

УДК 664.143.4.001.57

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕМІШУВАННЯ В'ЯЗКОПЛАСТИЧНИХ ХАРЧОВИХ МАС

Лавріненко Н.М., д.ф.-м.н.

*Науково-технологічний центр "Реактивелектрон" НАН України*

Бескровний О.І., к.т.н.

*Донецький національний технічний університет*

Тел.(066) 040-04-35

**Анотація** – у роботі досліджено структурно-механічні характеристики харчових мас при перемішуванні, а, саме, поведінку частинок наповнювача у формі еліпсоїда у дисперсній фазі під впливом деформації простого зсуву.

**Ключові слова** – перемішування дисперсних середовищ, деформаційна мода, включення (еліпсоїд)-оболонка-матриця, ефективно зсувне напруження.

*Постановка проблеми.* Більшість заготовок або штучних виробів харчової промисловості отримують формуванням харчових мас, які є сумішшю різних компонентів. Тому при будь-якій технології виготовлення застосовується перемішування, яке забезпечує отримання мас різного складу. Так, наприклад, у виробництві ковбас із м'яса відбувається перемішування інгредієнтів для отримання фаршу. Для виробництва макаронів та хліба при перемішуванні муки, води та інших інгредієнтів отримують тісто. У виробництві пралінових цукерок, шоколаду шляхом перемішування горіховмістких сипучих мас з жирами та іншими компонентами отримують масу, яка відповідає необхідним вимогам до способу її формування.

Розглянемо, наприклад, перемішування пралінових мас. У змішувальний апарат одночасно в заданому співвідношенні надходять жир і праліне. Робочі органи утворюють поверхні зрізу, деформують матеріал, у результаті чого обсяг жиру поділяється, збільшуючи поверхню контакту з праліне. Багаторазове розподілення і деформування об'ємів рідини призводить до того, що поступово частинки виявляються покритими шаром жиру. Це відповідає початку другої стадії утворення високов'язкої кондитерської маси, до кінця якої практично всі частинки виявляються у неперервному рідко-дисперсному середовищі. Утворення двофазної дисперсної системи

багато в чому залежить від процесів, що відбуваються на межі розділу фаз. З точки зору гідродинаміки процес перемішування зводиться до динамічної взаємодії обертових робочих органів змішувача з в'язким середовищем, яке представляє собою трифазну систему: включення (кластер), оболонка і матриця.

*Аналіз останніх досліджень.* Поведінка включення у матриці при деформації простого зсуву інтенсивно вивчалася представниками різних наукових напрямків. Згідно гіпотези Ешелбі, вплив постійного напруження, прикладеного на нескінченності, призводить до встановлення постійного напруження усередині включення, тобто при довільній комбінації чистого і простого зсувів, при довільній орієнтації і характеристичному співвідношенні еліпсоїдального включення всередині нього завжди встановлюється однорідне напруження, яке описується одним єдиним тензором напружень [1]. Цей результат має фундаментальне значення у прикладних науках, оскільки в реальних системах зв'язок між включенням та матрицею, як правило, не є ідеальним або через прослизання на міжфазній границі, або через наявність третьої фази, тобто оболонки. Як показано в [2], гіпотеза Ешелбі не виконується для циліндричних та еліптичних включень з прослизанням.

*Метою статті є* дослідження структурно-механічних характеристик харчових мас при перемішуванні: поведінка дисперсного середовища з наповнювачем у вигляді зерен у формі еліпсоїда під впливом деформації простого зсуву.

*Основна частина.* У якості моделі використовувалася трифазна система: включення(зерно наповнювача у формі еліпсоїда)-оболонка-матриця, що знаходиться під впливом деформації простого зсуву. Система достатньою мірою ізольована, так що граничні умови не мають на включення збурюючої дії. Взаємодією між включеннями, вважаємо, можна знехтувати. Оскільки передбачається, що ефективна в'язкість оболонки менше ефективної в'язкості матриці, то оболонку можна вважати шаром мастила. Це дає можливість розглядати також і граничний випадок, коли товщина шару змащення прямує до нуля, але прослизання між включенням та матрицею дозволено. У припущенні плоских деформацій задача розв'язується у двовимірному випадку. У разі еліптичного включення з прослизанням розв'язок має вигляд нескінченного ряду. На практиці використовують урізаний ряд, який із заданим ступенем точності описує процес. Для чисельного моделювання процесу ми будемо використовувати метод скінченних елементів.

