

УДК 621.43

## УНИФИЦИРОВАННЫЙ ПОДХОД К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ ГАЗОВЫХ И ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПОРШНЕВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

Хмелёв Р.Н., к.т.н.

Тульский государственный университет

Тел. (+7 0872) 35-05-01

**Аннотация** – работа посвящена разработке унифицированного подхода к математическому описанию газовых и гидравлических систем поршневых двигателей внутреннего сгорания. В нём используется комплекс математических моделей различной размерности, применяемых с учетом характерных конструктивных особенностей этих систем и типа рабочего тела.

**Ключевые слова** – поршневой двигатель внутреннего сгорания, газовые и гидравлические системы, математические модели.

**Постановка проблемы.** Мощностные, экономические и экологические показатели поршневых двигателей внутреннего сгорания (ПДВС) в значительной степени определяются совершенством функционирования газовых и гидравлических систем (ГГС) ПДВС. К этим системам в первую очередь относятся газовоздушный тракт, система топливоподачи, а также системы охлаждения и смазки. Наиболее эффективным способом исследования функционирования ГГС является использование экономичных с точки зрения затрат машинного времени математических моделей, реализующих рациональное сочетание сложности и полноты описания нестационарных термо-, гидро- и газодинамических процессов.

**Анализ последних исследований.** Максимально детальная (достоверная) модель функционирования ГГС не является оптимальной, поскольку требует значительных вычислительных мощностей и первоклассного программного обеспечения [1]. В такой модели функционирование ГГС ПДВС может быть описано системой законов сохранения для нестационарного трехмерного течения многокомпонентной вязкой, теплопроводной среды для газовой фазы, а также аналогичными уравнениями для жидкости, описывающими

динамику жидкой фазы, включая явления в системе топливоподачи и гидродинамику капли распыленного топлива. При этом для постановки более достоверных граничных условий на твердых стенках необходимо решать сопряженную задачу о нестационарном тепловом и напряженно деформированном состоянии в элементах ПДВС. Эта модель является фундаментальной и практически не нуждается в эмпирических данных. Все применяемые на практике модели являются в той или иной мере «огрубленными», по сравнению с указанной.

Существующие подходы к исследованию функционирования ГГС ПДВС, отличается разнообразием используемых математических моделей [1-6], от стационарных нуль-мерных и эмпирических моделей до трехмерных нестационарных. При этом отсутствует единая методология математического моделирования и исследования названного класса систем. Необходимость ее разработки обусловлена существующими проблемами рационального использования математических моделей с точки зрения решаемых задач и затрат машинного времени. Как отмечено в работе [2], на современном этапе очень важна унификация применяемых моделей для возможности их совместного применения, базируясь на CALS-технологиях, в системах автоматизированного проектирования ПДВС.

*Цель статьи – разработать унифицированный подход к математическому описанию газовых и гидравлических систем ПДВС.*

*Результаты исследований.* Процессы функционирования ГГС ПДВС могут быть достаточно адекватно описаны с помощью одних и тех же типовых математических моделей, что делает возможным разработку единой унифицированной методологии математического описания и исследования их функционирования в процессе проектирования.

Можно выделить ряд наиболее существенных общих особенностей, характерных для ГГС ПДВС:

1). Наличие в системах типовых элементов, к которым относятся трубопровод (канал), полость, цилиндр, местное сопротивление (изменение проходного сечения, изменение направления потока, газовая и гидравлическая арматура, разветвление и слияние потоков).

2) Процессы течения газа и жидкости сопровождаются сложными нестационарными термо-, гидро- и газодинамическими явлениями, и характеризуются изменением плотности и температуры рабочего тела, теплообменом и трением со стенками трубопроводов (каналов), волновыми явлениями в трубопроводах.

Для учета перечисленных выше особенностей сформулированы следующие *принципы унификации* математического описания ГГС ПДВС.

1) Использование, в качестве базовых соотношений, уравнений законов сохранения и уравнения состояния рабочего тела.

2) Использование известных зависимостей термодинамики [7] для определения теплоемкости, внутренней энергии, энталпии, расхода рабочего тела, скорости звука, а также других параметров.

3) Возможность исследования функционирования ГГС ПДВС в нуль-мерной (по пространству), одно-, двух-, трехмерной, а также стационарной и нестационарной постановке, с выбором моделей требуемой размерности (табл. 1).

