

ЛІНІЙНА МОДЕЛЬ РУХУ ЧАСТОК У ПЛОСКОМУ НАХИЛЕНОМУ КАНАЛІ ПНЕВМОСЕПАРАТОРА

Бакум М.В., к.т.н.

Ольшанський В.П., д.ф-м.н.

Крекот М.М. асп.¹

Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка

Тел. 057-732-38-45

Анотація - В результаті лінеаризація нелінійних рівнянь руху отримані і апробовані розрахунками формули для визначення дальності польоту часток в нахиленому повітряному каналі прямокутного поперечного перерізу. Досліджено екстремум дальності польоту частинки в залежності від кута нахилу каналу до горизонту.

Ключові слова – лінійна модель, повітряний канал, політ часток, розділення, кут нахилу.

Постановка проблеми. Пневмосепарація широко використовується в післязбиральній обробці зернових і насінневих сумішей. Наявність адекватних математичних моделей дозволяє обґрунтовано розраховувати параметри пневмосепарувальної техніки тому їх розробкою зайнялись багато науковців. В основі більшості відомих математичних моделей є числове інтегрування системи нелінійних диференціальних рівнянь руху частки в повітряному потоці. Але такий спосіб моделювання не дає явних залежностей характеристик руху частки від параметрів повітряного каналу. Такі залежності виникають із аналітичних розв'язків задачі балістики частинки. Їх можна отримати в результаті лінеаризації нелінійних рівнянь руху. Тому побудова наближених, але достатньо точних, аналітичних розв'язків задачі балістики насіння в повітряному потоці пневматичного каналу залишається актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Аналіз досліджень з пневмосепарування зерна виконаний в дисертаційних роботах [1, 2], а також в статтях [3, 4]. Із останніх публікацій за проблемою відмітимо статті [5, 6], в яких наведені результати експериментальних досліджень роботи удосконаленого нахиленого пневмоканалу прямокутного поперечного перетину. Ідея лінеаризації рівнянь польоту часточки

© інженер Бакум М.В., інженер Ольшанський В.П., інженер Крекот М.М.

¹ - науковий керівник к.т.н., доц. Бакум М.В.

у вертикальному каналі пневмосепаратора реалізована в [7,8], де показано, що належне спрощення моделі не вносить суттєвих похибок в розрахунки. Ця ідея використана і в даному дослідженні, адже частки в нахиленому пневмоканалі переміщуються на порівняно невеликі відстані, що з доцільною точністю можна описати лінійними рівняннями руху.

Метою досліджень є обґрунтування параметрів лінійної моделі, які приводять до співпадання аналітичного з числовим розв'язком нелінійної задачі Коші, а також отримання та апробація наближених формул для розрахунку часу та дальності польоту частки вздовж каналу.

Результати досліджень.

При квадратичній залежності аеродинамічної сили від відносної швидкості руху часточки її політ в однорідному повітряному потоці описується нелінійною системою зв'язних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - k(V - \dot{x})\sqrt{(V - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} &= -g \sin \alpha, \\ \ddot{y} + k\dot{y}\sqrt{(V - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} &= g \cos \alpha, \end{aligned} \quad (1)$$

записаних в повернутій прямокутній системі координат, xoy , наведений на рис. 1.

