

УДК 631.361.43: 664.788

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СЕПАРАЦІЇ ЗЕРНА ЧЕРЕЗ ЩІЛИННІ ОТВОРИ МІЖ РОЗГІННИМИ ДІЛЯНКАМИ РОЗПОДІЛЬНОГО КОНУСА

Шпиганович Т.О., аспірант\*

*Таврійський державний агротехнологічний університет*

Тел. (0619) 42-13-06

**Анотація** – робота присвячена математичному моделюванню сепарації зерна через щілинні отвори між розгінними ділянками розподільного конуса дробарки прямого удару та виявлення умов його виділення в щілинній отвір.

**Ключові слова** – моделювання, зерно, щілинний отвір, розподільний конус, дробарка, умова, виділення в отвір.

*Постановка проблеми.* Технічний прогрес в області подрібнення матеріалів, створення нових подрібнювачів і вдосконалення раніше відомих ставить перед дослідниками нові завдання. Робочий процес молоткових дробарок недостатньо вивчений через його складність і вимагає подальших досліджень. Досить актуальними є питання зниження питомої енергоємності процесу подрібнення й підвищення якості готового продукту.

*Аналіз останніх досліджень* щодо створення обладнання для переробки зерна на базі багатоопераційних агрегатів дозволив зробити висновок про необхідність проектування агрегату, що сполучав би в собі функції сепаратора й подрібнювача зерна. Даний агрегат повинен відрізнятися низькою енергоємністю процесу переробки зерна, високою продуктивністю і якістю продукції [1,2,3].

Цього можна досягти застосуванням гравітаційного способу сепарування зерна перед його подрібненням, застосуванням спеціальних поділяючих поверхонь, наприклад, брахистохронної властивості та створенням спрямованих потоків однорідних по розмірах зерен на подрібнення прямим ударом за допомогою таутохронних поверхонь [1].

Розвиток перспективного напрямку гравітаційного багатофракційного сепарування, що полягає в реалізації принципу поділу полідисперсних сумішей за допомогою щілинних отворів, що просівають, у гравітаційному полі без підведення енергії від зовнішніх

її джерел, є виконання профілю поділяючого елемента у формі кривої брахистохронної властивості. Криволінійна поверхня такої форми сприяє збільшенню продуктивності сепаратора й поліпшенню умов вилучення цільових компонентів.

Обґрунтовані нами оригінальні конструкції поверхонь гравітаційних сепараторів, що просівають і направляють, відповідають найвищим сучасним вимогам. Вони можуть бути базою для створення обладнання, що реалізує принцип сполучення операцій сепарування, спрямованого транспортування й подрібнення, що забезпечує раціональну витрату підведеної до оброблюваного матеріалу енергії й відкриваючи перспективу організації на його основі гнучких автоматизованих виробництв [1,4].

Робочі органи із щільними отворами, що просівають, у порівнянні із традиційними ситовими поверхнями, володіють рядом принципових відмінностей. Ці обставини диктують необхідність проведення спеціальних теоретичних і експериментальних досліджень, спрямованих на виявлення можливостей і характерних рис нового принципу сепарування при подрібненні зерна прямим ударом.

*Метою даної роботи* є математичне моделювання сепарації зерна через щільні отвори між розгінними ділянками розподільного конуса дробарки прямого удару та виявлення умов його виділення в щільний отвір.

*Основна частина.* Численні дослідження поки що не призвели до створення закінченої теорії сепарації сипучих тіл тим більше, що більшість дослідників розглядають процес сепарування стосовно до часток кулястої форми із застосуванням інерційних сил.

У ряді робіт [5,6,7], присвячених розробці моделей просівання на плоских поділяючих поверхнях, відмічаються особливості виділення подовжених часток, що полягають у їхньому повороті у вертикальній площині в процесі сепарації. Однак, розгляд даного процесу зводиться лише до висування різних допущень і обмежень на результат події схід – виділення стосовно до моделей, розроблених для куль. Докладного ж опису цього явища у вигляді математичних моделей дотепер запропоновано не було.

