

**УДК 621.43****К ВОПРОСУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА  
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПОРШНЕВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ  
ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ**

Агуреев И. Е., д.т.н., проф.,

Малиованов М. В., д.т.н., проф.,

Хмелев Р. Н., д.т.н., проф.

*Россия, Тульский государственный университет*

Тел. (4872) 35-05-01

**Аннотация** – статья посвящена сравнительному анализу математических моделей, применяемых для исследования функционирования и расчета поршневых двигателей как системы «в целом». Более подробно рассмотрены наиболее перспективные – динамические модели. Приведены результаты расчетов поршневых двигателей с помощью разработанных авторами динамических моделей.

**Ключевые слова** – поршневой двигатель, математическое моделирование, динамическая модель.

*Постановка проблемы.* Современный этап теоретических исследований поршневых двигателей внутреннего сгорания (ПДВС) характеризуется большим разнообразием применяемых математических моделей, сложность которых постоянно возрастает. Математическое моделирование как инструмент исследования в современной теории поршневых двигателей занимает значительное место и способствует их быстрому развитию. Эволюция моделирования ПДВС в настоящее время происходит в направлении все более детального учета множества различных факторов, повышения точности и придания моделям натуральных свойств.

*Анализ последних исследований.* Как показал проведенный анализ работ, в связи с развитием вычислительной техники и значительными успехами в области моделирования ПДВС, вопросам построения модели двигателя как системы «в целом» уделяется все больше внимания. Под данными моделями понимаются математические модели, отражающие процесс функционирования двигателя во времени как единой системы. При построении этих моделей важным является согласование математического описания

взаимосвязанных процессов различной природы, определяющих функционирование ПДВС, при невысоких затратах вычислительных ресурсов.

*Формулирование целей статьи (постановка задания).* Настоящая статья посвящена сравнительному анализу математического описания процесса функционирования ПДВС. Более подробно рассмотрены наиболее перспективные – динамические модели. Приведены результаты расчетов и исследований ПДВС с помощью разработанных авторами динамических моделей.

*Основная часть.* В настоящее время для исследования функционирования и расчета ПДВС в целом применяются модели, которые, в соответствии с их характерными особенностями, можно объединить в следующие четыре класса:

- термодинамические;
- механические;
- информационные;
- динамические.

Термодинамические модели [1-3] получили наибольшее распространение и представляют собой математические модели рабочих процессов ПДВС. В качестве основной системы уравнений в данном случае используются уравнения (1) баланса массы и энергии рабочего тела, дополненные зависимостями для расчета теплоемкости рабочего тела, теплообмена, газообмена, подачи топлива, смесеобразования, сгорания и выбросов вредных веществ.

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = \sum_{j=1}^k G_{nj} - \sum_{j=1}^k G_{pj} \\ \frac{dU}{dt} = \sum_{j=1}^k G_{nj} i_{nj} - \sum_{j=1}^k G_{pj} i_{pj} + \dot{Q} - p \frac{dW}{dt} \end{cases}; \quad (1)$$

где  $G_{nj}$  и  $G_{pj}$  – секундный массовый приход и расход газа через  $j$ -е клапанное отверстие;  $\dot{Q}$  – секундный приход (расход) энергии в форме теплоты;  $i$  – удельная энтальпия газовой среды.

Рассматриваемые модели, как правило, с высокой степенью достоверности описывают только внутрицикловое изменение показателей рабочих процессов двигателя. Режим работы ПДВС в данном случае задается значениями частоты вращения коленчатого вала и цикловой подачи топлива (коэффициента избытка воздуха).

Механические модели [4-6] базируются на уравнении динамики системы «двигатель – потребитель»:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{\partial} - M_c}{J_{np}}, \quad (2)$$

где  $M_{\partial} = M_i - M_n$ ;  $M_n$  – момент внутренних потерь;  $M_i$  – индикаторный момент двигателя.

В рассматриваемых моделях осредненный момент двигателя определяется при помощи функциональных зависимостей вида:

$$M_{\partial} = f(\omega, p_k, h_p) \text{ [5]; } M_i = f(\eta_i) \text{ [4];}$$

$$M_i = f(p_i) \text{ [6]; } M_n = f(\omega),$$

где  $p_k$  – давление наддувочного воздуха;  $h_p$  – положение органа управления подачей топлива;  $p_i$  – среднее индикаторное давление;  $\eta_i$  – индикаторный КПД,  $\eta_i = f(\alpha, \omega)$ .