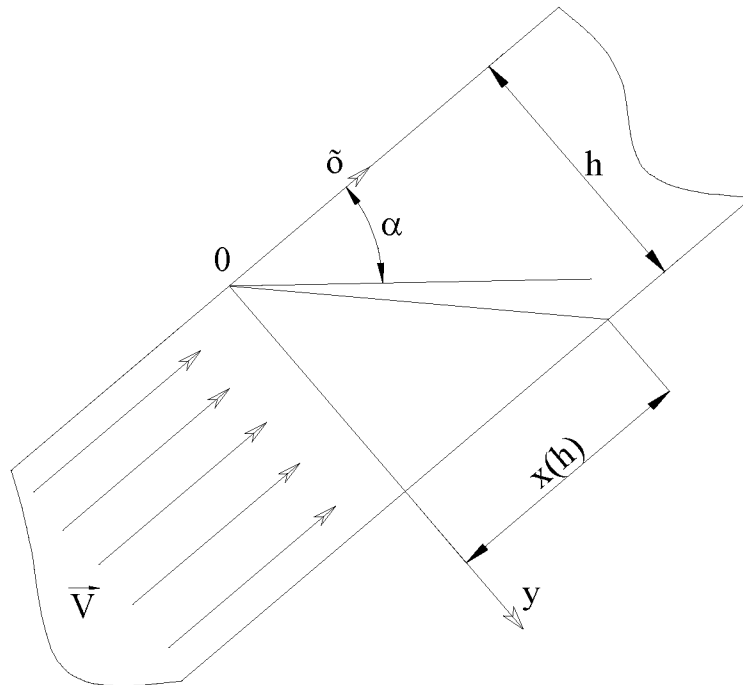


Рисунок 1 – Розрахункова схема.

В рівняннях (1) k - коефіцієнт вітрильності насіння; V - швидкість потоку повітря, спрямована вздовж осі ox ; g - прискорення вільного падіння; крапка над символом позначає похідну за часом t .

За аналогією з роботами [7,8], приймаємо в рівняннях (1)

$$\sqrt{(\dot{V} - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} = \Psi V = const. \quad (2)$$

Множник Ψ в цитованих публікаціях приймається рівним 1.06. В нашому випадку $\Psi < 1$, так як насінини рухаються не в зустрічному, а в попутному повітряному потоці. З врахуванням (2) система рівнянь (1) перетворюється на лінійні рівняння:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - \beta \cdot (V - \dot{x}) &= -g \sin \alpha, \\ \ddot{y} - \beta \cdot \dot{y} &= g \cos \alpha, \end{aligned} \quad (3)$$

Враховуючи, що частка потрапляє в канал на початку координат, а проекції її початкової швидкості на осі ox і oy відповідно рівні \mathcal{G}_1 і \mathcal{G}_2 , початковими умовами для рівнянь (3) беремо:

$$x(0) = y(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = \mathcal{G}_1; \quad \dot{y}(0) = \mathcal{G}_2. \quad (4)$$

У виразах (3) і (4) $\beta = k \cdot \Psi \cdot V$; $\mathcal{G}_1 = -\mathcal{G}_0 \sin \alpha$; $\mathcal{G}_2 = \mathcal{G}_0 \cos \alpha$; \mathcal{G}_0 - швидкість потрапляння (подачі) насіння в пневмоканал.

Задача Коші, записана виразами (3) і (4), має розв'язок у вигляді:

$$x(t) = \frac{1}{\beta} \left\{ \left(\mathcal{G}_1 - \frac{\beta \cdot V - g_1}{\beta} \right) \cdot [1 - \exp(-\beta \cdot t)] + (\beta \cdot V - g_1) \cdot t \right\}; \quad (5)$$

$$y(t) = \frac{1}{\beta} \left\{ \left(\mathcal{G}_2 - \frac{g_2}{\beta} \right) \cdot [1 - \exp(-\beta \cdot t)] + g_2 t \right\}, \quad (6)$$

де $g_1 = g \sin \alpha$; $g_2 = g \cos \alpha$.

Виключивши у розв'язках (5) і (6) параметр часу t , отримаємо явну залежність x від y на траєкторії частки:

$$x(y) = \frac{1}{\beta} \left\{ \left(\mathcal{G}_1 - V + \frac{g_1}{\beta} \right) \cdot \left[1 + \frac{W(\eta)}{1 - \lambda} \right] - \left(V - \frac{g_1}{\beta} \right) \cdot \ln \left[\frac{W(\eta)}{\lambda - 1} \right] \right\}, \quad (7)$$

$$\text{де } \eta = \eta(y) = -\exp \left[\ln(1 - \lambda) + \lambda - 1 - \frac{\beta^2}{g_2} \cdot y \right]; \quad (8)$$

$$\lambda = \frac{\beta \cdot g_2}{g_2};$$

$W(\eta)$ - спеціальна функція Ламберта.