4) Использование для численного моделирования пространственных потоков метода С.К. Годунова, обеспечивающего выполнение расчетов при любых уровнях давления.

5) Использование граничных условий различных типов, реализация учета взаимодействия пространственного потока с движущейся контактной границей, а также алгоритмов объединения математических моделей с различным числом пространственных координат.

Таблица 1

## Математические модели ГГС ПДВС

№ п/п	Размерность математических моделей	Характеристики и область применения математических моделей
1	Нульмерные (термодинамич еские)	Используются для описания процессов, термодинамических по своей природе – процессов преобразования энергии в цилиндрах и полостях. В основу моделей положены уравнения тепломеханики: законы сохранения энергии, массы газа или жидкости в полости, законы движения твердых звеньев и уравнение состояния.
2	Одномерные	Используются для расчета течения в прямолинейных или незначительно искривленных участках трубопроводов и каналов. В основу моделей положены дифференциальные уравнения неразрывности, количества движения, энергии (с учетом трения и теплообмена потока со стенками каналов), уравнение состояния, а также уравнения, описывающие течение потока через местные сопротивления.
3	Двух- и трехмерные	Двухмерные модели используются для исследования осесимметричных течений и разветвлений трубопроводов и каналов. Трехмерные модели используются для определения детальной структуры течения в ГГС. В основу моделей положены дифференциальные уравнения неразрывности, количества движения, энергии (в форме Эйлера или Навье-Стокса) и уравнение состояния.

Для математического описания термодинамических процессов с переменной массой в полостях и цилиндрах используется нульмерная модель, которая включает уравнения для скорости изменения удельного объема и температуры рабочего тела (законы сохранения массы и энергии) в следующем общем виде:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -\frac{\vartheta^2}{W} \left( \sum_{j=1}^{j=J} G_{nj} - \sum_{q=1}^{q=Q} G_{pq} - \frac{1}{\vartheta} \frac{dW}{dt} \right);$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\vartheta}{c_v W} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{j=J} G_{ij} \left( \dot{r}_{ij} - u + \vartheta \left( \frac{\partial u}{\partial \vartheta} \right)_T \right) - \sum_{q=1}^{q=Q} G_{pq} \left( \dot{r}_{pq} - u + \vartheta \left( \frac{\partial u}{\partial \vartheta} \right)_T \right) \\ & + \dot{Q} - \frac{dW}{dt} \left( p + \vartheta \left( \frac{\partial u}{\partial \vartheta} \right)_T \right) \end{aligned} \right\},$$

где  $G_{nj}$  – секундный массовый приход рабочего тела по  $j$ -му каналу;  $G_{pq}$  – секундный массовый расход рабочего тела по  $q$ -му каналу;  $\dot{r}_{nj}$  – удельный приход энергии рабочего тела по  $j$ -му каналу;  $\dot{r}_{pq}$  – удельный расход энергии рабочего тела по  $q$ -му каналу;  $P = u + p \cdot \vartheta = i$ ;  $u$ ,  $i$  – удельная внутренняя энергия и энтальпия рабочего тела;  $\vartheta$  – удельный объем рабочего тела;  $c_v$  – удельная изохорная теплоемкость;  $j = 1, 2, 3, \dots, J$ ;  $q = 1, 2, 3, \dots, Q$ ;  $W$  – объем, занимаемый рабочим телом;  $\dot{Q}$  – секундный приход (расход) энергии в форме теплоты.

При расчете процессов в цилиндре дополнительно используются уравнения, описывающие законы движения твердых звеньев.

Исходная система дифференциальных уравнений одномерного нестационарного потока газа или жидкости (с плотностью  $\rho$ ) записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho v_x^2)}{\partial x} = -\frac{\lambda_{mp} \rho v_x |v_x|}{2 d_e};$$

$$\frac{\partial \rho \left( u + \frac{v_x^2}{2} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_x \left( u + \frac{p}{\rho} + \frac{v_x^2}{2} \right)}{\partial x} + \frac{4 \alpha_t (T - T_{\text{ж}})}{\rho d_s} = 0,$$

где  $\lambda_{mp}$  – коэффициент, учитывающий потери на трение при движении газа или жидкости в трубопроводе (канале);  $\alpha_t$  –

коэффициент теплоотдачи;  $T_{cm}$  – температура стенки трубы;  $d_e$  – гидравлический диаметр трубопровода (канала);  $v_x$  – скорость рабочего тела.

