

УДК 621.65:004.183

## О МОЩНОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ВЕНТИЛЕМ

Орловский И.А., д.т.н.

Запорожский национальный технический университет

Тел. (061) 769-83-13

**Аннотация** – выполнено сравнение методов расчёта составляющих мощности в электрических цепях, состоящих из источника синусоидального напряжения, вентиля, активной и активно-индуктивной нагрузки. Вычислялись составляющие мощности, как производной энергии, из описания процессов преобразования энергии и анализировались слагаемые полученные произведением, разложенных в ряды Фурье напряжений и токов. Показано, что мгновенные значения этих слагаемых при работе на чисто активную нагрузку имеют отрицательные значения, достигающие более 60% средней мощности источника, что не имеет физического соответствия.

**Ключевые слова** – энергия, активная мощность, реактивная мощность, электрооборудование, несинусоидальный ток, вентиль.

**Постановка проблемы.** Исследования энергетических процессов в электротехнических комплексах, в том числе агропромышленных, по-прежнему являются актуальными. Активно развиваются математические подходы по интерпретации мощности и энергии в цепях несинусоидального тока [1], что вызвано интенсивной разработкой и внедрением мощных преобразовательных устройств, приводящих к искажению формы кривых напряжения и тока [2]. Споры, касающиеся потребления реактивной мощности выпрямительными устройствами, не прекращаются уже много десятилетий[3, 4]. При анализе энергетических процессов в электротехнических комплексах введены и вводятся новые понятия. С одной стороны, требуется развитие исследований процессов преобразования энергии в электротехнических устройствах для снижения потерь энергии, повышения качества потребляемой энергии и снижения влияния потребителей на электрическую сеть. С другой стороны, развитие новых методов исследований приводит к введению новых терминов мощности.

Автором затронут данный вопрос в рамках обсуждения с целью обратить внимание на появление большого числа исследований энергетических процессов в электроустановках без должного обоснования физической сущности предлагаемых показателей и терминов. Такой

подход приводит к сложностям практического применения полученных результатов.

*Анализ последних исследований.* Широко обсуждаются в научной литературе [2, 3, 5] понятия «неактивная мощность» и «мощность искажений» по их развитию защищены диссертации [6]. Вводится понятие «реактивная мощность сдвига», под которым понимается «составляющая неактивной мощности, характеризующая процессы обусловленные взаимодействием одинаковых по частоте гармоник тока и напряжения» [5]. В [2] авторы считают, что использующаяся до сих пор оценка энергетической эффективности систем переменного тока, широко применяемыми понятиями реактивной, полной (кажущейся) мощности и показателями на базе их, приводят к потере связи с физической процессов в системе и затруднениям при интерпретации результатов, и иногда даже к их ошибочности. Предлагается энергетические процессы при любой форме кривых напряжений и тока оценивать по кривой мгновенной мощности, её составляющим и показателям, и на основе этого решать задачи компенсации реактивной составляющей мощности, подавления внешних гармоник тока, потребляемого из сети [2]. В [4] введено понятие приведённая реактивная мощность (определяется из интегральных выражений), которое позволяет «определить реактивную мощность этой цепи, как сумму приведённых реактивных мощностей её отдельных элементов, и даёт возможность получить для произвольной нелинейной цепи, и в том числе для различных усложнённых вентильных преобразователей, необходимые энергетические и расчётные соотношения без весьма трудоёмкого и громоздкого разложения в ряд Фурье кривой первичного тока».

С другой стороны использование различных подходов и требований к решению отдельных задач по определению реактивной мощности, введение новых составляющих мощности, полученных как отдельные слагаемые при произведении токов и напряжений [2, 6], предварительно разложенных в ряды Фурье, привело к путанице при интерпретации физических процессов. К тому же разложение сигналов в ряд Фурье выполняется по их значениям за предыдущий период первой гармоники, поэтому говорить о мгновенных значениях (например, мощности) процесса по результатам этих разложений можно достаточно условно.

Например, ЭДС источника (генератора) формируется произведением угловой скорости на магнитный поток, и при этом выполняется разложение каждой величины (скорости, магнитного потока и тока) в ряд, например, Фурье. При вычислении мощности перемножением трёх этих рядов можно получить новые слагаемые, и если их интерпретировать как составляющие мощности, то, следовательно, появятся и новые понятия «мощностей» (например, в зависимости от того разные или одинаковые составляющие рядов участвуют в произведении), однако физический смысл этих новых видов «мощностей», на наш

взгляд отсутствует. При таких преобразованиях имеют место только различные чисто аналитические представления функции.