В умовах щільного просівання створюються об'єктивні передумови до поділу на щілини зернової суміші по довжині складових її часток. При цьому ефективність сепарації вище при ширині щілини, що набагато перевищує довжину зерна. Таке положення обумовлене наступними обставинами. Якщо технологічний процес сепарації розглядати, як зміну положення зернівки над щілиною, то в загальному випадку можна виділити чотири фази, які характеризують якість сепарації зерна: I - ковзання

частки по поверхні розподільного конуса; II – плоскопаралельний рух частки щодо точки відриву; III - політ частки над щілиною, що сепарує, після відриву її від поверхні розподільного конуса; IV - взаємодія частки із протилежною кромкою щілинного отвору розподільного конуса.

Очевидно, що тривалість перших трьох фаз, за інших рівних умов, у значній мірі визначається довжиною часток. Так, наприклад, час ковзання довгої частки по кромці лотка до її відриву перевищує аналогічний показник для короткої частки. Моменти інерції часток різної довжини також відрізняються один від одного, причому розходження носить квадратичний характер. Тривалість другої фази для довгої частки більше, ніж для короткої. А ось тривалість третьої фази для довгої частки вже менше, ніж для короткої. Більш того, при перевищенні довгої частки ширини щілини вона й зовсім відсутня. До початку третьої фази центри мас часток різної довжини перебувають від місця контакту на різних відстанях. Таким чином, до моменту взаємодії часток із крайкою щілини, що є визначальним результатом події схід - виділення, відбувається диференціація кінематичних параметрів часток як функція їхньої довжини, що може служити передумовою до поділу суміші.

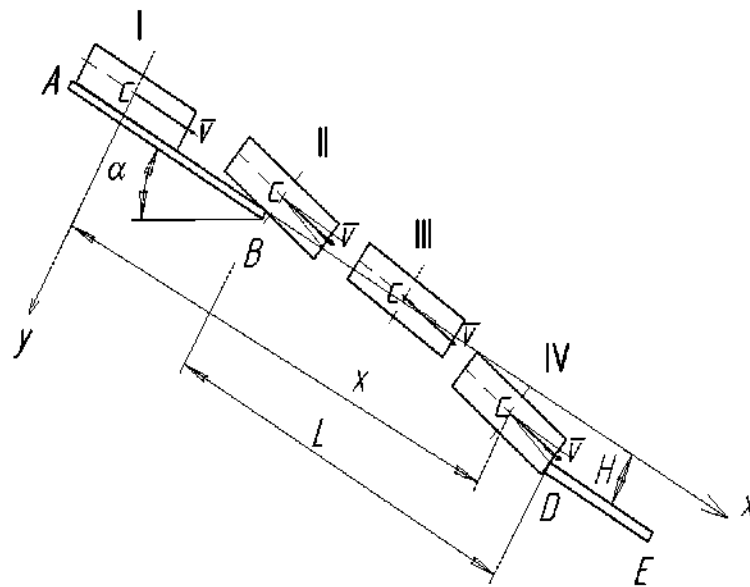


Рис. 1. Схема виділення частки у формі циліндра в щілинний отвір, що просіває: I, II, III, IV - стадії зміни положення зернівки над щілиною

Розглянемо процес гравітаційного щілинного сепарування стосовно до часток циліндричної форми. Нехай поверхня, що сепарує, виконана у вигляді щілинного отвору, утвореного плоскими

пластинами  $AB$  і  $DE$  (рис. 1), установленими під кутом  $\alpha$  до горизонту. Сусідні пластини (розгінні ділянки поверхні розподільного конуса) утворюють між собою щілинний отвір, що просіває, що характеризується шириною між протилежними кромками поверхонь розподільного конуса  $L$  і різницею по висоті між кромками  $H$ .

Припустимо, що частка, переміщаючись уздовж лінії похилої поверхні розгінної ділянки поверхні розподільного конуса, досягає щілини й, залежно від співвідношень її розмірів, швидкості й параметрів щілинного отвору, що просіває, або виділяється в нього, або надходить на наступну розгінну ділянку поверхні розподільного конуса. Будемо розглядати закономірності руху часток при наступних звичайно прийнятих у таких випадках допущеннях [8,9,10]:

- взаємодія між частками відсутня;
- частка являє собою однорідний циліндр радіуса  $r$ , довжиною  $l$  і масою  $m$ ;
- рух відбувається уздовж лінії  $AB$  (рис. 1) розгінної ділянки поверхні розподільного конуса з радіусом, що перевищує радіус циліндра, установленого під кутом  $\alpha$  до горизонталі;
- опір повітряного середовища руху частки зневажено малий;
- пружні властивості частки й розгінної ділянки поверхні розподільного конуса не роблять істотного впливу на процес руху.