Для описания течения газа или жидкости в двух- или трехмерной постановке используется система дифференциальных уравнений в форме Эйлера или Навье-Стокса.

Анализ работ по математическому моделированию газовых и гидравлических систем позволяет выделить ряд уравнений состояния, которые наиболее часто используются при проведении расчетов (табл. 2).

Таблица 2  
Уравнения состояния рабочего тела

Рабочее тело	Уравнение состояния
1. Воздух, топливовоздушная смесь, отработавшие газы [1-5]	$p\vartheta = RT$
2. Дизельное топливо [8]	$\left(\frac{\rho}{\rho_{0T}}\right)^k = \frac{B+P}{B},$ <p style="text-align: center;">где</p> $B = 10^6 \cdot [104 - 0,851(T - 293) + 0,44(\rho_{20} - 825)];$ $k = 10,5 + 0,0141(T - 293);$ $\rho_{0T} = \rho_{20} - (1,8 - 0,0013\rho_{20})(T - 293).$
3. Бензин [8]	$\left(\frac{\rho}{\rho_{0T}}\right)^k = \frac{B+P}{B},$ <p style="text-align: center;">где <math>B = 10^6 \cdot [127,33 - 353 \cdot 10^{-9} p],</math></p> $k = 7,2503 + 25,9 \cdot 10^{-9} p.$
4. Моторное масло [7]	$p = \frac{B_0(T)}{\vartheta^n} + \frac{B_1(T)}{\vartheta^{2+n}},$ <p style="text-align: center;">где <math>n = 2</math>; <math>B_0(T) = x_1 + x_2 T + x_3 T^2 + x_4 T^3;</math></p> $B_1(T) = x_5 + x_6 T + x_7 T^2.$

Конкретное уравнение состояния позволяет получить зависимости для основных термодинамических функций и характеристик рабочего тела: теплоемкости, расхода рабочего тела,

внутренней энергии, производной  $\left(\frac{\partial u}{\partial \vartheta}\right)_T$ , энталпии, скорости звука, показателя адиабаты, прихода (расхода) энергии в форме теплоты.

Основной особенностью рассматриваемого унифицированного подхода является возможность реализации рационального сочетания сложности и полноты описания нестационарных термо-, гидро- и газодинамических процессов. Это позволяет при сохранении необходимой точности проводимых исследований существенно сократить затраты машинного времени, связанные с расчетом ГГС. Таким образом, разработанное математическое и программное обеспечение включает комплекс математических моделей различной размерности (сложности), применяемых учетом характерных конструктивных особенностей ГГС ПДВС и типа рабочего тела.

В качестве примера, иллюстрирующего возможности предложенного унифицированного подхода, на рис. 2 и 3 приведены результаты двух тестовых расчетов: течения воздуха и дизельного топлива в трубе между двумя полостями постоянного объема (рис. 1), в каждой из которых рабочее тело в начальный момент времени имеет определенные значения параметров. Расчеты проводились при помощи двумерной модели (сквозной расчет), и комбинации нуль-мерной (для полостей) и одномерной (для трубы) моделей. По одномерной модели трубы определялся расход (приход) рабочего тела для нуль-мерных моделей. По нуль-мерным моделям полостей определялись параметры состояния, которые использовались для вычисления граничных условий модели трубы.

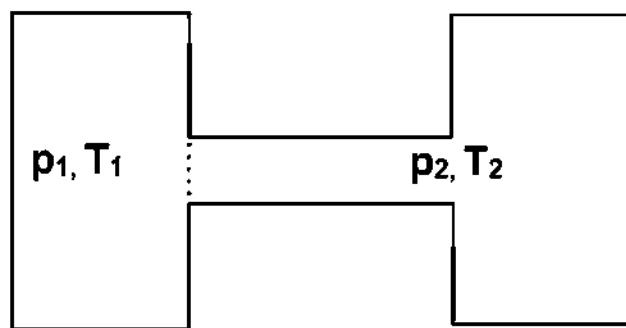


Рис. 1. Расчетная схема

При проведении расчетов были принятые следующие исходные данные: объемы полостей:  $W_1 = W_2 = 4,09 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ ; длина трубы  $l = 0,3 \text{ м}$ ; диаметр трубы  $d = 0,02 \text{ м}$ ; коэффициенты расхода  $\mu_1 = \mu_2 =$