Початкову конфігурацію чисельного експерименту показано на рис. 1. Наявність границь системи може вплинути на рух включення [3], тому у всіх моделях передбачається, що довжина включення

складає лише 5% від довжини зони зсуву. Товщина оболонки (шару мастила) змінюється від 0 до 50% довжини короткої вісі еліпса. У двовимірному випадку еліпсоїдальні зерна наповнювача мають форму еліпса. Характеристичне співвідношення еліпсоїдального включення  $R = a/b$ . Ми будемо розглядати включення у формі еліпса з характеристичним співвідношенням  $R = 2/1 = 2$ . Орієнтація включення характеризується кутом між довгою віссю еліпса і площиною зсуву  $\psi$ . На відміну від включень у формі шару кут нахилу  $\psi$  тепер істотно впливає на всі фізичні характеристики системи (рис. 2-6). Кут зсуву  $\varphi$  є мірою зсувних деформацій  $\gamma$  і визначається формулою  $\gamma = \operatorname{tg} \varphi$ .

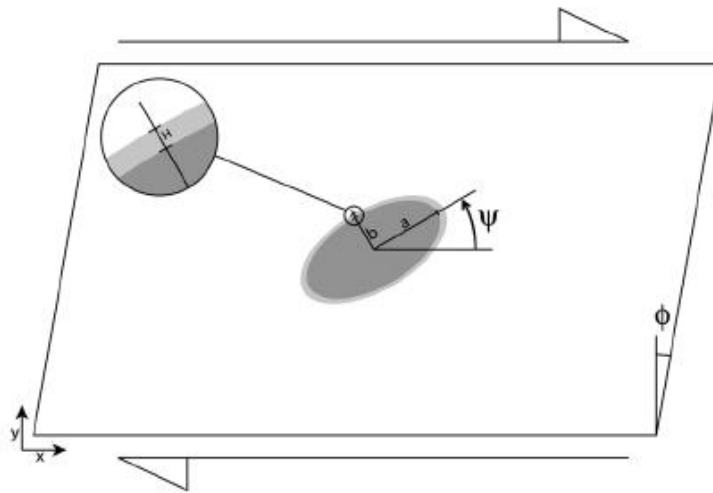


Рис. 1. Початкова конфігурація. Включення (темно-сіре) оточене оболонкою (світло-сірою) та поміщено в матрицю з проміжним значенням ефективної в'язкості.

Граничні умови задано у вигляді постійної зсувної швидкості деформацій на верхній і нижній сторонах і вільних від напружень бічних сторонах. За означенням зсувна швидкість деформацій дорівнює  $\dot{\gamma} = \frac{\partial v_x}{\partial y}$ ,  $v_x$  - горизонтальна швидкість у декартовій системі координат. Додатне значення відповідає зсуву верхньої сторони зліва направо.

Розглянута реологія відповідає ньютонівським рідинам і неньютонівським рідинам, підпорядковуваним степеневому закону, коли тензор напружень  $\tau_{ij}$  і тензор швидкостей деформацій  $\dot{\varepsilon}_e$  пов'язані співвідношенням  $\tau_{ij} = 2\eta \dot{\varepsilon}_{ij}$ , де  $\eta$  - ефективна в'язкість матеріалу, яка за означенням дорівнює  $\eta = B \dot{\varepsilon}_e^{\left(\frac{1}{n}-1\right)}$ . Тут  $\dot{\varepsilon}_e$  - швидкість ефективних деформацій,  $n$  - показник ступеня,  $B$  - матеріальна

константа, яка у випадку ньютонівської рідини ( $n = 1$ ) дорівнює в'язкості. Швидкість ефективних деформацій визначається формулою

$$\dot{\varepsilon}_e = \sqrt{\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{xx} - \dot{\varepsilon}_{yy}}{2}\right)^2 + \dot{\varepsilon}_{xy}^2}$$

аналогічно визначенню ефективного зсувного

напруження  $\sigma_e = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$ .

На рис. 2 показано жорстке еліптичне включення з ідеальним зв'язком між включенням та матрицею; гіпотеза Ешелбі справедлива, як і у випадку кругових включень.