Предложенное в [2] вычисление мощности, когда ток и напряжение представлены в виде суммы «знакопеременных синусной и косинусной составляющих мгновенной мощности», уже удаляет от физического смысла. Функции  $\sin(\Omega t + \varphi)$  и  $\cos(\Omega t + \varphi)$  можно представить в виде различных функций, в том числе тригонометрических, а не только, как представлено в [2] ( $\cos(\Omega t - \varphi) = \cos(\Omega t)\cos\varphi + \sin(\Omega t)\sin\varphi$ ), и получить множество различных интерпретаций мощности.

В статье В.Г. Долбни [3] рассмотрены две элементарные цепи преобразовательных устройств, содержащие диод (или тиристор), включенный последовательно с резистором в цепь переменного напряжения. Автор, анализирует предлагаемые объяснения (основанные на наличии высших гармоник в токе, протекающем в цепи) разных значений мощностей, выделяемых на резисторе и потребляемых из сети. Из анализа формул и рассуждений следует, что ток гармоник, якобы протекает навстречу питающему напряжению и создаёт отрицательную по знаку забираемую мощность. В статье задаётся вопрос: «что же (какая сила) заставляет гармоники тока протекать навстречу действующему напряжению? Ведь в схеме накопителей энергии нет». Анализируя различные объяснения, профессор В.Г. Долбня пишет: «Первое, что приходит на ум – не находимся ли мы в пленау предположения, что ток состоит из гармоник … , может на самом деле никаких гармоник и нет, а это лишь математическое представление (как, например, мнимые числа)?». Однако, автор не развивает дальше данное предположение, так как, с его точки зрения, реактивная мощность в такой цепи «на самом деле есть, это подтверждает не только математика, но и экспериментальная проверка с использованием измерительных приборов». На наш взгляд, в измерительных приборах выполняются такие же математические преобразования при вычислении спектра тока и напряжения, что и при проверке методом моделирования, это и приводит к выводу о подтверждении результатов экспериментально. При решении этой же задачи профессор Маевский О.В. [4] считает не целесообразным применять разложение токов и напряжений в ряды Фурье.

Если в цепи с тиристором и резистором (без индуктивности) возникает путаница с реактивной мощностью, то при включении в цепь реактора (не говоря уже о более сложных схемах), разобраться в процессах будет ещё сложнее. Возникшая ситуация связана с подменой физических явлений, связанных с преобразованием (переходом из одного вида в другой) энергии электрического поля, магнитного поля, механического движения и тепловой.

*Формулирование цели статьи.* Целью статьи является сравнение результатов расчётов мощности различными способами на конкретных примерах цепей с вентилем и активно-индуктивной нагрузкой.

*Основная часть. 1. Аналитические выражения для вычисления мощностей, как производных энергии при её преобразовании.*

В электротехнических системах происходит преобразование энергии, что часто анализируется с использованием мощностей. Если вычислять мощности, как производные из выражений преобразования энергии в системе, то найденные значения будут отражать физические процессы, так как понятие мощность в физике вводится, как производная энергии [7].

Подключим к источнику ЭДС  $e(t)$  уединённую неподвижную недеформируемую с неферромагнитным сердечником (идеальную) катушку с сопротивлением  $R$  и индуктивностью  $L$  (рис. 1). Пусть в катушке в начальный момент времени ток  $i$  и потокосцепление  $\psi$  равны нулю, тогда уравнение электрической цепи имеет вид[8]

$$e = iR + \frac{d\psi}{dt}. \quad (1)$$

Умножив обе части равенства (1) на  $idt$ , получим

$$eidt = i^2 R dt + id\psi. \quad (2)$$

Левая часть (2) представляет собой энергию, отдаваемую источником ЭДС за время  $dt$ , слагаемое  $i^2 R dt$  – энергию, выделяющуюся в виде теплоты в сопротивлении  $R$ , слагаемое  $id\psi$  – энергию, идущую на создания магнитного поля катушки, обозначим её  $dW_M = id\psi$  [8].

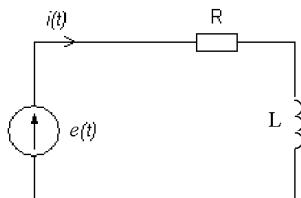


Рис. 1. Источник ЭДС с активно-индуктивной нагрузкой.