Механические модели позволяют получить зависимость  $\omega = f(t)$  при различных законах нагружения, однако требуют большого количества экспериментальных данных по конкретному двигателю, что ограничивает их применение.

Информационные модели [7-9] базируются на теории автоматического управления. В данном случае имеет место чисто математическая идентификация элементов ПДВС типовыми звеньями, используемыми в теории автоматического управления. Каждый элемент рассматривается как объект регулирования, имеющий входные и выходные величины, связь между которыми описывается дифференциальными уравнениями вида [9]:

$$T_{2A_i}^2 \frac{d^2 A_i}{dt^2} + T_{1A_i} \frac{dA_i}{dt} + A_{i0} = K_i \Delta M_c, \quad (3)$$

где  $A_i$  – наблюдаемый показатель ПДВС;  $A_{i0}$  – начальное значение наблюдаемого показателя ПДВС;  $T_{ij}$  – коэффициенты дифференциальных уравнений;  $K_i$  – коэффициенты усиления;  $\Delta M_c$  – закон изменения момента сопротивления, действующий на коленчатый вал двигателя. Используя принцип суперпозиции, с помощью дифференциальных уравнений (3) анализируют поведение двигателя в различных режимах работы.

Рассматриваемые модели применяются для совершенствования систем автоматического управления двигателями. В качестве недостатка информационных моделей следует отметить необходимость экспериментального определения коэффициентов дифференциальных уравнений.

Динамические модели ПДВС делятся на два класса: квазидинамические и собственно динамические модели.

Особенностью квазидинамических моделей [10-12] является

совместное применение для описания работы двигателя системы уравнений, включающей уравнения (1) и (2). При этом осредненный момент двигателя определяется на основе индикаторной диаграммы, полученной расчетным путем. В данном случае работа двигателя рассматривается как процесс, состоящий из последовательного ряда отличающихся друг от друга рабочих циклов, идентичных циклам установившихся режимов. Применение квазидинамических моделей связано с принятием допущения о существовании устойчивого установившегося режима работы двигателя в течение отдельно взятого цикла без выявления этого факта, что искажает динамические свойства двигателя. При этом расчет изменения угловой скорости ведется на крупной сетке с шагом, эквивалентным продолжительности цикла.

Собственно динамические модели [13-19] лишены отмеченных недостатков, поскольку описывают работу двигателя как с учетом внутрициклового, так и межциклового изменения показателей двигателя. В основу рассматриваемых моделей положены дифференциальные уравнения (1) и (2). При этом мгновенное значение движущего момента в уравнении (2) определяется следующим образом (для одноцилиндрового двигателя):

$$M_{\partial} = a_4 \left[ (p - p_0) f_n - F_{mp} - a_3 m_n \omega^2 - a_2 m_n \frac{d\omega}{dt} \right],$$

где  $p_0$  – давление рабочего тела под поршнем;  $F_{mp}$  – сила трения в цилиндро-поршневой группе;  $m_n$  – приведенная масса частей двигателя, совершающих возвратно-поступательное движение;

$$a_2 = r_k \cdot \left( \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right); \quad a_3 = r_k \cdot (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi);$$

$$a_4 = r_k \sin \varphi \left[ 1 + \frac{\lambda \cos \varphi}{1 - \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\varphi)} \right]; \quad \lambda = \frac{r_{kp}}{l_{ш}},$$

где  $r_{kp}$  – радиус кривошипа;  $l_{ш}$  – длина шатуна.

Из рассмотренных типов моделей наиболее перспективными следует считать **собственно динамические модели** по следующим причинам.

1) Данные модели на более высоком уровне описывают переходные режимы работы ПДВС как системы «в целом» по сравнению с остальными моделями за счет полного учета внутрициклового и межциклового изменения показателей работы двигателя. В частности, расхождения результатов расчетов [16] переходных режимов работы ПДВС по собственно динамической и

квазидинамической моделям в определении характеристик системы топливоподачи достигают 23 %, параметров газозвдушного тракта – 2 %, эффективных показателей работы двигателя – 12 % (рис. 1).

