

УДК 532.517

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ РОБОЧОЇ РІДИНИ  
В ЛАБІРИТНО-ГВИНТОВОМУ НАСОСІ**

Лебедєв А. Ю.,

*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»*

Тел. +380 (57) 707-66-00

Мальцев Я. І., к.т.н, доц.

*Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля*

Тел. (057) 707-61-28

**Анотація** – в статті наведено результати математичного моделювання течії робочої рідини в проточній частині лабіринтно-гвинтового насоса. Отримані лінії течії та розподіл тиску по довжині насоса дозволяють обґрунтовано проводити вибір конструктивних параметрів його робочих органів і частоти обертання гвинта.

**Ключові слова** – лабіринтно-гвинтовий насос, математичне моделювання, робочі органи, лінії течії, розподіл тиску.

*Постановка проблеми.* Лабіринтно-гвинтові насоси (ЛГН), робота яких основана на використанні турбулентного тертя, а вихідні характеристики залежать від конструктивних параметрів його робочих органів (форми проточної частини) та частоти обертання гвинта, знайшли широке застосування в хімічній, нафтовій та інших галузях промисловості. На сьогодні турбулентна течія в проточній частині таких насосів недостатньо вивчена і потребує проведення подальших досліджень. Розроблені нами інтегральна методика розрахунку робочої характеристики та методика визначення нерівномірності подачі дозволяють визначити аналітичним шляхом робочі характеристики ЛГН [1]. Однак вони не дозволяють встановити особливості робочого процесу в його проточній частині, а саме в гвинтовій канавці утвореної виступами втулки та западинами гвинта. Тому, математичне моделювання течії робочої рідини (РР) в проточній частині ЛГН є актуальною науково-технічною задачею, вирішення якої дозволить уточнити його фізичну модель, обґрунтовано проводити вибір конструктивних параметрів його робочих органів і частоти обертання гвинта.

*Аналіз останніх досліджень.* Методам математичного опису робочих процесів в лабіринтно-гвинтових канавках присвячені роботи Голубєва А.І., Лур'є З.Я., Марцинковського В.А., Глікмана Б.Ф., Попова Д.М., Панченка А.І., Сьоміна Д.О., Андренка П.М., Склярєвського О.М. Мочальна Є.В., Туріка В.М. та ін. В переважній більшості таких робіт розглядається течія в елементах і пристроях гідроагрегатів та ущільненнях, наприклад в роботах [2, 3]. В роботі [4] наведені методика та результати математичного моделювання течії РР в проточній частині гідроапаратів. В ній розглядається двовимірною течія РР, тому розроблена методика не може бути цілком використана при розрахунку ліній течії та розподілу тиску по довжині ЛГН.

Значний внесок в математичне моделювання течії РР в елементах гідропневмоагрегатів зроблено на кафедрі прикладної гідроаеромеханіки Сумського державного університету під керівництвом завідувача кафедрою проф. Євтушенко А.О., робота [5] й ін. та на кафедрі гідрогазодинаміки Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля під керівництвом проф. Сьоміна Д.О., робота [6] й ін. В виконаних роботах розглядається течія РР в лопатевих гідромашинах та вихрових виконавчих пристроях, а течія рідини в лабіринтно-гвинтових насосах не розглядається.

В роботах [7, 8] описано робочий процес та наведена методика розрахунку і проектування ЛГН. При описі робочого процесу в цих роботах течію РР в насосі розглядають як течію між розгортками поверхонь гвинта та втулки, які рухаються у взаємно протилежних напрямках. Говориться, що експериментальним шляхом проводилась візуалізація течії РР в гвинтовій канавці утвореної виступами втулки та западинами гвинта. За результатами проведених експериментальних досліджень встановлено, що течія РР в гвинтовій канавці турбулентна з незгасаючими пульсаціями місцевої швидкості. Однак результати даних експериментів у вигляді ліній течії РР та розподілу тиску по довжині насоса не наведені.

Проведений аналіз літературних джерел дозволив встановити, що до теперішнього часу не розроблено методики розрахунку ліній течії РР та розподілу тиску по довжині ЛГН яка дозволяла обґрунтовано проводити вибір конструктивних параметрів його робочих органів і частоти обертання гвинта.

*Формулювання цілей статті (постановка завдання).* Отримати лінії течії та розподіл тиску по довжині ЛГН, уточнити фізичну модель течії РР в його проточній частині.