Полная энергия, запасённая в магнитном поле катушки, при изменении потокосцепления  $\psi$  от 0 до  $\psi_m$  и протекании через неё тока  $i$ , равна [8]

$$W_M = \int_0^{\psi_m} id\psi. \quad (3)$$

Для рассмотренной катушки  $\psi = Li$  и  $d\psi = Ldi$ , поэтому [8]

$$W_M = L \int_0^I idi = \frac{LI^2}{2}, \quad (4)$$

где  $I$  – некоторое установившееся значение тока в цепи.

Скорость изменения энергии магнитного поля и есть мгновенная реактивная мощность на индуктивности

$$q_L = \frac{dW_M}{dt} = \frac{d(Li^2/2)}{dt} = Li \frac{di}{dt}. \quad (5)$$

Для данной цепи накопление энергии происходит только в индук-

тивности, и поэтому другой реактивной мощности быть не должно.

Мгновенные значения мощности источника  $s_{\text{ист}}$  и мощности рассеивания  $p_R$  на активном сопротивлении, согласно (8) равны:

$$\left. \begin{aligned} s_{\text{ист}} &= ei, \\ p_R &= i^2 R \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Согласно закону сохранения энергии и теореме о балансе активных и реактивных мощностей [8], уравнения баланса мощностей имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} p_{\text{ист}} &= p_R, \\ q_{\text{ист}} &= q_L, \\ s_{\text{ист}} &= p_{\text{ист}} + q_{\text{ист}}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $p_{\text{ист}}, q_{\text{ист}}$  – мгновенные активная и реактивная мощности источника питания.

Для линейной цепи синусоидального тока уравнения баланса мощностей следующие[8]:

$$\left. \begin{aligned} EI \sin \varphi &= Li \frac{di}{dt}, \\ EI \cos \varphi &= i^2 R, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $E$  и  $I$  – амплитуды ЭДС и тока в цепи,  $\varphi$  – угол сдвига между ЭДС и током.

При представлении токов и напряжений в виде рядов Фурье из-за особенностей этого ряда выполняются некоторые интегральные соотношения. С учётом того, что активную мощность  $P$  несинусоидального тока определяют как среднее значение мощности за период первой гармоники [8] и представлении ЭДС и тока рядами Фурье, при их подстановке в уравнение мощности получается соотношение

$$P = E_0 I_0 + E_1 I_1 \cos \varphi_1 + \dots + E_k I_k \cos \varphi_k, \quad (9)$$

где  $E_0, E_1, \dots, E_k$  и  $I_0, I_1, \dots, I_k$  – амплитуды нулевой, первой и  $k$ -ой гармоник ЭДС и тока соответственно;  $\varphi_1, \dots, \varphi_k$  – углы сдвига фаз между ЭДС и токами первой и  $k$ -ой гармоник. Таким образом, активная мощность в цепи несинусоидального тока равна сумме активных мощностей отдельных гармоник [2, 8, 9].

Действующее значение полной мощности  $S$  равно произведению действующих значений несинусоидальной ЭДС  $E$  и несинусоидального тока  $I$  [8]

$$S = EI, \quad (10)$$

$$\text{где } E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + \dots + E_k^2}, \quad I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots + I_k^2}.$$

Так как эффективная (действующая) мощность определяется через квадраты мощностей, и при этом не учитывается направление передачи энергии, то, следовательно, в цепях с реактивностями эффективная мощность источника всегда меньше суммы эффективных

мощностей на каждом элементе цепи [8].

## 2. Исследования процессов методом моделирования.

Выполним исследования методом моделирования полной мощности источника и мощностей на отдельных элементах по уравнениям (5)-(7), а также по уравнениям, приведенным в работах [2, 5, 6], для цепи, содержащей тиристор, включённый последовательно с катушкой с индуктивностью  $L$  и активным сопротивлением  $R$  в цепь переменного источника питания  $e(t)$  (рис. 2).

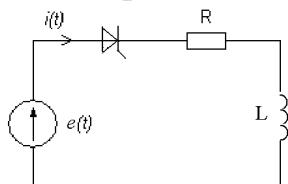


Рис. 2. Подключение источника ЭДС через тиристор на активно-индуктивную нагрузку.

Исходные данные для моделирования:  $e(t) = 1000\sin(314t)$  В;  $R = 1$  Ом;  $L=3$  мГн (при исследованиях на чисто активную нагрузку  $L=0$ ). Тиристор задавался в виде идеального элемента. В исследованиях, использующих разложение функций токов и напряжений в ряд Фурье, учитывались 8 первых гармоник.