Найважливішою особливістю щілинного сепарування є те, що поділ відбувається у полі сил ваги без підведення енергії від зовнішніх її джерел. У цих умовах особливо важливого значення набуває зміна швидкості частки  $v$ , (м/с) при її русі по розгінній ділянці поверхні розподільного конуса. При прийнятих допущеннях для випадку кочення з коефіцієнтом  $\delta$  вона визначиться так

$$v = \sqrt{1,4g \cdot S \left( \sin \alpha - \frac{\delta}{r} \cos \alpha \right) + v_o^2}, \quad (1)$$

а для випадку ковзання з коефіцієнтом  $f$

$$v = \sqrt{2g \cdot S (\sin \alpha - f \cos \alpha) + v_o^2}, \quad (2)$$

де  $S$  – довжина розгінної ділянки поверхні розподільного конуса, м;

$r$  - радіус частки, м;

$g$  - прискорення частки при вільному падінні, м/с<sup>2</sup>;

$v_o$  - початкова швидкість, з якою частка надходить на розгінну ділянку, м/с.

Підставивши в (1) або (2), залежно від характеру руху частки, величину довжини розгінної ділянки, одержимо швидкість  $v$  з якою вона починає рух над отвором, що просіває.

Розглянемо рух частки по розгінній ділянці поверхні розподільного конуса на першій фазі.

Частка сковзає по поверхні розподільного конуса, нахиленої під кутом  $\alpha$  до горизонталі, роблячи поступальний рух (рис 2). При прийнятих допущеннях і, провівши вісь  $x$  через центр мас циліндра, паралельно поверхні розподільного конуса, на циліндр діють сила ваги  $P = mg$ , нормальна реакція поверхні  $N$  і сила тертя  $T = fmg$ , розташовані в одній вертикальній площині.

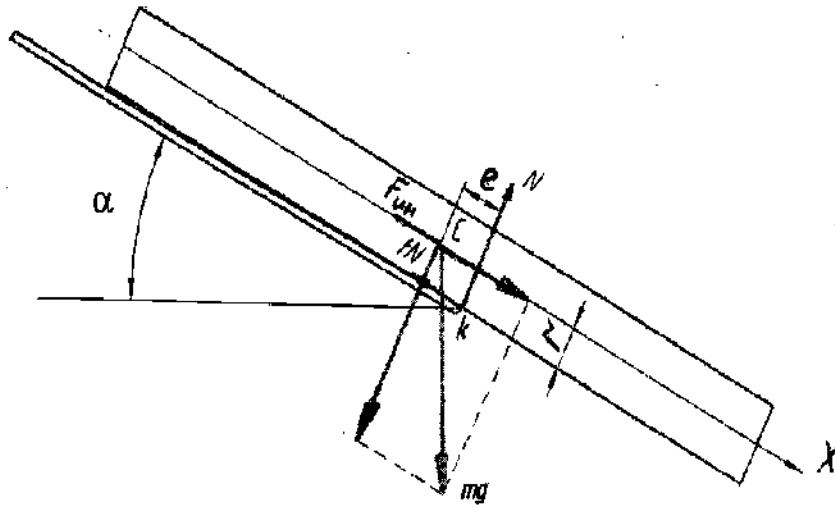


Рис. 2. Схема сил, що діють на частку циліндричної форми в процесі її руху по поверхні розподільного конуса (перша фаза)

Диференціальне рівняння руху циліндра в цьому випадку має вигляд

$$ma_x = mg \cdot \sin \alpha - f \cdot mg \cdot \cos \alpha \quad (3)$$

Прискорення циліндра при цьому постійне й дорівнює

$$a_x = g(\sin \alpha - f \cos \alpha) \quad (4)$$

Досягши краю кромки поверхні розподільного конуса (точки  $k$ ) починається друга фаза руху частки.