*Основна частина.* При визначенні течії РР в ЛГН приймалось, що одна вісь співпадає з віссю ЛГН, втулка насоса знаходиться у нерухомому стані, втулка та гвинт абсолютно жорсткі. Розглядали

ізотермічну течію ньютонівської рідини для якої коефіцієнт динамічної в'язкості є величиною сталою. Розглядалась тримірна задача течії в'язкої нестисливої РР ( $\rho = \text{const}$ ), для якої рівняння руху та нерозривності можуть бути записані в виді [9]:

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \overline{\text{grad} p} + \nu_{\text{eff}} \nabla^2 \bar{V}, \quad (1)$$

$$\text{div} \bar{V} = 0, \quad (2)$$

де,  $\bar{V}$  – швидкість;  $\nabla$  – оператор Гамільтона;  $t$  – час;  $\bar{F}$  – головний вектор масових сил, що припадають на одиницю маси РР і мають розмірність прискорення;  $\rho$  – питома маса РР;  $p$  – тиск РР;  $\nu_{\text{eff}} = \nu_t + \nu_T$ , а  $\nu_t$ ,  $\nu_T$  – відповідно молекулярна і турбулентна (вихрова) кінематичні в'язкості РР.

Для замикання математичної моделі була використана модифікована двошарова « $k - \omega$ » модель турбулентності переносу зсувних напруг Ментера. Яка дає задовільні результати для розрахунків обмежених стінками потоків та враховує вплив структури турбулентності з боку шарів рідини, розташованих вище за течією, а також нечутлива до граничних умов у зовнішньому потоці [10, 11],

$$\nu_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)}, \quad (3)$$

де  $a_1 = 0,31$  – емпіричний коефіцієнт;  $k$  – кінетична енергія турбулентності;  $\omega$  – питома (в одиниці об'єму) швидкість дисипації;  $\Omega$  – абсолютна величина завихреності;  $F_2$  – змішувальна функція:

$$F_2 = \tanh \left[ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right],$$

де  $y$  – відстань від стінки;  $\beta^*$  – константа, яка рівняється 0,075.

Зміна в часі й просторі кінетичної енергії турбулентності й питомої швидкості її дисипації описуються рівняннями переносу характеристик турбулентності:

$$\begin{cases} \frac{\partial k}{\partial t} + V_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \sigma_{k1} \nu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]; \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + V_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \Omega^2 - \beta \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \sigma_{\omega1} \nu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \end{cases} \quad (4)$$

де  $P_k = \min \left( \tau_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial x_j}, 10 \beta^* k \omega \right)$  – генеративний турбулентний член;

$$F_1 = \tanh \left\{ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right]^4 \right\} - \text{емпірична функція};$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) - \text{позитивна частина перехресних}$$

дифузійних членів.

Математичне моделювання течії РР у насосі проводилося при таких значеннях констант моделі турбулентності:  $\sigma_{k1} = 0,85$ ;  $\sigma_{k2} = 1$ ;  $\sigma_{\omega 1} = 0,5$ ;  $\sigma_{\omega 2} = 0,856$ ;  $\alpha_1 = 5/9$ ;  $\alpha_2 = 0,44$ ;  $\beta_1 = 3/40$ ;  $\beta_2 = 0,0828$ , обумовлених рівнянням  $\phi = \phi_1 F_1 + \phi_2 (1 - F_1)$ .

Зазначимо, що при дослідженнях, рівняння (1 – 4) розглядаються разом з початковими та граничними умовами, тобто розв'язується класичне завдання гідродинаміки. Початковими умовами зазвичай є розподіл проекцій швидкостей в області течії в початковий момент часу  $t_0$ , а граничними умовами – значення шуканих функцій у точках границі в усі моменти часу. Відзначимо, що розв'язання такого завдання натрапляє на математичні труднощі і воно вирішене тільки для видів течій, які мають найпростіші граничні умови [9]. При розв'язанні (1) і (2) приймаються ряд припущень, що накладаються на розподіл фізичних величин, безперервність функцій, існування похідних тощо, і виключають ті фізичні явища, які не враховані даною математичною моделлю. Приймають також, що значення температури й в'язкості РР дорівнюють їх середнім значенням.