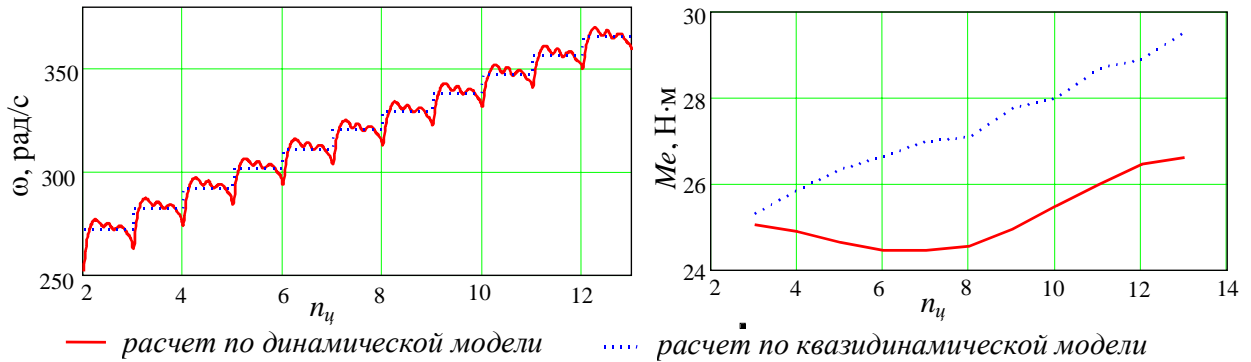


Рис. 1. Результаты расчета угловой скорости и крутящего момента в переходном режиме, полученные с помощью динамической и квазидинамической моделей

2) С помощью данных моделей в общем случае осуществляется многоцикловой расчет переходных режимов работы ПДВС, при этом установившийся режим рассматривается как частный случай переходного. Таким образом, рассматриваемые модели позволяют в полном объеме выполнять расчеты как статических (рис. 2), так и динамических характеристик (рис. 3, 4) ПДВС [16].

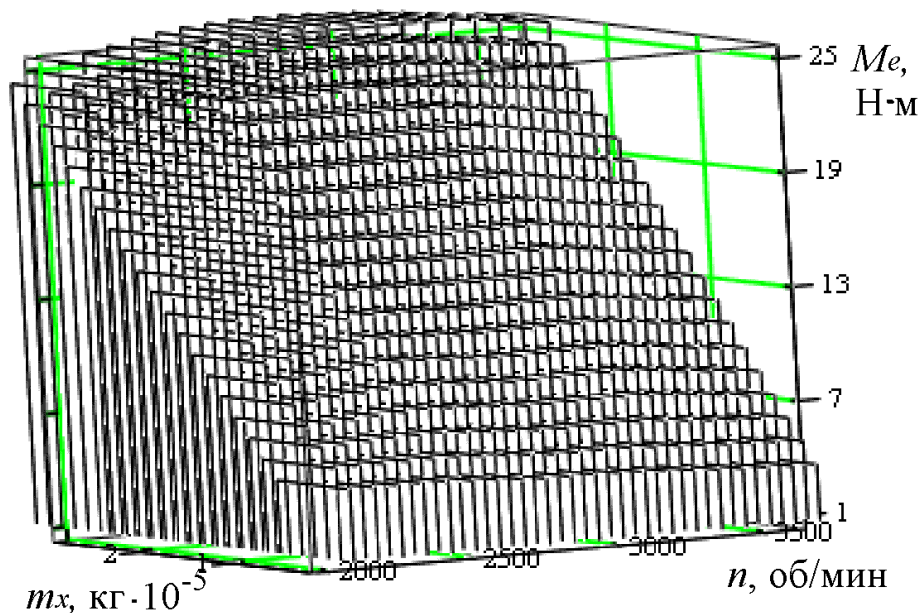


Рис. 2. Статические характеристики ПДВС

3) Данные модели является открытыми, что создаёт возможность (определяя форму представления) подсоединения к ним моделей процессов, протекающих в цилиндрах и системах ПДВС [16].

4) Использование собственно динамических моделей позволяет рассматривать ПДВС как нелинейную диссипативную термомеханическую систему, для которой в полной мере применим аппарат нелинейной динамики.