Тут циліндр починає повертатися навколо краю кромки поверхні розподільного конуса (точки  $k$ ) і здійснює плоскопаралельний рух (рис. 3) під дією сили ваги  $P = mg$ , нормальної реакції поверхні в точці  $k$   $N$  і сили тертя  $T = f$ .

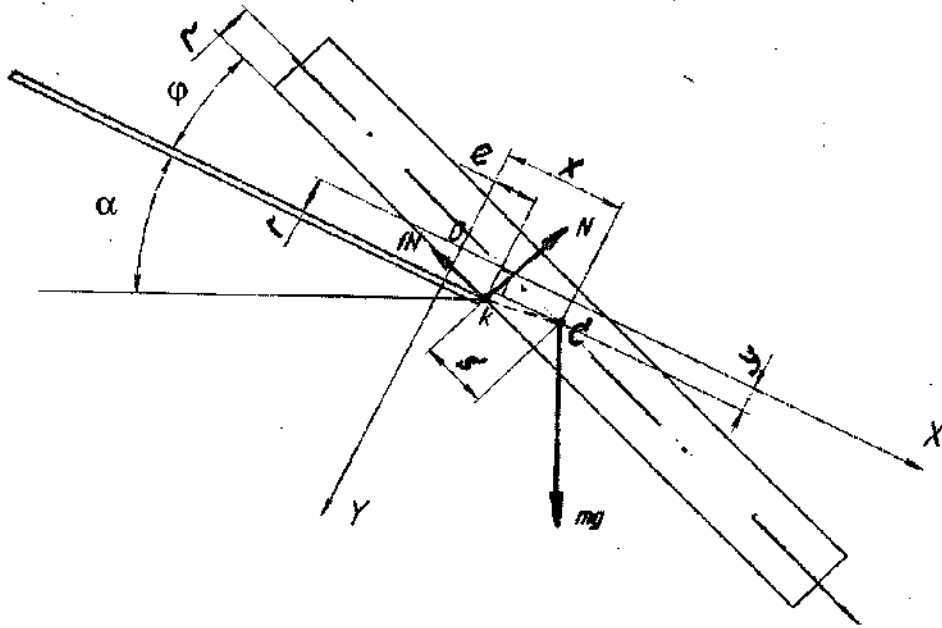


Рис. 3. Схема взаємодії частки циліндричної форми із кромкою отвору, що просіває, у другій фазі

Положення точки  $k$  на циліндрі визначимо виходячи із принципу Даламбера, тобто приклавши силу інерції до центра ваги циліндра

$$F'' \cdot r + mg \cos \alpha \cdot e - mg \sin \alpha \cdot r = 0 \quad (5)$$

У результаті рішення рівняння (2.6) одержуємо

$$mg(\sin \alpha - f \cos \alpha) \cdot r + mg \cos \alpha \cdot e - mg \sin \alpha \cdot r =$$

$$- mg f \cos \alpha \cdot r + mg \cos \alpha \cdot e = 0,$$

$$e = f \cdot r, \quad (6)$$

де  $e$  - зсув точки  $k$  стосовно центра мас циліндра уздовж осі  $X$ .

Розглядаючи положення циліндра на рисунку 3, приходимо до випадку, коли будь-яке миттєве положення циліндра на кромці поверхні розподільного конуса визначається положенням точки контакту  $k$  стосовно утворюючого циліндра, і кутом повороту  $\varphi$  центра мас циліндра стосовно лінії поверхні розподільного конуса. Тоді абсолютне прискорення й швидкість будь-якої точки тіла знаходяться як геометрична сума відповідних миттєвих значень кінематичних параметрів точки  $k$ , що належить циліндру, і складових кінематичних параметрів від обертового руху циліндра щодо центра  $k$ .

Диференціальні рівняння руху центра мас циліндра в цьому випадку мають такий вигляд

$$ma_{x_c} = mg \cdot \sin \alpha + N \sin \varphi - f \cdot N \cos \varphi ; \quad (7)$$

$$ma_{y_c} = mg \cdot \cos \alpha - N \cos \varphi - f \cdot N \sin \varphi ; \quad (8)$$

$$J_{z_c} \varepsilon = fN \cos \varphi \cdot r + N \cdot s , \quad (9)$$

де  $J_{z_c}$  - момент інерції центра мас циліндра щодо точки  $\kappa$  з радіусом інерції  $\rho_c$ ;

$$\varepsilon = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} - \text{кутове прискорення повороту циліндра щодо точки } \kappa ;$$

$\varphi$  - кут повороту центра мас циліндра стосовно лінії поверхні розподільного конуса.

