ванін В.В.* Оптимальне варіантне геометричне моделювання технічних об'єктів / В.В. Ванін, В.Г. Вірченко // Прикладна геометрія та інж. графіка. – Вип. 89. – К.: КНУБА, 2012. – С. 22-27.
 4. *Ванін В.В.* Применение комбинаторно-вариационного подхода для компьютерного геометрического моделирования инженерных конструкций и сооружений / В.В. Ванин, С.Л. Шамбина, В.Г. Вирченко // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – №4. – М.: ИПК РУДН, 2013. – С. 3-8.
 5. *Вірченко В.Г.* Комбінаторно-варіаційне моделювання обводів із використанням кривих другого порядку / В.Г. Вірченко // Прикладна геометрія та інж. графіка. – Вип. 91. – К.: КНУБА, 2013. – С. 46-52.
 6. *Роджерс Д.* Математические основы машинной графики: пер. с англ. / Д. Роджерс, Дж. Адамс. – М.: Мир, 2001. – 604 с.

АЛГОРИТМ КОМБИНАТОРНО-ВАРИАЦИОННОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СОСТАВНЫХ ОБВОДОВ

Г.А. Вирченко

Аннотация - в данной публикации на примере применения кривых второго порядка в векторной рациональной параметрической форме представлен алгоритм комбинаторно-вариационного геометрического моделирования составных обводов, обозначены соответствующие перспективные направления проведения дальнейших научных исследований.

ALGORITHM FOR COMBINATORIAL-VARIATION GEO- METRIC MODELING OF STACKED CONTOURS

G. Virchenko

Summary

In this publication on example of the second-order curves in vector rational parametric form is given combinatorial-variation algorithm for geometric modelling of compound contours. The article presents the corresponding mathematical justification. The work also identified promising directions for further research.