*Моделювання течії РР у проточній частині ЛГН.* При математичному моделюванні приймалось, що робочі органи насоса мають такі розміри: втулка з номінальною внутрішньою розточкою діаметра – 62 мм, кроком нарізки одного гвинта – 112 мм, числом заходів – 10, нарізка ліва; гвинт з зовнішнім діаметром 61 мм, кроком нарізки одного гвинта – 112 мм, числом заходів – 10, довжина гвинта – 112 мм, нарізка ліва; канавки втулки та гвинта мають напівкруглу форму радіусом 4,5 мм; радіальний зазор між втулкою та гвинтом – 0,5 мм; гідравлічний радіус – 2,25 мм. РР має густину –  $\rho = 920 \text{ кг/м}^3$ , кінематичну в'язкість –  $\nu_i = 25 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , температуру –  $T = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ , вміст повітря – 0,8 %. Тиск на вході в насос дорівнює атмосферному. Гвинт обертається з частотою – 2900 об/хв. Розташування насоса вертикальне.

Для простоти завдання й програмної реалізації приймалися “жорсткі” граничні умови, а саме: на твердих стінках швидкості РР, внаслідок її присипання, дорівнює нулю; у вхідному і вихідному перетині проточної частини насоса статичний тиск дорівнює нулю.

Рішення гідродинамічної задачі проводилось у програмному комплексі з відкритим вихідним кодом OpenFOAM (OpenCFDLtd)

За результати математичного моделювання отримані розподіл тиску вздовж насоса та лінії току РР в гвинтових канавках у різні проміжки часу найбільш типові з яких наведені на рис. 1 – 4.

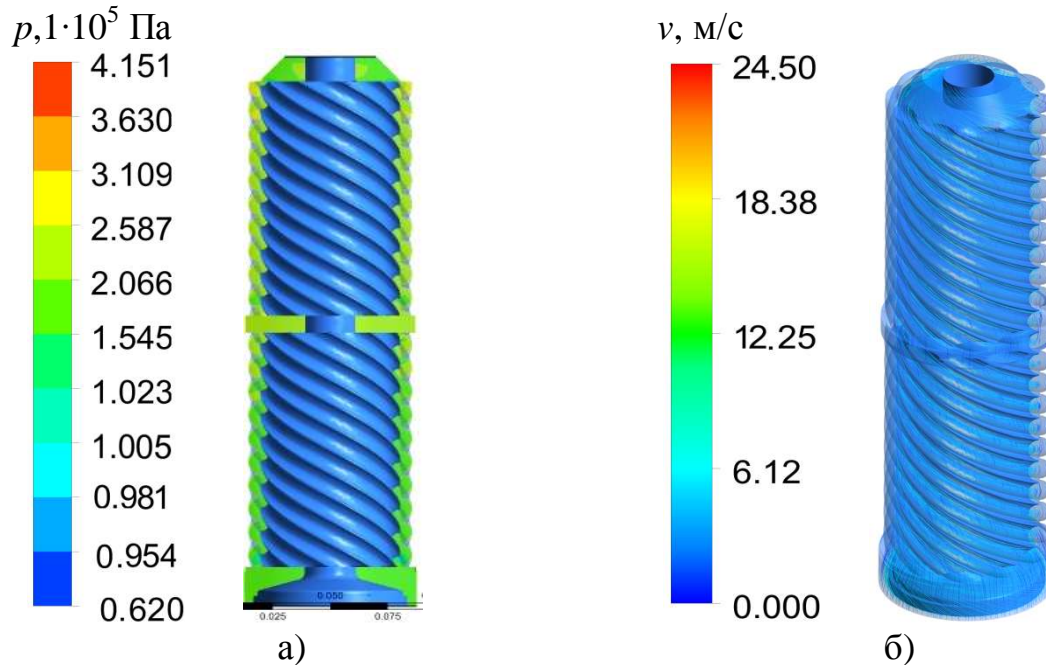


Рис. 1. Розподіл тиску вздовж насоса – а, лінії току РР в гвинтових канавках – б, при  $t = 0.00138889$  с; середня швидкість РР – 2.58 м/с.