Отримана система рівнянь не замкнута. Щоб її замкнути скористаємося кінематичними обмеженнями, які накладаються зв'язком у точці контакту циліндра із кромкою поверхні розподільного конуса. Точка  $\kappa$  контакту циліндра завжди, до моменту відриву циліндра від кромки, лежить на контактній поверхні кромки розподільного конуса (рис. 3). Це дозволяє знайти зв'язок між компонентами лінійної швидкості  $v_{x_c} = 0$  й  $v_{y_c} = 0$  і кутовою швидкістю  $\dot{\varphi}$ .

$$\vec{v}_c = \vec{v}_\kappa + \vec{v}_{c\kappa} , \quad (10)$$

де  $\vec{v}_c$  - вектор абсолютної швидкості центра мас циліндра;

$\vec{v}_\kappa$  - вектор швидкості точки контакту циліндра з поверхнею кромки розподільного конуса;

$\vec{v}_{c\kappa}$  - вектор швидкості центра мас циліндра щодо точки контакту циліндра з поверхнею кромки розподільного конуса.

Проектуючи рівняння (10) на координатні осі одержимо

$$v_{c_x} = v_{\kappa_x} + v_{c\kappa_x} ,$$

$$v_{c_y} = v_{\kappa_y} + v_{c\kappa_y} .$$

Або

$$v_{c_x} = v_\kappa \cos \varphi + \dot{\varphi} R \sin \varphi \cdot \sin \varphi$$

$$v_{c_y} = v_\kappa \sin \varphi + \dot{\varphi} R \cos \varphi \cdot \cos \varphi$$

Помноживши верхнє рівняння на  $\sin \varphi$ , а нижнє на  $\cos \varphi$  й, віднімаючи з верхнього нижнє, одержимо

$$\dot{\varphi} R(\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi) = v_{c_x} \sin \varphi - v_{c_y} \cos \varphi.$$

Звідки

$$\dot{\varphi} R \cos 2\varphi = v_{y_c} \cos \varphi - v_{x_c} \sin \varphi.$$

Тут

$$R = \sqrt{s^2 + r^2},$$

і тоді

$$\dot{\varphi}(\sqrt{s^2 + r^2}) \cos 2\varphi = v_{y_c} \cos \varphi - v_{x_c} \sin \varphi. \quad (11)$$

Аналізуючи рисунок 3 і рівняння (11), визначаємо, що між координатами центра мас циліндра  $x_c, y_c$  і переміщенням  $s$  точки  $K$  контакту циліндра з поверхнею кромки розподільного конуса існує зв'язок. З дуже невеликою погрішністю цей зв'язок може бути виражений формулами:

$$x_c = s \cos \phi + r \sin \phi + e, \text{ або} \quad (12)$$

$$x_c = s \cos \phi + r \sin \phi + fr,$$

$$y_c = s \sin \phi. \quad (13)$$

Рішення спільно рівнянь (7) - (9) і (12) - (13) може бути зведене до наступних трьох рівнянь:

$$\ddot{x} = g \sin \alpha + \ddot{\varphi} \frac{J \sin \varphi (\sin \varphi + f \cos \varphi)}{m[x - r \sin \varphi (1 + f \sin \varphi)]}, \quad (14)$$

$$\ddot{y} = g \cos \alpha - \ddot{\varphi} \frac{J \sin \varphi (\cos \varphi + f \sin \varphi)}{m(fr \sin \varphi \cos \varphi + y)}, \quad (15)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\dot{y} \cos \varphi - \dot{x} \sin \varphi}{\sqrt{\rho_c^2 + (r \sin \varphi)^2}} \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos 2\varphi}, \quad (16)$$

Рівняння (14) - (16) справедливі при обмеженнях:

$$r^2 + \frac{l^2}{4} - x_c^2 - y_c^2 > 0 \quad (17)$$



$$f^2 r^2 \ddot{\varphi} - gfr \cos \varphi - g \frac{l}{2} > 0. \quad (18)$$

Порушення умови (17) свідчить про початок сходу частки циліндричної форми із кромки щілинного отвору, що просіває. Порушення умови (18) фіксує відрив частки від кромки в результаті зниження реакції поверхні  $N$  до нуля.