*Чисто активная нагрузка.* Для моделирования использовалась математическая система Mathlab, в которой модель выполнялась в пакете расширения Simulink с использованием моделей силовых элементов пакета SimPowerSystems. При активной нагрузке и полностью открытом тиристоре (угол открытия равен  $0^\circ$ ) выполнялось разложение в ряды Фурье тока в цепи и напряжения на сопротивлении на 8 гармоник, при этом максимальная ошибка представления функций рядами Фурье не превышала 5%.

Мгновенные значения мощности источника, вычисленные по уравнениям (6) без разложения в ряд Фурье (линия 1, рис.3) и при разложении (линия 2), а также средние значения без разложения в ряд Фурье (линия 3) и при разложении (10) (линия 4), практически совпадают со значениями мощности, выделяемой на активном сопротивлении. Отличия кривых в первые 0,03 с объясняется неполнотой данных при вычислении гармоник в начале процесса.

Результирующие значения вычисления мощности на нагрузке и источнике через произведение, разложенных в ряды токов и напряжений, имеют высокую точность (рис. 3), однако отдельные слагаемые результата имеют отрицательные значения, например, произведение 1-ой гармоники напряжения на 2-ую гармонику тока (рис. 4). При этом максимальное отрицательное значение этого произведения равно  $1 \times 10^5$  ВА, при среднем значении мощности (рис. 3) около  $2,5 \times 10^5$  ВА, что составляет 40%.

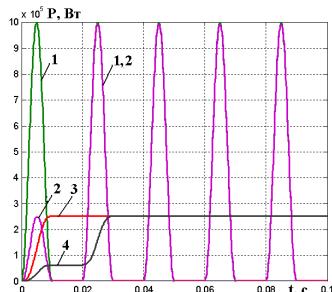


Рис. 3. Мощности в цепи с активным сопротивлением при открытом тиристоре.

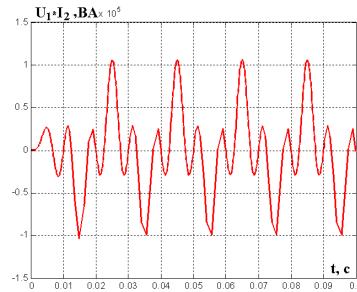


Рис. 4. Произведение 1-ой гармоники напряжения на 2-ую гармонику тока при открытом тиристоре.

Аналогичные результаты получаются и при других углах открытия тиристора. Например, при угле открытия  $60^\circ$  максимальное отрицательное значение мощности (рис. 5,в) составляет  $1,25 \times 10^5$  ВА, при среднем значении на нагрузке и источнике (рис. 5,б) около  $2 \times 10^5$  ВА, что составляет 62,5%. В результате перемножения других гармоник тока и напряжения так же возникают отрицательные значения мощности, хотя в цепи отсутствует передача энергии от нагрузки к источнику (кривая 1 рис. 5,б).

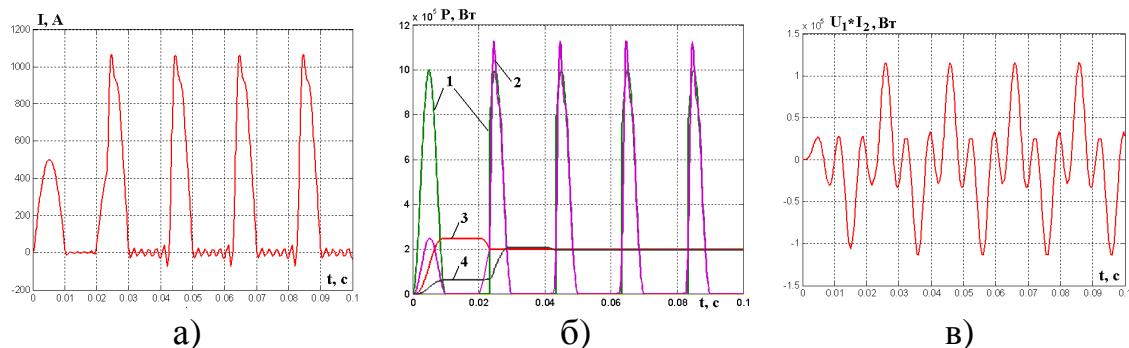


Рис. 5. Результаты моделирования цепи с активным сопротивлением при угле открытия тиристора  $60^\circ$ : а – ток в цепи; б – мощности в цепи; в – произведение 1-ой гармоники напряжения на 2-ую гармонику тока.