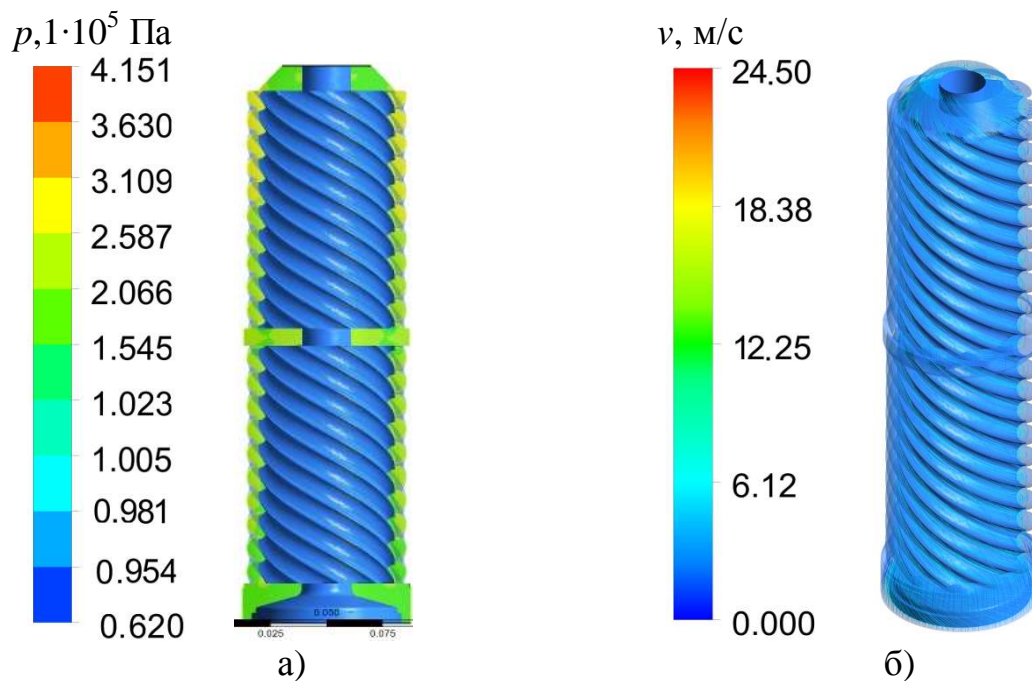


Рис. 2. Розподіл тиску вздовж насоса – а, лінії току РР в гвинтових канавках – б, при  $t = 0.00243056$  с; середня швидкість РР – 3.31 м/с.

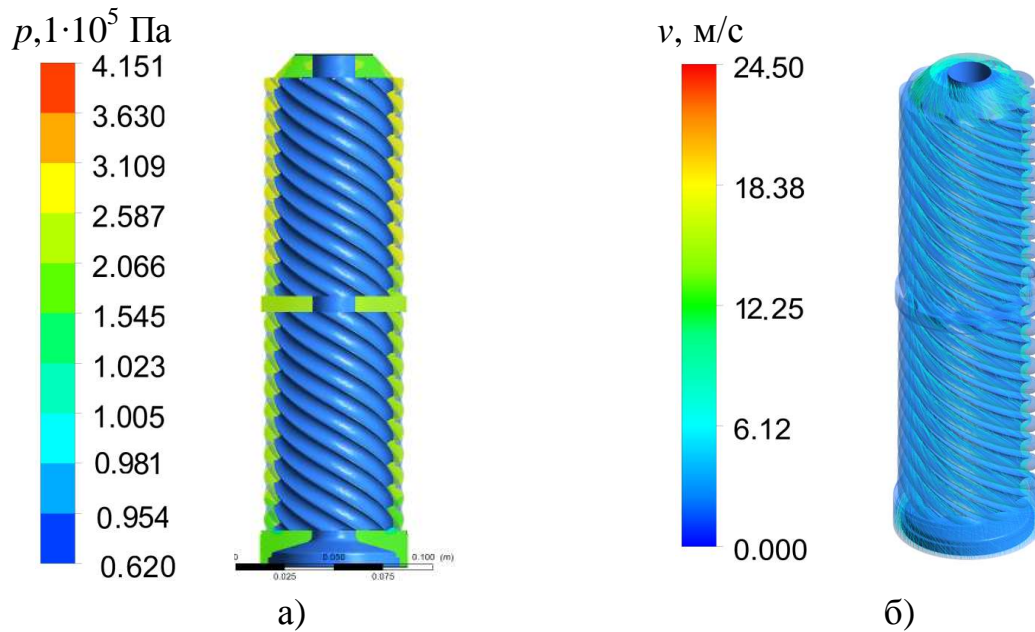


Рис. 3. Розподіл тиску вздовж насоса – а, лінії току РР в гвинтових канавках – б, при  $t = 0.00486111$  с; середня швидкість РР – 5.27 м/с.