Рівняння (14)-(16) дозволяють визначити зміну із часом кінематичних параметрів плоского руху циліндра ( $x, v_x, v, v_y, \varphi, \omega$ ), їхню залежність від конструктивних параметрів поверхні розподільного конуса ( $\alpha$ ) і характеристик частки ( $l, r, f$ ) і при прийнятих допущеннях можуть служити наближеною математичною моделлю руху довгої частки по кромці щілинного отвору, що просіває, наприкінці другої фази процесу щілинного гравітаційного сепарування при  $s = l/2$ . Ці параметри будуть початковими для третьої фази руху частки циліндричної форми - політ частки над щілиною, що сепарує, після відриву її від поверхні розподільного конуса.

Тут необхідно знати співвідношення початкової швидкості частки  $v_0$  в момент сходу з поверхні кромки розподільного конуса та критичної швидкості частки  $v_k$  для виявлення події схід частки на наступну поверхню розподільного конуса або виділення її в щілинний отвір.

Для того, щоб частки циліндричної форми виділялися в щілинний отвір розподільного конуса необхідно виконання вимоги  $v_k > v_0$ , тоді момент кількості руху частки циліндричної форми, який визначається  $v_0$ , буде більш ніж момент кількості руху частки, який визначається кутовою швидкістю навколо координати центра мас циліндра.

Нами розрахована початкова швидкість частки  $v_0$  в момент сходу з поверхні кромки розподільного конуса від довжини розгінної ділянки поверхні розподільного конуса  $S_0$  (рис. 4) та виявлено, що при  $S_0 = 0,05 \dots 0,15$  м (виходячи з конструктивних параметрів дробарки) початкова швидкість частки  $v_0 = 0,45 \dots 0,75$  м/с.

На рис. 5 показано залежність критичної швидкості частки  $v_k$  від еквівалентного радіуса  $r_e$ . Для більшості зернових культур комбікормового виробництва можна прийняти  $r_e = 2,5 \dots 3,5$  мм. Тоді (рис. 5), критична швидкість частки циліндричної форми з таким еквівалентним радіусом знаходиться у межах  $v_k = 0,60 \dots 0,80$  м/с, що більш ніж значення  $v_0$ . Тому при таких конструктивних параметрах щілинних отворів розподільного конуса дробарки (рис. 4 та 5) частка заданого розміру буде виділена в щілинний отвір.