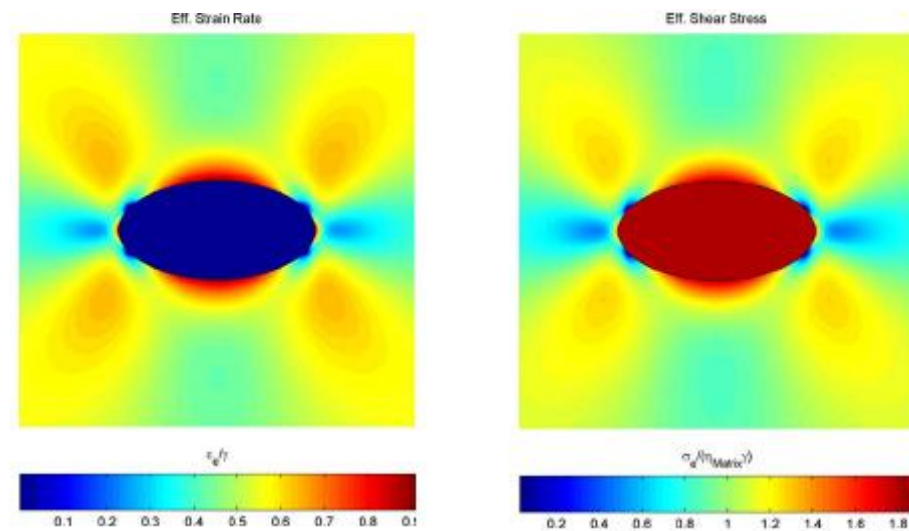


Рис. 2. Жорстке еліптичне включення з ідеальним зв'язком між включенням та матрицею  $H = 0$ ;  $\psi = 0^\circ$ ,  $R = 2$ .

Введення проміжного шару (рис. 3-4) призводить до того, що тиск та ефективні зсувні напруження дорівнюють нулю всередині включення. Це знаходиться у відповідності з аналітичним розв'язком, отриманим в [4], згідно з яким еліптичне включення з неідеальним зв'язком з матрицею, яка знаходиться під дією деформації простого зсуву, паралельного довгій осі еліпса, не відчуває напруження. Відсутність напружень усередині включення буде спостерігатися також і для вертикального еліпса, так як його можна розглядати як вироджений випадок горизонтального еліпса.

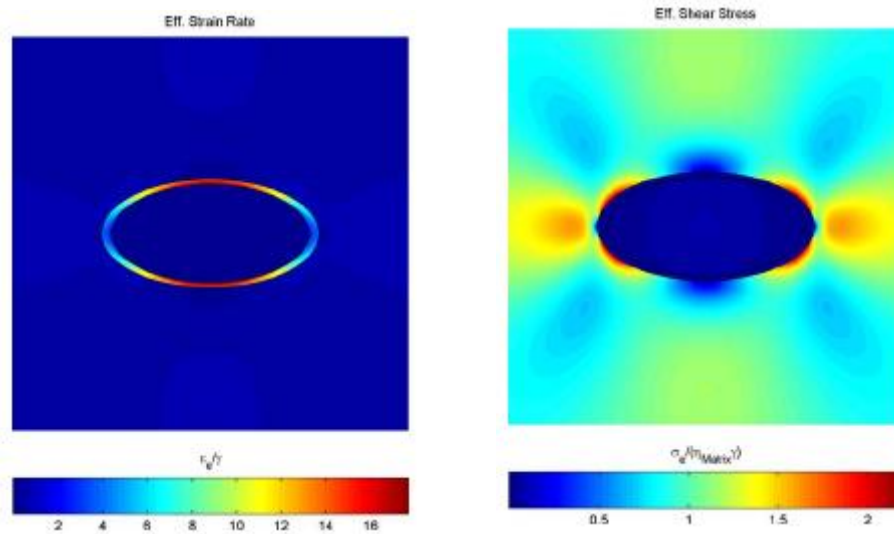


Рис. 3. Жорстке еліптичне включення з проміжним шаром  $H = 10$ ;  $\eta_{\text{lubricant}} / \eta_{\text{matrix}} = 1/1000$ ,  $\psi = 0^\circ$ ,  $R = 2$ .