*Активно-индуктивная нагрузка.* Задавалось значение индуктивности 3 мГн. Аналогично, рассмотренному выше анализу, разлагались токи и напряжения на 8 гармоник и исследовались процессы для различных углов открытия тиристора (например, при угле  $60^\circ$ , рис. 6).

Максимальное отрицательное значение произведения первой гармоники напряжения и второй гармоники тока (рис. 6,в) составляет  $1,25 \times 10^5$  ВА, при среднем значении мощности на нагрузке и источнике (линия 3, рис. 6,а) около  $1 \times 10^5$  ВА, и максимальном отрицательном значении мощности в цепи  $1 \times 10^5$  ВА (линия 2, рис. 6,б). То есть максимальное значение данного слагаемого превышает максимальное отрицательное значение мощности в цепи на 25%.

В табл. 1 приведены максимальные отрицательные мгновенные значения мощностей для углов открытия тиристора  $0^\circ$  и  $60^\circ$  и части

произведеній гармонік тока і напруження.

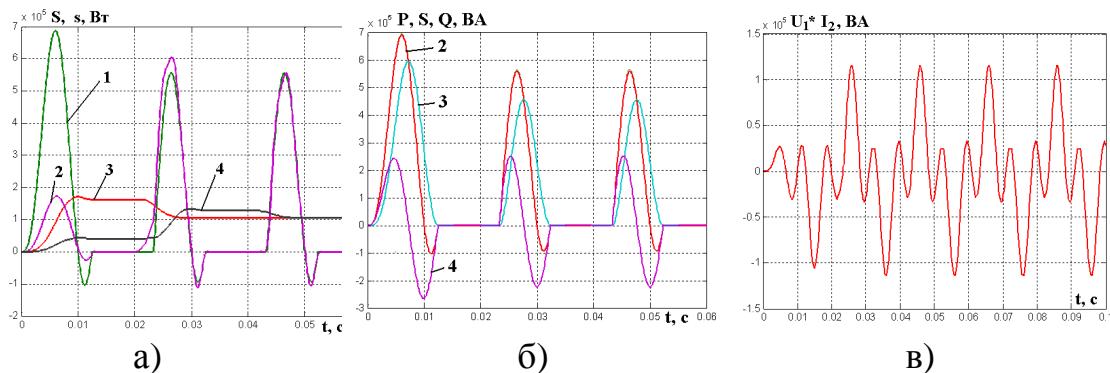


Рис. 6. Результаты моделирования с активно-индуктивной нагрузкой при угле открытия тиристора  $60^\circ$ : а – изменения мощности в цепи (обозначение линий как на рис. 3); б – мощности: источника (линия 2), на активном сопротивлении (линия 3), на индуктивности (линия 4); в – произведение первой напряжения и второй гармоник тока.

Таблица 1–Вычисленные значения мощностей

Комбинации (часть) произведений гармоник напряжения и тока		Максимальные отрицательные мгновенные значения мощностей $\times 10^5$ ВА			
		активная нагрузка		активно-индуктивная нагрузка	
		углы открытия тиристора		углы открытия тиристора	
напряжение	ток	0°	60°	0°	60°
0	0	1,01	0,56	0,75	0,39
0	1	-1,57	-0,998	-1,09	-0,634
0	2	-0,68	-0,65	-0,3	-0,32
1	2	-0,99	-1,14	-0,54	-0,57
2	1	-0,99	-1,14	-0,97	-0,99
3	1	-0,00054	-0,32	-0,25	-0,20
4	1	-0,00002	-0,22	-0,23	-0,35
5	1	-0,00063	-0,27	-0,23	-0,21
6	1	-0,079	-0,00002	-0,1	-0,17
7	1	-0,00069	-0,14	-0,14	-0,19
8	1	-0,0507	-0,16	-0,11	-0,077
Средняя мощность		2,5	2		1
Макс. отрицат. мощность в цепи		0	0	-1	-1
Макс. отрицат. мощность на индуктивности		–	–	-2,7	-2,2

В табл. 1 показано часть результатов для которых имелись наибольшие отрицательные мгновенные значения произведений гармо-

ник. В результатах всех комбинаций произведений гармоник тока и напряжения, кроме гармоник с одинаковой частотой при активной нагрузке, возникали отрицательные значения результатов, в том числе, и при чисто активной нагрузке.

Исследовалась также «реактивная мощность сдвига» [2], для вычисления которой ток и напряжение представлялись в виде суммы «знакопеременных синусной и косинусной составляющих мгновенной мощности», при этом также возникают сложности с физической интерпретацией составляющих мощности, вычисленной из произведений, преобразованных функций синуса и косинуса.