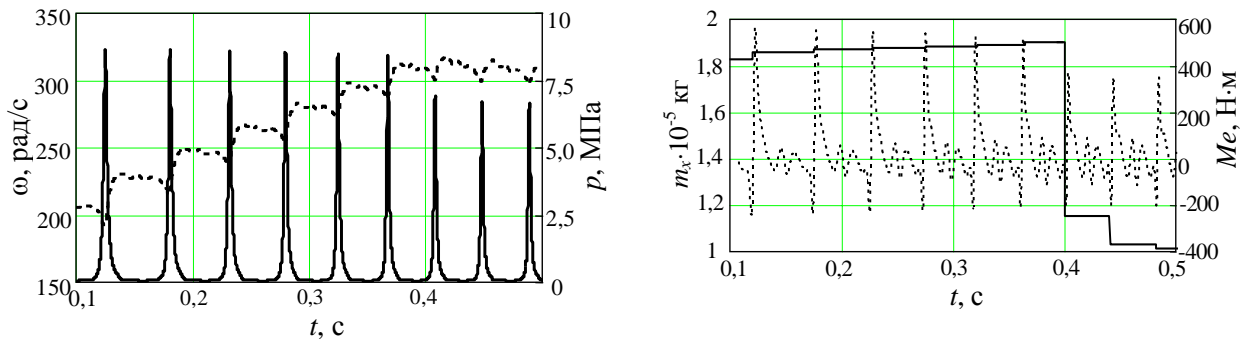


Рис. 3. Изменение показателей работы дизеля ТМЗ-450Д на переходном режиме

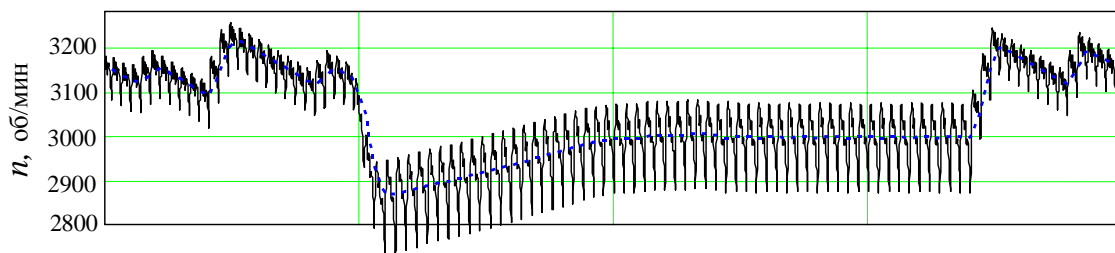


Рис. 4. Динамические характеристики ПДВС при набросе нагрузки

Нелинейная динамика [20-22] становится теоретической основой для исследования сложных явлений, присущих ПДВС. Среди них отметим следующие.

1. Возможность существования одновременно нескольких направлений развития переходных процессов. Такая возможность обусловлена: а) выбором начальных и/или граничных условий; б) принятыми значениями параметров модели. В первом случае наблюдается переход к какому-то одному из множества возможных режимов, обладающих собственными областями притяжения. В другом могут наблюдаться перестройки множеств возможных режимов и соответствующих решений моделей.

Приведем построенную с помощью собственно динамической модели границу между двумя устойчивыми типами поведения – положением равновесия ( $\omega = 0$ ) и устойчивым предельным циклом, полученную для одной и той же последовательности изменения

регулюючих органів. В якості початкового умови вибрано значення кулової швидкості.

2. Бифуркаційний характер залежності динамічних (фазових) змінних від параметрів конструкції, властивостей робочих тел і т.д. На рис. 5 показана бифуркаційна діаграма, розділяюча область моменту інерції вращаючихся деталей ПДВС на часті, що відповідають наявності стійкого граничного циклу і стійкого стану рівноваги ( $\omega = 0$ ). Побудовані межі є умовами бифуркаційного переходу: втраті стійкості граничного циклу. Данна бифуркація широко розглянута в теорії і практиці ПДВС в формі проблеми пускових якостей і проблеми зупинки (втрати стійкості) двигача при перевищенні моментом навантаження допустимого значення. На рис. 6 область стійкої роботи ПДВС розташована над графіком.