0,8. Для воздуха  $p_1 = 1,5 \cdot 10^5$  Па;  $T_1 = 293$  К;  $p_2 = 1,0 \cdot 10^5$  Па;  $T_2 = 293$  К; для дизельного топлива  $p_1 = 2,35 \cdot 10^7$  Па;  $T_1 = 293$  К;  $p_2 = 3,0 \cdot 10^5$  Па;  $T_2 = 293$  К.

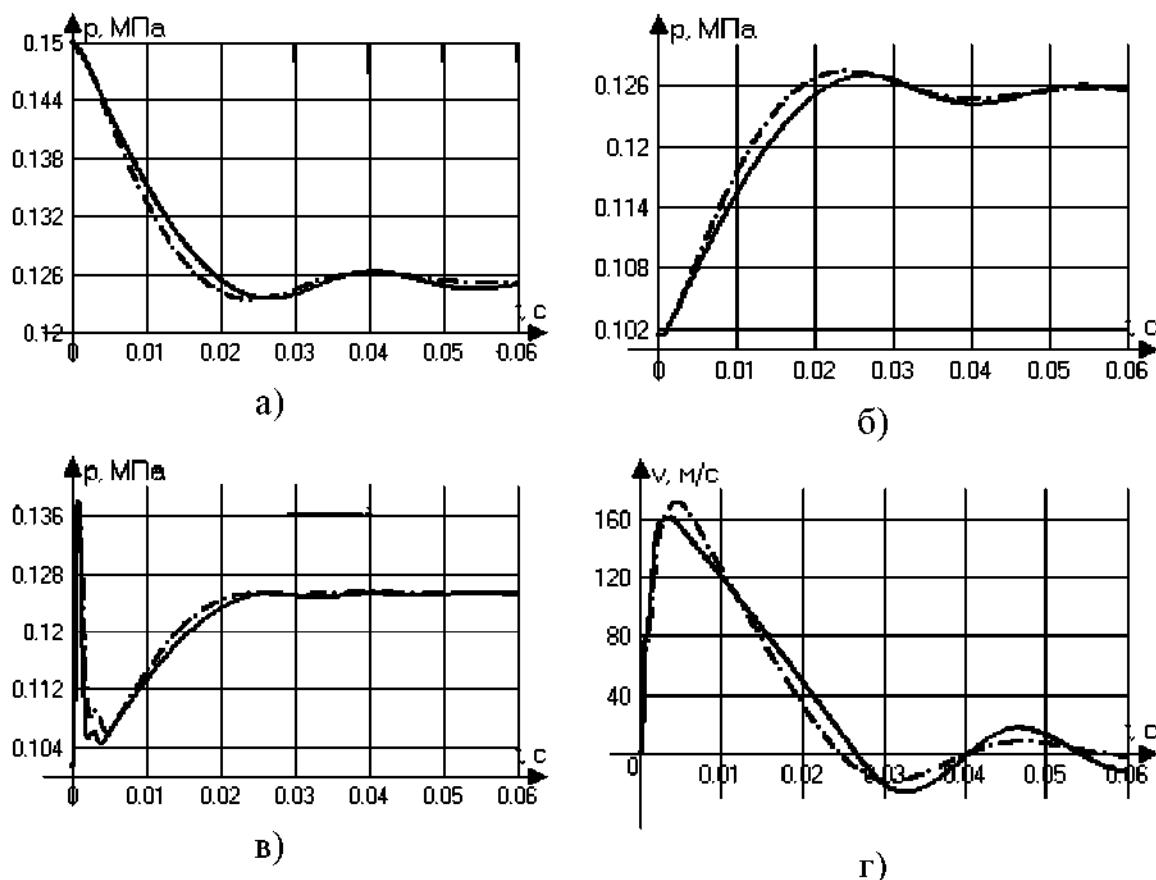


Рис. 2. Результаты тестовых расчетов течения воздуха по нульмерно-одномерной (—) и двумерной (- · - · -) моделям: а) давление в левой полости; б) давление в правой полости; в) давление в центре трубы; г) скорость в центре трубы

Проведенные расчеты позволяют сделать вывод о возможности существенного сокращения затрат машинного времени за счет рационального использования математических моделей различной размерности. Так, например, в приведенных тестовых расчетах течения дизельного топлива затраты машинного времени отличаются в 50 раз.