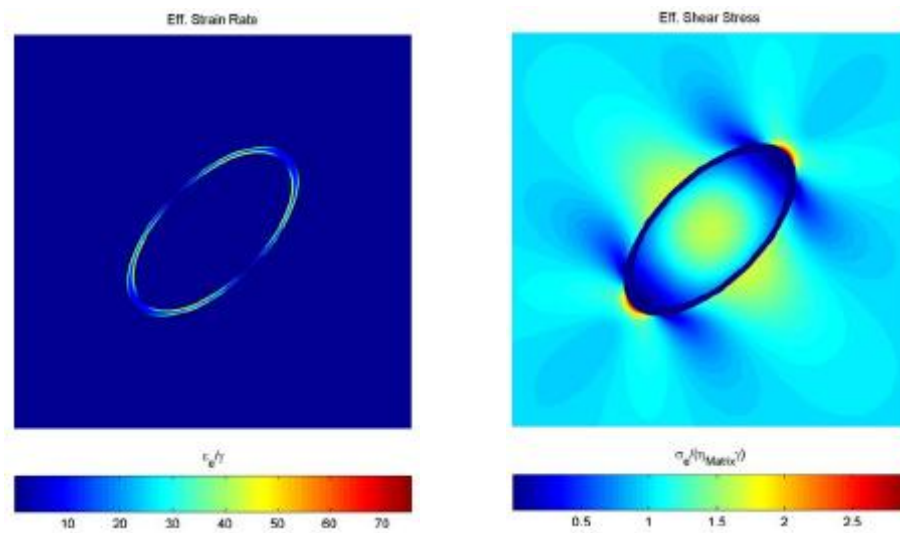


Рис. 4. Жорстке еліптичне включення з проміжним шаром  $H = 10$ ;  $\eta_{\text{lubricant}} / \eta_{\text{matrix}} = 1/1000$ ,  $\psi = 45^\circ$ ,  $R = 2$ .

Якщо використовуються неньютонівські матеріали, то гіпотеза Ешелбі несправедлива, як і у випадку кругових включень (рис. 5).

Поведінка при скінченних деформаціях для жорсткого еліптичного включення з проміжним шаром і характерним співвідношенням 2:1 показана на рис. 6. Скінченна деформація в цьому випадку дорівнює  $\gamma = 0.86$ . Хоча величина цієї деформації відносно мала, але виявилася достатньою для істотного зменшення товщини проміжного шару в квадрантах стиснення і формування хвостів. Включення переходить у метастабільний стан; гострі кінці хвостів служать концентраторами напружень.

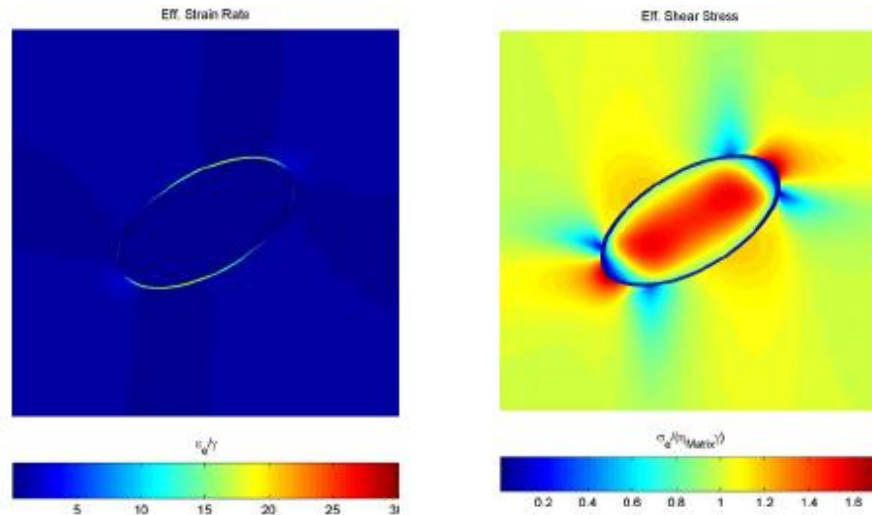


Рис. 5. Жорстке еліптичне включення з проміжним шаром. Проміжний шар і матриця описуються степеневим законом

$$H = 10; n_{clast} = 1, n_{lubricant} = 3, n_{matrix} = 3, \eta_{lubricant} / \eta_{matrix} = 1/10, \psi = 30^\circ, R = 2.$$