3. Існування складних стаціонарних режимів, які описуються не єдиною, повторюючоюся із циклу в цикл індикаторною діаграмою, а є по суті нерегулярним (хаотичним) режимом. На більш глибокому рівні бифуркаційні властивості ПДВС розглядаються в відомій проблемі міжциклової неідентичності (МЦН) [23-26]. Показано, що МЦН може розглядатися як результат переходу до нерегулярного (хаотичного) режиму. В роботах [23-26] наведено, в частині, дані, що показують залежність виду робочого процесу ПДВС від складу суміші. Відзначимо, що власне динамічна модель ПДВС навіть в 0-мерній постановці вже здатна демонструвати здатність до бифуркаційного переходу до нерегулярного (хаотичного) режиму. На рис. 6 наведено послідовність індикаторних діаграм, яким відповідають цикли періода 1, 2, 4, 8, 3, а також хаотичний режим, який може вважатися відображенням МЦН.

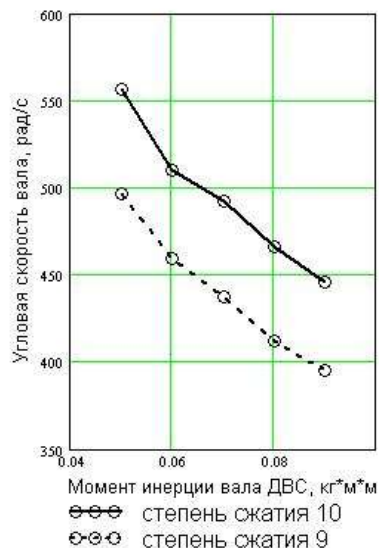


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма (границы потери устойчивости предельных циклов) для одноцилиндрового бензинового ПДВС

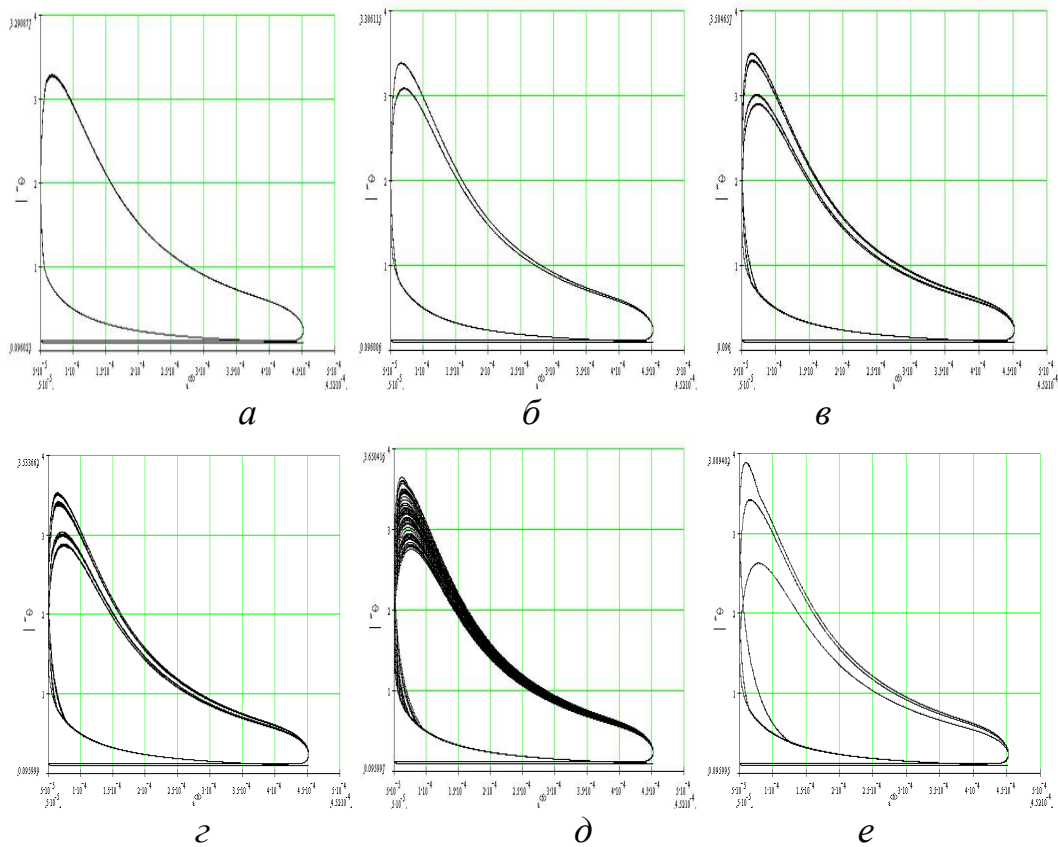


Рис. 6. Проекция фазовых портретов (индикаторные диаграммы) различных аттракторов модели ПДВС в зависимости от параметра внешней нагрузки:

- а –  $M_c = 0,235 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$  (цикл периода 1); б –  $0,2324 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$  (цикл периода 2); в –  $0,2304 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$  (цикл периода 4); г –  $0,23 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$  (цикл периода 8); д –  $0,22945 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$  (хаотический режим); е –  $0,2288 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$  (цикл периода 3).

4. Способность к генерации упорядоченных (диссипативных) структур на самых различных уровнях описания.

Рассмотренные динамические модели могут успешно применяться при проектировочных расчетах ПДВС, что проиллюстрировано в работах [16].

*Выводы.* В настоящей работе на основе приведенного анализа показана перспективность применения и дальнейшего развития собственно динамических моделей ПДВС.

Данные модели позволяют описать работу двигателя как единой динамической системы с учетом сложных взаимосвязей ее элементов. Поршневой двигатель как сложная система обладает особыми



системними свойствами, не присущими отдельным элементам. Эти свойства появляются в результате совмещения функций во времени и в пространстве. Таким образом, свойство выполнять заданную целевую функцию реализуется только системой в целом, а не отдельными её элементами.

Отмеченное позволяет рассматривать динамические модели как эффективный инструмент оптимизационных расчетов поршневых двигателей на установившихся и переходных режимах.

#### Литература:

1. Программа ДИЗЕЛЬ-РК: Моделирование и оптимизация рабочих процессов ДВС / А.С. Кулешов [и др.] // Сб. науч. тр. междунар. конф. «Двигатель-2010». - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. - С. 287-291.
2. *Васильев А.В.* Математическое моделирование рабочих процессов ДВС: учеб. пособие / А.В. Васильев, Е.А. Григорьев. - Волгоград: Изд-во Волгоград. гос. техн. ун-та., 2002. - 67 с.
3. *Гаврилов А.А.* Расчет циклов поршневых двигателей : учебн. пособие / А.А. Гаврилов, М.С. Игнатов, В.В. Эфрос. - Владимир: ВлГУ, 2003. - 124 с.
4. *Кузнецов А.Г.* Разработка методов и средств повышения эффективности работы дизелей на динамических режимах: автореф. дис... докт. техн. наук / А.Г. Кузнецов. - Москва, 2010 - 32 с.
5. Влияние формы внешней скоростной характеристики на токсичность отработавших газов дизеля в переходных процессах / В.А. Марков [и др.] // Сб. научн. тр. по матер. междунар. конф. «Двигатель 2007». - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. - С. 329-335.
6. *Эпштейн А.С.* Расчет переходных процессов комбинированных двигателей типа Д100 // Проблемы развития комбинированных двигателей внутреннего сгорания. - М.: Машиностроение, 1968. - С. 205-224.
7. *Крутов В.И.* Автоматическое регулирование и управление двигателями внутреннего сгорания / В.И. Крутов. - М.: Машиностроение, 1989. - 416 с.
8. *Патрахальцев Н.Н.* Неустановившиеся режимы работы двигателей внутреннего сгорания : Монография. – М.: РУДН, 2009. – 380 с.
9. *Хайрtdинов И.Н.* Разработка методов и динамической математической модели для исследования дизелей при неустановившихся нагрузках : автореф. дис...канд. техн. наук / И.Н. Хайрtdинов. - Казань, КГАУ, 2003. - 20 с.
10. Regner G. Анализ переходных ездовых циклов с применением совместного моделирования CRUISE – BOOST / G.Regner [и др.] ;

AVLListGmbH. – 12 с. – Режим доступа: [http://www.aps-c.ru/publications/boost\\_cruise\\_rus.pdf](http://www.aps-c.ru/publications/boost_cruise_rus.pdf).