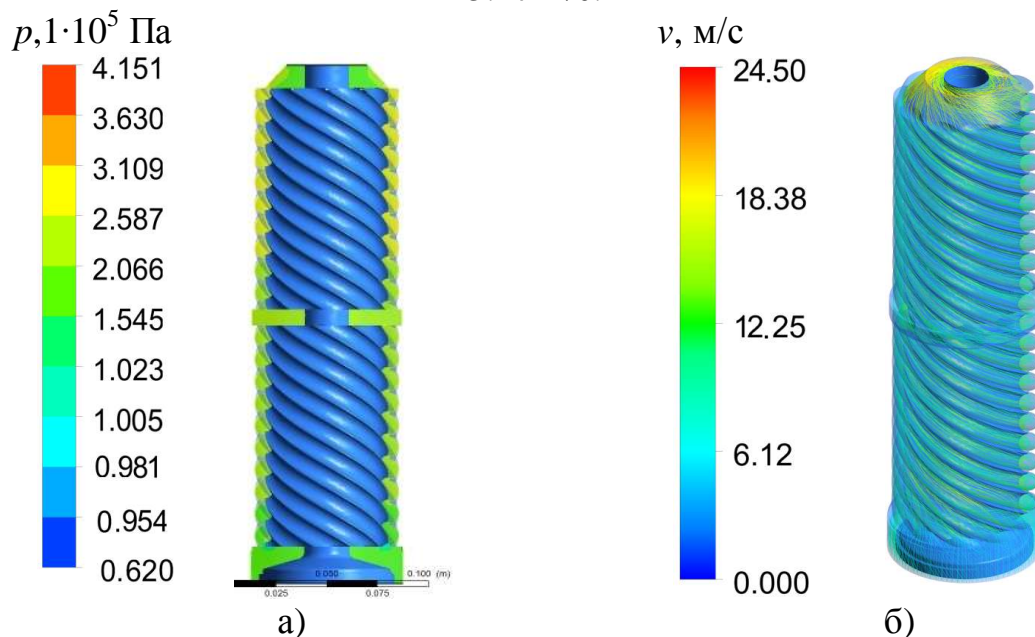


Рис. 4. Розподіл тиску вздовж насоса – а, лінії току РР в гвинтових канавках – б, при  $t = 0.04166670$  с; середня швидкість РР – 8.53 м/с.

Розподіл тиску вздовж насоса та лінії току РР в гвинтових канавках зображені на рис. 1 – 3, ілюструють початок роботи насоса, а на рис. 4 – усталений режим, який встановлюється в насосі за два обороти гвинта. Середня швидкість РР в гвинтовій канавці на початку роботи насоса становить 2.58 м/с, а в усталеному режимі – 8.53 м/с.

Як видно з отриманих результатів після виходу насоса на усталений режим роботи на його виході спостерігається пульсація

витрати, рис. 5. За результатами розрахунку нерівномірність подачі ЛГН становить 0,037.

Отримані результати дозволяють визначити в залежності від геометричних параметрів робочих органів ЛГН та частоти обертання гвинта його вихідні характеристики.

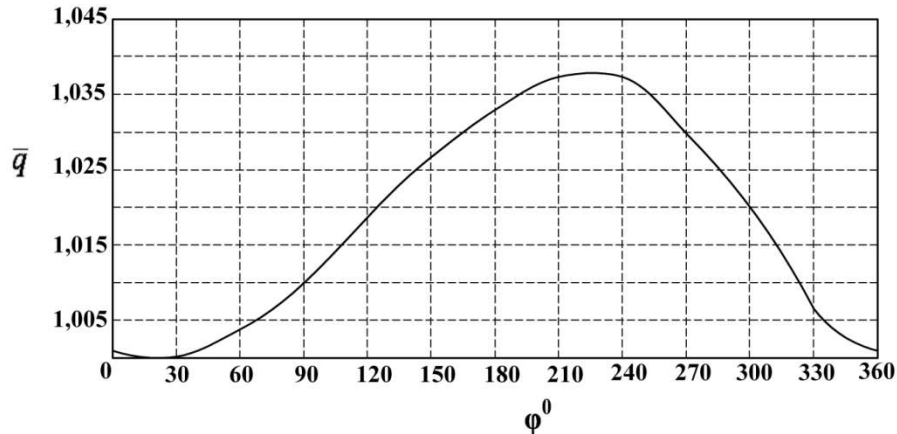


Рис. 5. Пульсація відносної витрати ( $\bar{q}(\varphi) = q(\varphi)/q_{\min}$ ) на виході ЛГН за один оборот гвинта в усталеному режимі