Автор благодарен доценту, к.т.н. Тиховоду С.М. и студентке Горобец Е.И. за ценные замечания, обсуждения и помочь при моделировании.

*Выводы.* При рассмотрении процессов преобразования энергии в цепи с тиристором и резистором электрическая энергия рассеивается на резисторе и отсутствует её накопление в магнитных и электрических полях, в каком либо виде и, следовательно, реактивная мощность как производная этой энергии. Результаты, указывающие на возникновение других мощностей в таком контуре, связаны с математическими операциями разложения величин, формирующих вычисление мощности через произведение напряжения и тока, предварительно разложенных в виде рядов и не имеют физической интерпретации. Анализ на конкретных примерах показал, что, например, в цепи с тиристором и резистором при вычислении мощности через произведение, разложенных в ряд Фурье напряжений и токов, возникают слагаемые с отрицательными мгновенными значениями достигающими 60% и выше относительно среднего положительного значения мощности.

В цепи с тиристором и активно-индуктивной нагрузкой при аналогичном вычислении мощности возникают слагаемые с отрицательными мгновенными значениями, при этом их максимальные значения превышают на 25% мгновенные максимальные отрицательные значения мощности источника, что может привести к неверному пониманию процессов.

### Література

1. Тонкаль В.Е. Баланс енергий в силових цепях / В.Е. Тонкаль, Новосельцев А.Е., С.П.Денисюк.– К.: Накова думка, 1992. – 312 с.
2. Загирняк М.В. Аналіз процесів преобразування енергії в електромеханіческих системах / М.В. Загирняк, Д.І. Родькін // Електро-механічні і енергозберігаючі системи. Тематичний випуск. «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика» науково-виробничого журналу. – Кременчук:КрНУ, 2012. – Вип. 3/2012 (19). – С.30-36.
3. Долбня В.Г. Об одном парадоксе, возникающем при анализе цепей с выпрямителями / В.Г. Долбня.– Львів: Електроінформ, 2009. – С.448-452.
4. Маевский О.А. Энергетические показатели вентильных преобразователей / О.А. Маевский – М.: Энергия, 1978. – 320 с.

5. Родькин Д.И. Баланс составляющих мгновенной мощности полигармонических сигналов / Д.И. Родькин // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2007. – Вип 3. – Ч.1. – С.66-77.

6. Сулейманов А.О. Неактивная мощность и её составляющие в электроэнергетических системах: автореф. дисс. на соискан. учён.степени канд. техн. наук: спец. 05.14.02 «Электростанции и электроэнергетические системы» / А.О. Сулейманов. – Томск: 2009. – 20 с.

7. Савельев И.В. Курс общей физики, т.1. Механика, колебания и волны, молекулярная физика / И.В. Савельев. –М.: Наука, 1973. – 511 с.

8. Бессонов А.О. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. / А.О. Бессонов. Учебник для электротехн., энерг., приборостроит. спец. вузов.– М.: Высш. шк., 1984. – 559 с.

9. Теоретические основы электротехники. Часть I / [Демирчан К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин Л.В.].– СПб.: Питер, 2003. – 443 с.

## ПРО ПОТУЖНІСТЬ У ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОЛІ З ВЕНТИЛЕМ

Орловський І.А.

### *Анотація*

Виконано порівняння методів розрахунку складових потужності в електричних колах, які містять джерело синусоїdalної напруги, вентиль, активне і активно-індуктивне навантаження. Обчислювалися складові потужності, як похідної енергії, з опису процесів перетворення енергії і аналізувалися доданки отримані добутком, розкладених у ряди Фур'є напруг і струмів. Показано, що миттєві значення цих доданків при роботі на чисто активне навантаження мають негативні значення, які досягають більше ніж 60% середньої потужності джерела, що не має фізичної відповідності.

## ON THE POWER IN AN ELECTRICAL CIRCUIT WITH A VALVE

I. Orlovskyi

### *Summary*

The comparison of methods for calculating the power components in electrical circuits consisting of a source of sinusoidal voltage, valve, active and active-inductive-load. Power components are calculated as the derivative of the energy, from the description of energy conversion processes were analyzed and were received by the terms of the product, the Fourier series of voltages and currents. It is shown that the instantaneous values of these terms, at work on a purely resistive load are negative, reaching more than 60% of the average power of the source that has no physical match.