11. Тимошенко Д.В. Исследование и улучшение динамических качеств переходных режимов работы КДВС : дис... канд. техн. наук / Д.В. Тимошенко. - Хабаровск, 2004. - 196 с.

12. Малоземов А.А. Повешение эффективности многофункциональных энерготехнологических комплексов совершенствованием двигатель-генераторных установок : автореф. дис... докт. техн. наук / А.А. Малоземов. - Челябинск, 2011. - 34 с.

13. Агуреев И.Е. Нелинейные динамические модели поршневых двигателей внутреннего сгорания: Синергетический подход к построению и анализу: монография / И.Е. Агуреев. - Тула: Изд-во ТулГУ, 2001. - 224 с.

14. Малиованов М.В. Динамическая теория ДВС (целесообразность создания и этапы разработки) / М.В. Малиованов // Изв. ТулГУ, Сер. «Автомобильный транспорт». - Тула: Изд-во ТулГУ, 1998. - Вып. 2. - С. 189-196.

15. Малиованов М.В. Тепломеханика как теоретическая база исследования ДВС / М.В. Малиованов // Изв. ТулГУ «Вопросы проектирования и эксплуатации автотранспортных средств и систем». - Тула: Изд-во ТулГУ, 1995. - С. 154-162.

16. Хмелев Р.Н. Разработка теоретических основ определения параметров поршневых двигателей как единой динамической системы для повышения эффективности их функционирования : автореф. дис... докт. техн. наук. - Тула, 2011. - 40 с.

17. Falcone P. Torque generation model for Diesel Engine / P. Falcone [и др.] // 42nd IEEE Conference on Decision and Control 2003, Hawaii, USA, Dicembre 2003.

18. Guzzella L. Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems / L. Guzzella, C. Onder. Berlin; Heidelberg : Springer-Verlag, 2010. – 354 p.

19. Kao M. Turbocharged Diesel Engine Modeling for Nonlinear Engine Control and State Estimation / M. Kao, J.J. Moskwa // ASME Transactions : Journal of Dynamic Systems Measurement and Control. – 1995. - Vol. 117, No. 1. – P. 20-30.

20. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. - М.: Эдиториал УРСС, 2004. - 320 с.

21. Малинецкий Г.Г. Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов, А.В. Подлазов. - М.: КомКнига, 2006. - 280 с.

22. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций) / С.П. Кузнецов. - М.: Изд-во физико-математической лит., 2006. - 356 с.

23. Daw C. A simple model for cyclic variations in a spark-ignition engine / C. Daw [и др.] // SAE Technical Paper Series : Paper No.962086. - 1996.
24. Daw C. Observing and modeling nonlinear dynamics in an internal combustion engine / C. Daw [и др.] // Physical Review E. - 1998. - Vol.57, No.3. - P. 2811–2819.
25. Green J.B. Time irreversibility and comparison of cyclic-variability models / J.B.Green [и др.] // SAE Technical Paper Series : Paper No. 1999-01-0221. - 1999.
26. Wendeker M. Nonperiodic oscillations in a spark ignition engine / M. Wendeker [и др.]// Int. J. Bifurcations and Chaos. - 2004.- Vol.14. - P.1801-1806.

### **ДО ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ ПРОЦЕСУ ФУНКЦІОНУВАННЯ ПОРШНЕВИХ ДВИГУНІВ ВНУТРІШНЬОГО СГОРЯННЯ**

Агурєєв І.Е., Маліованов М.В., Хмельов Р.Н.

**Анотація** - стаття присвячена порівняльному аналізу математичних моделей, що застосовуються для дослідження функціонування та розрахунку поршневих двигунів як системи «в цілому». Більш детально розглянуті найбільш перспективні - динамічні моделі. Наведено результати розрахунків поршневих двигунів за допомогою розроблених авторами динамічних моделей.

### **ABOUT MATHEMATIC DESCRIPTION OF THE INTERNAL COMBUSTION ENGINE**

I. Agureyev, M. Maliovanov, R. Khmelev

#### *Summary*

**An article describes comparative analysis of mathematic models, which is used for research of functioning and calculation of the piston engine as the whole system. The article considers the most perspective models - dynamic ones. Results developed by authors' dynamic models are shown.**