Щоб визначити максимальну дальність польоту насінини вздовж каналу $x(h)$ потрібно у формули (7), (8) підставити значення $y = h$.

Обчислення $W(\eta)$ не викликає труднощів, адже ця спеціальна функція затабулірована в монографії [9, с.192].

Зауважимо, що значення $W(\eta)$ від'ємного аргументу, з похибкою меншою 1%, можна визначити і без таблиці за апроксимаційними формулами:

$$W(\eta) = \frac{1+\eta e}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{1+\eta e}} - 1 \right) - 1,$$

при $\eta \in (-1/e; -0,35)$;

$$W(\eta) = \sqrt{\left(\frac{1,5 + \eta_1}{2}\right)^2 + 2\eta_1 + 1} - \frac{1}{2}(2,5 + \eta_1),$$

при $\eta_1 = \eta\sqrt{e}$; $\eta \in (-0,35; -0,2)$;

$$W(\eta) = \sqrt{\left(1 + \frac{\eta}{2}\right)^2 + 2\eta} - \frac{1}{2}\eta - 1$$

при $\eta \in (-0,2; 0)$.

В межах $\eta \in (-0,3; 0)$ з похибкою меншою 0,5% функція Ламберта також апроксимується виразом [10]:

$$W(\eta) = \frac{\eta}{1 + 0,901 \cdot \eta - 1,298 \cdot \eta^2}.$$

Особливої уваги заслуговує випадок подачі насіння у похилий пневмоканал з нульовою початковою швидкістю, за якої канал має найбільшу поділяючу здатність [1]. В цьому частинному випадку маємо лінійну залежність x від y :

$$x = \frac{\gamma - \sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot y, \quad (9)$$

в якій $\gamma = \frac{\beta V}{g}$.

Розрахунок дальності польоту частки вздовж каналу зводиться до компактної формули:

$$x(h) = \frac{\gamma - \sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot h. \quad (10)$$

Із неї видно, що $x(h)$ змінюється не монотонно із зміною α . Залежність має мінімум. Визначимо кут $\alpha = \alpha^*$, за якого $x(h)$ мінімальне. Дослідження виразу (10) на екстремум дає:

$$\alpha^* = \arcsin \frac{1}{\gamma}; \quad (11)$$

$$\min x(h) = h \frac{\gamma - \gamma^{-1}}{\sqrt{1 - \gamma^{-2}}}.$$

Кут α^* залежить від k , Ψ , V . При експериментальному визначенні α^* цю залежність можна використати для ідентифікації значення Ψ . Очевидно, що значення Ψ міняється при зміні k і V . Причому, при більших k (частинки малої щільності) проекція швидкості $\dot{x}(t)$ буде більшою ніж при малих k , а згідно (2) має зменшуватись Ψ . Для інженерних розрахунків в інтервалах: $k \in [0,05; 0,15] \text{ м}^{-1}$; $V \in [10; 20] \text{ м/с}$ пропонуємо Ψ обчислювати за емпіричною формулою:

$$\Psi = 1,0567 - 0,3081 \cdot k - (0,0033 + 0,0484 \cdot k) \cdot V. \quad (12)$$

Вирази (10) і (12) дозволяють визначити для каналу максимальну поділяючу здатність часток $\Delta x(h)$, які мають коефіцієнти вітрильності k_1 і k_2 . Розрахунок зводиться до компактної формули:

$$\max \Delta x(h) = \frac{hV^2}{g \cos \alpha} (k_2 \Psi_2 - k_1 \Psi_1),$$

де $\Psi_j = 1,0567 - 0,3081 \cdot k_j - (0,0033 + 0,0484 \cdot k_j) \cdot V$; $j = 1, 2$.