**Выводы.** Предложенный унифицированный подход в настоящее время используется при исследовании функционирования газовоздушного тракта и системы топливоподачи дизельного двигателя ТМЗ-450Д. При расчете газовоздушного тракта ПДВС используется комбинация одномерных (впускной и выпускной трубопроводы) и трехмерных (впускной, выпускной каналы и

цилиндр) математических моделей [9]. При расчете системы топливоподачи дизельного двигателя применяется комбинация нуль-мерных (полости ТНВД, штуцера и форсунки) и одномерной (трубопровод) математических моделей [10], разработанных в соответствии с изложенными выше принципами.

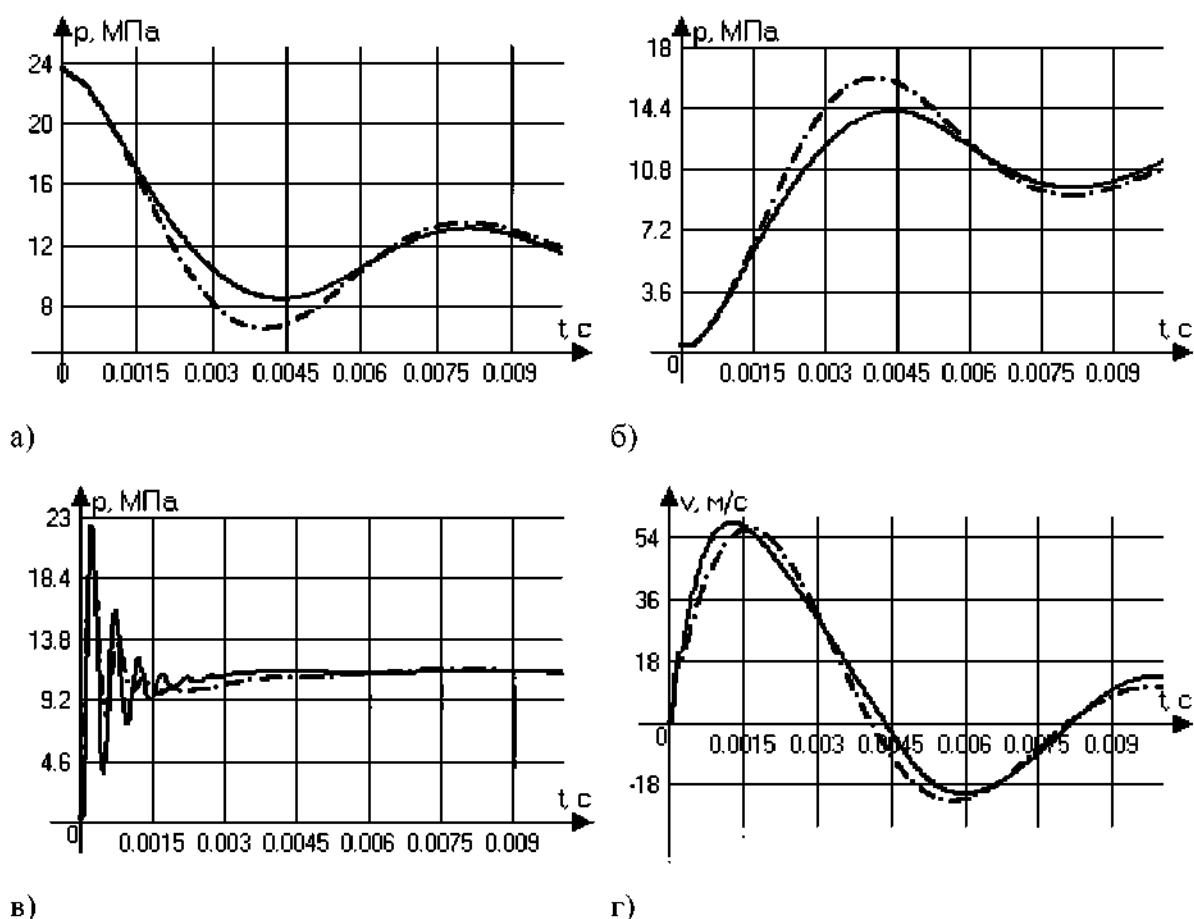


Рис. 3. Результаты тестовых расчетов течения дизельного топлива по нульмерно-одномерной (—) и двумерной (- · - · -) моделям: а) давление в левой полости; б) давление в правой полости; в) давление в центре трубы; г) скорость в центре трубы

Разработанное математическое и программное обеспечение может использоваться для исследования и совершенствования газовых и гидравлических систем ПДВС на стадии проектирования и доводки двигателя.