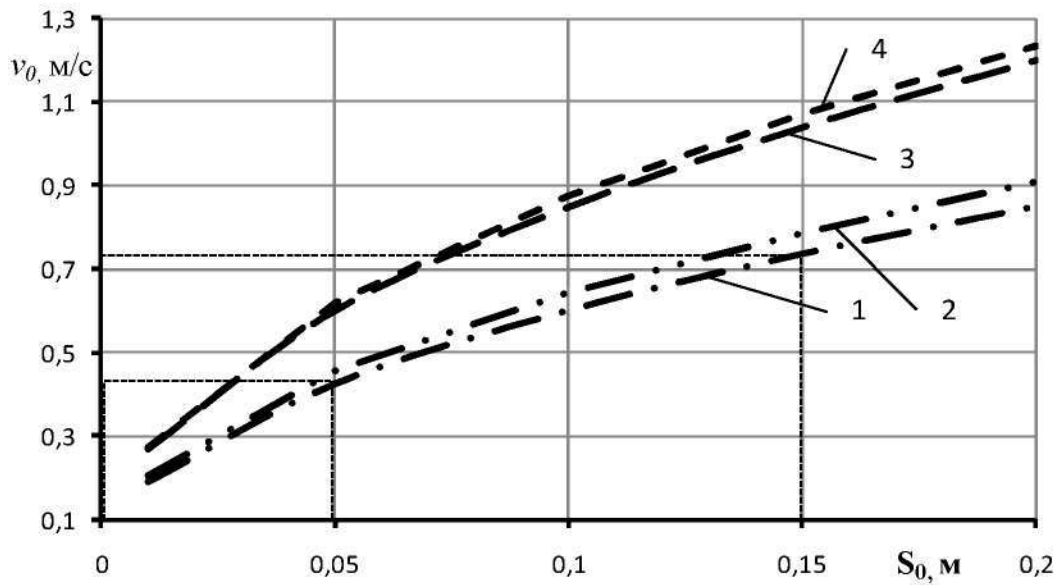


Рис. 4. Залежність початкової швидкості частки  $v_0$  в момент сходу з поверхні кромки розподільного конуса від довжини розгінної ділянки поверхні розподільного конуса  $S_0$ : 1 -  $\alpha = 30^\circ$ ,  $f = 0,36$ ; 2 -  $\alpha = 30^\circ$ ,  $f = 0,33$ ; 3 -  $\alpha = 40^\circ$ ,  $f = 0,36$ ; 4 -  $\alpha = 40^\circ$ ,  $f = 0,33$

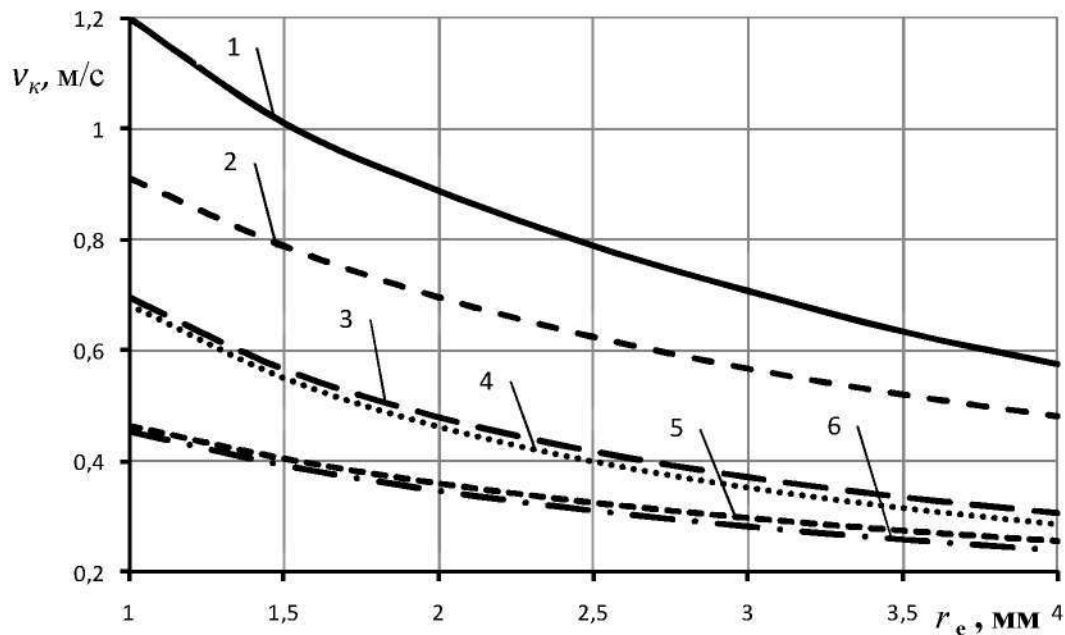


Рис. 5. Залежність критичної швидкості частки  $v_k$  від еквівалентного радіуса  $r_e$  при  $f = 0,36$ : 1 -  $v_0 = 0,8$  м/с,  $L = 20$  мм,  $H = 1$  мм; 2 -  $v_0 = 0,8$  м/с,  $L = 20$  мм,  $H = 2$  мм; 3 -  $v_0 = 0,8$  м/с,  $L = 10$  мм,  $H = 1$  мм; 4 -  $v_0 = 0,4$  м/с,  $L = 20$  мм,  $H = 1$  мм; 5 -  $v_0 = 0,8$  м/с,  $L = 10$  мм,  $H = 2$  мм; 6 -  $v_0 = 0,4$  м/с,  $L = 20$  мм,  $H = 2$  мм

*Висновки.* Підвищити ефективність подрібнення зерна можливо за рахунок його попереднього сепарування через щілинні отвори

розподільного конуса дробарки. При цьому ефективність сепарації вище при ширині щілини, що набагато перевищує довжину зерна.