Максимальна поділяюча здатність отримується пропорційною висоті поперечного перерізу каналу і майже квадрату швидкості повітря. В той же час вона зворотно пропорційна косинусу кута нахилу осі

каналу до горизонту.

Апробацію отриманих формул виконували розрахунками, в яких приймали: $h = 0,3$ м; $k = k_1 = 0,074$ м⁻¹; $k = k_2 = 0,136$ м⁻¹. Досліджували вплив різних значень α і V .

Результати обчислень $x(h)$ при $\mathcal{G}_0 = 0$ за формулами (10), (12) записані в чисельниках таблиць 1 і 2. В таблиці 1 варіювались значення кута нахилу α при $V = 17$ м/с, а в таблиці 2 змінювались значення V при $\alpha = 20^\circ$. В знаменнику зазначених таблиць записані $x(h)$, до яких приводить числове інтегрування на комп'ютері рівнянь (1) при початкових умовах (4). Результати аналітичного розв'язку спрощеної задачі добре узгоджуються з результатами числового інтегрування вихідних нелінійних рівнянь.

Таблиця 1 – Значення $x(h)$ при різних α і $V = 17$ м/с.

α , град	$x(h)$, м		α , град	$x(h)$, м	
	$k = k_1$	$k = k_2$		$k = k_1$	$k = k_2$
20	0,529	0,974	35	0,522	1,032
	0,531	0,971		0,525	1,033
25	0,522	0,983	40	0,531	1,077
	0,525	0,984		0,537	1,075
30	0,519	1,002	45	0,548	1,139
	0,521	1,003		0,555	1,135

Таблиця 2 – Значення $x(h)$ при різних V і $\alpha = 20^\circ$.

V , м/с	$x(h)$, м		V , м/с	$x(h)$, м	
	$k = k_1$	$k = k_2$		$k = k_1$	$k = k_2$
11	0,170	0,376	17	0,529	0,974
	0,170	0,376		0,527	0,970
14	0,333	0,651	20	0,754	1,337
	0,332	0,650		0,754	1,337

Визначивши за формулою (11) кут α^* знаходимо, що при $k = k_1 - \alpha^* \approx 30,02^\circ$, а при $k = k_2 - \alpha^* \approx 17,14^\circ$. Тому в таблиці 1 із збільшенням α значення $x(h)$, при $k = k_1$ спочатку зменшуються, а потім – збільшуються, тоді як при $k = k_2$ вони лише збільшуються, адже їх визначали за точкою мінімуму. Наявність мінімуму підтверджується і числовим розв'язком нелінійної задачі Коші (знаменник в таблиці 1).

В таблиці 3 записані значення $x(h)$, які отримали за формулами (7), (8), (12) при $V = 17$ м/с, $\mathcal{G}_0 = 0,5$ м/с, $\mathcal{G}_0 = 0,7$ м/с і різних α .

Таблиця 3 – Значення $x(h)$ при різних α і $\mathcal{G}_0 \neq 0$

α , град	$x(h)$ при $V_0 = 0,5$ м/с		$x(h)$ при $V_0 = 0,7$ м/с	
	$k = k_1$	$k = k_2$	$k = k_1$	$k = k_2$
10	0,384	0,673	0,325	0,575
20	0,351	0,658	0,290	0,558
30	0,332	0,673	0,244	0,567
40	0,307	0,728	0,239	0,613
50	0,332	0,846	0,255	0,718

Розрахунки підтверджують, що і при $\mathcal{G}_0 \neq 0$ існує кут α , за якого $x(h)$ мінімальне. Подача часток в канал з вертикальною початковою швидкістю зменшує дальність польоту частки по каналу, що зазначалось і іншими авторами при числовому інтегруванні нелінійних рівнянь руху.