Розроблена методика моделювання течії РР у проточній частині ЛГН суттєво доповнює методику його розрахунку та проектування. Вона дозволяє встановити вплив геометричних параметрів його робочих органів насоса та частоти обертання гвинта на вихідні характеристики.

*Висновки.* Отримані за результатами математичного моделювання лінії течії в проточній частині лабіринтно-гвинтового насоса та розподіл тиску по його довжині, в різні проміжки часу, дозволяють обґрунтовано проводити вибір конструктивних параметрів його робочих органів і частоти обертання гвинта. Розроблена методика може бути використана при моделювання течії рідини в проточній частині гвинтових насосів.

#### Література:

1. Лебедев А.Ю. Интегральная методика розрахунку витратної характеристики лабіринтно-гвинтового насоса / А.Ю. Лебедев, П.М. Андренко // Вісник СумДУ. серія Технічні науки. – Суми: СумДУ. – 2011. – №4. – С. 20 – 25.
2. Марцинковский В.А. Бесконтактные уплотнения роторных машин / В.А. Марцинковский. – М.: Машиностроение, 1980. – 200с.
3. Лурье З.Я. Волновые процессы в объемных гидроагрегатах и анализ методов их математического описания / З.Я. Лурье, А.Н. Скляревский, В.В. Татьков // Вісник НТУ “ХПІ”. – 2005. – №28. – С. 105 – 116.
4. Андренко П.М. Визначення кута нахилу вектора швидкості потоку, для розрахунку гідродинамічної сили запорно-регулюючого елементу

гідроапарата / *П.М. Андренко* // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2005. – № 4/2 (16). – С. 60 – 63.

5. *Кочевский А.Н.* Современный подход к моделированию и расчету течений жидкости в лопастных гидромашинах / *А.Н. Кочевский, В.Г. Неня* // Вісник СумГУ, серія Технічні науки. – Суми: СумГУ, 2003. – Вип. 13 (59). – С. 195 – 210.

6. *Сьомін Д.О.* Сполучення вихрових виконавчих пристроїв із сучасними системами управління: Монографія / *Д.О. Сьомін, В.О. Павлюченко, В.І. Ремень, Я.І. Мальцев.* Луганськ: СНУ ім. В. Даля, 2002. – 172 с.

7. *Голубев А.И.* Лабиринтно-винтовые насосы и уплотнения для агрессивных сред. / *А.И. Голубев.* – М.: Машиностроение, 1981 – 112 с.

8. *Голубев А.И.* Лабиринтные насосы для химической промышленности / *А.И. Голубев.* – М.: Машиностроение, 1961 – 76 с.

9. *Емцев Б.Т.* Техническая гидромеханика / *Б.Т. Емцев.* – М.: Машиностроение, 1987. – 440 с.

10. *Rumsey C.* The Menter Shear Stress Transport turbulence model / *Chris Rumsey*// NASA Langley Research Center. – 2009.

11. *Menter F.R.* A scale-adaptive simulation model for turbulent flow predictions / *F.R Menter, M. Kuntz, R. ABender* // AIAAPaper. – 2003.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ РАБОЧЕЙ ЖИДКОСТИ В ЛАБИРИНТНО-ВИНТОВОМ НАСОСЕ

Лебедев А.Ю., Мальцев Я.И.

**Аннотация** – в статье приведены результаты математического моделирования течения рабочей жидкости в проточной части лабиринтно-винтового насоса. Получены линии тока и распределения давления по длине насоса позволяют обосновано проводить выбор конструктивных параметров его рабочих органов и частоты вращения винта.

## MATHEMATICAL SIMULATION OF POWER FLUID FLOW IN THE LABYRINTH-SCREW PUMP

A. Lebedev, Y. Maltsev

### Summary

In article analytical dependence for calculation of factor of losses on a friction is resulted at a whirl of a working liquid which considers the channel form. Use of this зависимости allows to raise accuracy of calculation of the characteristic of the labirintno-screw pump.