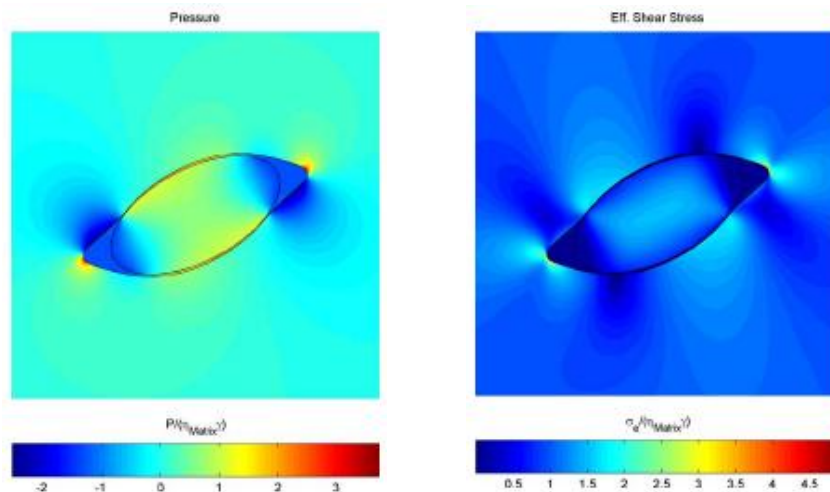


Рис. 6. Скінченні деформації для жорсткого еліптичного включення з проміжним шаром ( $\gamma = 0.86$ ).

На відміну від кругових включень введення проміжного шару (шару мастила) робить істотний вплив на кінематичну поведінку еліптичного включення. Починаючи з початкового положення, паралельного зсувній течії, еліптичне включення обертається у напрямку, протилежному течії простого зсуву. При збільшенні зсувних деформацій включення досягає квазістатичного нахилу величиною приблизно  $30^\circ$  до зсувної площини. Цей нахил не є статичним через безперервний рух рідини проміжного шару у напрямку до хвостів (рис. 6). Кут квазістатичного нахилу залежить від різниці в'язкостей проміжної фази та матриці, показника степеневого закону та характеристичного співвідношення включення.

Таким чином, можна зробити такі висновки:

1. Для всіх характеристичних відношень і реологічних рівнянь спостерігається одна і та ж тенденція – при зменшенні в'язкості проміжного шару збільшується область зворотних обертань на площині  $\psi - H$ .

2. При зменшенні в'язкості проміжного шару менше 1/1000 в'язкості матриці поведінка включення стає нечутливою до подальшого зменшення в'язкості проміжного шару.

3. Збільшення характеристичного співвідношення приводить до зменшення кута квазістатичного нахилу в межах від  $40^\circ$  до  $0^\circ$ .

4. Для неньютонівських матеріалів кут квазістатичного нахилу збільшується.

Література:

1. *Mura T.* Some new problems in the micromechanics / *T. Mura* // Materials Science and Engineering a-Structural Materials Properties Microstructure and Processing. – 2000. – v. 285(1-2). – P. 224-228.

2. *Shen H.* Analysis of internal stress in an elliptic inclusion with imperfect interface in plane elasticity / *H. Shen, P. Schiavone, C.Q. Ru, A. Mioduchowski* // Mathematics and Mechanics of Solids. – 2000. – v. 5(4). – P. 501-521.

3. *Marques F.O.* Rotation of rigid elliptical cylinders in viscous simple shear flow: analogue experiments / *F.O. Marques, S. Coelho* // Journal of Structural Geology. – 2001. – v. 23(4). – P. 609-617.

4. *Stagni L.* Elastic field perturbation by an elliptic inhomogeneity with a sliding interface / *L. Stagni* // Journal of Applied Mathematics and Physics. – 1991. – v. 42. – P. 881-819.

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫХ ПИЩЕВЫХ МАСС

Лавриненко Н., Бескровный А.

**Аннотация - в работе исследованы структурно-механические характеристики пищевых масс при перемешивании, а, именно, поведение частиц наполнителя в форме эллипсоида в дисперсной фазе под влиянием деформации простого сдвига.**

## COMPUTER SIMULATION OF VISCOPLASTIC STIRRING FOOD MASSES

N. Lavrinenko, O. Beskrovnyy

### *Summary*

**We have studied the structural and mechanical characteristics of the food mass with stirring, and it is the behavior of the filler particles in the form of an ellipsoid in the dispersed phase under the influence of a simple shear deformation**