Висновки.

Отримана лінійна модель описує основні особливості руху часток і може використовуватись як при проектуванні пневматичних каналів зерноочисних машин, так і при визначенні оптимальних параметрів процесу сепарації насінневих сумішей в повітряних каналах.

Література

1. Абдуєв М. М. Обґрунтування параметрів сепаратора з нахиленим повітряним каналом для розділення зернових сумішей: автореф. дис. канд. техн. наук / М. М. Абдуєв. – Харків, 2007 – 21с.
2. Єрмак В. П. Обґрунтування способу сепарування соняшника у повітряних потоках: автореф. дис. канд. техн. наук / В. П. Єрмак. – Луґанськ, 2003 – 21с.
3. Аналіз сучасного стану повітряної сепарації зерна / [Васильковський М. І., Гончаров С. Я., Лещенко С. М. та інші.]; Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин: Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник – Вип. 36 – Кіровоград: КНТУ, 2006 – С 111 – 114.
4. Підвищення ефективності попереднього очищення зернових сумішей / [Лещенко С. М., Васильковський О. М., Васильковський М. І. та інші.]; Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Вип. 18. Луцьк: ЛНТУ, 2009 – С 230 – 235.
5. Бакум М. В., Кречот М. М., Абдуєв М. М. та інші. Результати виробничих випробувань модернізованого пневматичного сепаратора з нахиленим повітряним каналом / М. В. Бакум., М. М. Кречот., М. М. Абдуєв. та інші.// Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ – Вип. 75. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – С 72 – 78.
6. Бакум М. В., Кречот М. М. Дослідження впливу основних параметрів пневматичного сепаратора на якість очищення насіння редиски /

Бакум М. В., Крекот М. М. // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Вип. 18. Луцьк: ЛНТУ, 2009 – С 14 – 19.

7. Горитнський В. В., Демський А. Б., Борискин Н. А. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях / Горитнський В. В., Демський А. Б., Борискин Н. А.- М.: Колос, Изд. второе, 1980. – 304 с.

8. Заїка П. М. Теорія сільськогосподарських машин / П. М. Заїка. Том 2, ч. 2, кн. 2. Зернозбиральні машини – Харків: ОКО, 2004 – 404 с.

9. Кучеренко С.І., Ольшанський В.П., Ольшанський С.В., Тищенко Л.М. Балістика крапель, які випаровуються при польоті / С.І. Кучеренко., В.П. Ольшанський., С.В. Ольшанський., Л.М. Тищенко.//Харків: ХНТУСГ, 2007. – 304 с.

10. Тищенко Л. Н., Ольшанский В. П., Ольшанский С. В. Применение уравнения Бернули к расчёту движения зернового слоя на плоском наклонном виброрешете / Л.Н.Тищенко., В.П. Ольшанский., С.В. Ольшанский. // Вібрації в техніці та технологіях, 2009, №3. – С 42 – 47.

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ПЛОСКОМ НАКЛОНЕННОМ КАНАЛЕ ПНЕВМОСЕПАРАТОРА

Бакум М.В., Ольшанський В.П., Крекот М.М.

Аннотация

В результате линеаризации нелинейных уравнений движения получены и апробированы расчетами формулы для определения дальности полета частиц в наклоненном воздушном канале прямоугольного поперечного сечения. Исследован экстремум дальности полета частицы в зависимости от угла наклона канала к горизонту.

LINEAR MODEL OF MOTION OF PARTS IN THE FLAT IN- CLINED CHANNEL PNEVMOSEPARATORA

M. Bakum. V. Olshansciy. M. Krecot.

Summary

As a result of the linerizatsii nonlinear evening of motion the got and approved by computations formulas for determination of distance of flight of parts in the inclined air duct of rectangular transversal to the cut. Ecstremoum of distance of flight of particle is explored depending on the angle of slope of channel to horizon.