#### Литература

- Черноусов А.А. Рациональные термогазодинамические модели для перспективной системы инженерного анализа процессов в объектах машиностроения / А.А. Черноусов // Сборник научных

- трудов по м–лам Международной конференции «Двигатель-2007», посвящ. 100-летию школы двигателестроения МГТУ им. Н.Э. Баумана / [Под ред. Н.А. Иващенко и др.]. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – С. 101–105.
2. *Луканин В.Н.* Двигатели внутреннего сгорания. В 3 кн: учебник для вузов / В.Н. Луканин и др.; [под ред. В.Н. Луканина и М.Г. Шатрова]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2005. – 414 с.
3. *Гришин Ю.А.* Газодинамическое совершенствование проточной части ДВС : Дисс... д-ра техн. наук / Ю.А. Гришин. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 435 с.
4. *Яманин А.И.* Компьютерно-информационные технологии в двигателестроении : Учебное пособие / А.И. Яманин и др. - М.: Машиностроение, 2005. – 480 с.
5. *Еникеев Р.Д.* Повышение эффективных и экологических показателей ДВС газодинамическими методами : Автореф. дисс... докт. техн. наук / Р.Д. Еникеев. – Уфа, УГАТУ, 2009. – 34 с.
6. *Астахов И.В.* Топливные системы и экономичность дизелей / И.В. Астахов и др. – М.: Машиностроение, 1990. – 288 с.
7. *Подчуфаров Ю.Б.* Математические модели автоматических систем. Гидромеханические системы : Учебное пособие / Ю.Б. Подчуфаров и др. – Тула: ТулПИ, 1987. – 96 с.
8. *Грехов Л.В.* Использование линеаризованного распада разрыва для расчета топливоподачи в дизелях / Л.В. Грехов // Автомобильные и тракторные двигатели: Межвузовский сборник научных трудов. Вып. XVI. – М.: МАМИ, 1999. – С. 81–85.
9. *Малинованов М.В.* Разработка комплекса математических моделей для описания газодинамических процессов в ДВС / М.В. Малинованов, Р.Н. Хмелёв // Двигатели внутреннего сгорания : Научно-технический журнал. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2004. – №1(4). – С. 43–45.
10. *Базаева Н.С.* Математическое описание изменение состояния дизельного топлива в полостях систем топливоподачи высокого давления / Н.С. Базаева и др. // Сборник научных трудов по м–лам Международной конференции «Двигатель-2007», посвящ. 100-летию школы двигателестроения МГТУ им. Н.Э. Баумана / [Под ред. Н.А. Иващенко и др.] – М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – С. 257–260.

**УНІФІКОВАНИЙ ПІДХІД ДО МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ  
ГАЗОВИХ І ГІДРАВЛІЧНИХ СИСТЕМ ПОРШНЕВИХ  
ДВИГУНІВ ВНУТРІШНЬОГО ЗГОРЯННЯ**

Хмельов Р.Н.

*Анотація* – робота присвячена розробці уніфікованого підходу до математичного опису газових і гідравлічних систем поршневих двигунів внутрішнього згоряння. У ньому використовується комплекс математичних моделей різних розмірів, що застосовуються з урахуванням характерних конструктивних особливостей цих систем і типу робочого тіла.

**UNIFIED APPROACH TO THE MATHEMATICAL  
DESCRIPTION OF GAS AND HYDRAULIC SYSTEMS OF  
RECIPROCATING INTERNAL COMBUSTION ENGINES**

R. Khmelev

*Summary*

A paper is dedicated to the development of unified approach to the mathematical description of gas and hydraulic systems of reciprocating internal combustion engines. It uses the complex of mathematical models of different dimension number used with taking account of characteristic structural features of these systems and kind of the working fluid.