Якщо розглядати технологічний процес сепарації як зміну положення зернівки над щілиною, то в загальному випадку можна виділити чотири фази, які характеризують якість сепарації зерна: I – ковзання частки по поверхні розподільного конуса; II – плоскопаралельний рух частки щодо точки відриву; III – політ частки над щілиною, що сепарує, після відриву її від поверхні розподільного конуса; IV – взаємодія частки із протилежною кромкою щілинного отвору розподільного конуса.

Отримані рівняння (14)-(16) дозволяють визначити зміну із часом кінематичних параметрів плоского руху частки циліндричної форми ( $x, v_x, v, v_y, \varphi, \omega$ ), їхню залежність від конструктивних параметрів поверхні розподільного конуса ( $\alpha$ ) і характеристик частки ( $l, r, f$ ) і при прийнятих допущеннях можуть служити наближеною математичною моделлю руху довгої частки по кромці щілинного отвору.

#### Література

1. Штиганович Т.О. Обґрунтування конструктивних параметрів дробарки зерна прямого удару з попередньою сепарацією зернового матеріалу / Т.О. Штиганович, О.В. Ялпачик // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ. – Вип. 10. – Т.3. – 2010. – С. 23–35.
2. Поярков М.С. Совершенствование рабочего процесса молотковых дробилок с жалюзийными сепараторами при одно- и двухступенчатом измельчении зерна : автореф. дис. ... канд. тех. наук / М.С. Поярков. – Киров, 2001. – 22 с.
3. Денисов В.А. Повышение эффективности процесса измельчения зерновых компонентов комбикормов: автореф. дис. ... д-ра тех. наук / В.А. Денисов. – Москва, 1992. – 32 с.
4. Панфилов В.А. Технологические линии пищевых производств (теория технологического потока) / В.А. Панфилов. – М. : Колос, 1993. – 288 с.
5. Авдеев Н.Е. Новый принцип сепарирования зерновых материалов / Н.Е. Авдеев // Механизация и электрификация соц. сельского хозяйства. – 1987. – №10. – С. 24–27.
6. Некрасов А.В. Совершенствование процесса гравитационной классификации зернистых смесей и расширение области применения гравитационных сепараторов: дис. ... канд. техн. наук / А.В. Некрасов. – Воронеж, 2001. – 241 с.
7. Тарасенко А.П. Критическая скорость частиц в слое / А.П. Тарасенко, В.С. Быков // Совершенствование технологий и

технических средств для механизации процессов в растениеводстве: сб. науч. тр. – Воронеж: Воронеж. госуд. аграрный, ун-т, 1994. – С. 60–68.

8. Глебов Л.А., Семенов Е.В. Рациональные режимы и оценка эффективности работы дробилок ударного действия / Л.А. Глебов, Е.В. Семенов // ЦНИИТЭИ Минхлебопродуктов СССР, комбикормовая промышленность, экспресс – информация. – 1991. – 41 с.

9. Технология переработки зерна / [Под ред. Я.Н. Куприца]. – М. : Колос, 1965. – 504 с.

10. Технология переработки зерна / [Под ред. Г.А. Егорова]. – М. : Колос, 1977. – 376 с.

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕПАРАЦИИ ЗЕРНА ЧЕРЕЗ ЩЕЛЕВЫЕ ОТВЕРСТИЯ МЕЖДУ РАЗГОННЫМИ УЧАСТКАМИ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОГО КОНУСА**

Шпиганович Т.А.

**Аннотация** – работа посвящена математическому моделированию сепарации зерна через щелевые отверстия между разгонными участками распределительного конуса дробилки прямого удара и определение условий его выделения в щелевые отверстия.

### **MATHEMATICAL MODELING OF THE SEPARATION OF GRAIN BY SLOTS BETWEEN BOOST SECTIONS OF THE DISTRIBUTION CONE**

T. Shpiganovich

#### **Summary**

The paper is devoted to mathematical modeling of the grain separation through slots between boots sections of the distribution cone of the crusher of direct impact and determination of conditions of grain release in the slots.