

РАСЧЕТ УСРЕДНЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКА ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ НА ВИБРОРЕШЕТЕ

Тищенко Л.Н., д.т.н., чл.-кор. УААН,

Ольшанский В.П., д.ф.-м.н.,

Ольшанский С.В., аспирант¹

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко

Тел. 8(0572)7003888

Аннотация - выведены формулы для вычисления усредненной скорости стационарного потока зерновой смеси по плоскому виброрешету как слоя вязкой жидкости прямоугольного поперечного сечения по наклонному лотку. Проанализировано влияние ширины решета на значение усредненных кинематических характеристик потока.

Ключевые слова – зерновая смесь, виброрешето, профиль скорости потока.

Постановка проблемы. Интенсификация сепарирования зерна относится к актуальным проблемам послеуборочной переработки урожая. Ее решение связано с применением математических моделей, адекватно описывающих процессы сепарирования. При моделировании движения зерновой смеси по поверхностям виброрешет используют различные теории и методы механики. Наиболее распространенные из них базируются на различных видах уравнений: 1) виброперемещения отдельной частицы (или тела) по колеблющейся поверхности; 2) течения вязкой жидкости, к которой сводится псевдооживленная сыпучая среда; 3) движения гранулированной сыпучей среды. При использовании гидродинамических аналогий зерновая смесь в условиях вибраций уподобляется вязкой жидкости, что позволяет с помощью континуальной модели сравнительно просто теоретически определить такие интегральные характеристики, как: среднюю скорость потока смеси, удельную производительность решета, удельную его загрузку и пр. Данная работа ориентирована на уточнение результатов, полученных с помощью гидродинамической аналогии.

Анализ последних исследований и публикаций. В результате решения одномерных уравнений гидродинамики в работах [1, 2] полу-

© д.т.н., Тищенко Л.Н., д.ф.-м.н. Ольшанский В.П., инженер Ольшанский С.В.

¹ - науковий керівник д.т.н., чл.-кор. УААН Тищенко Л.Н.

ны компактные формулы для расчета усредненных характеристик движения слоя смеси. Решения плоских (двумерных) уравнений гидродинамики, описывающих стационарное течение псевдооживленной зерновой смеси, с учетом отделения проходовой фракции через отверстия в решетке и без учета его, представлены в [3,4,5]. В указанных публикациях ширина плоского решета считалась бесконечной, т.е. не учитывалось влияние краевых эффектов у бортов решётного стана на процесс движения. Учет такого влияния проводился в работе [6]. Здесь рассматриваем аналогичную краевую задачу, но решение ее строим другим методом, который приводит к более точным результатам.

Формулировка цели данной работы является получение формул для расчета усредненных характеристик потока зерновой смеси по плоскому виброрешету конечной ширины в условиях стационарного течения.

Основное содержание исследования. Обозначим символом θ угол наклона рабочей плоскости решета к горизонту, а символами H и h – соответственно ширину поперечного сечения рабочей плоскости решета и высоту движущегося по ней слоя зерновой смеси. Смесь движется по решету вдоль координатой оси Ox со скоростью $u(y, z)$, которая зависит от поперечных координат $y \in [0; h]$ и $z \in [0; H]$. Система координат и характерные размеры поперечного сечения движущегося слоя показаны на рис. 1.

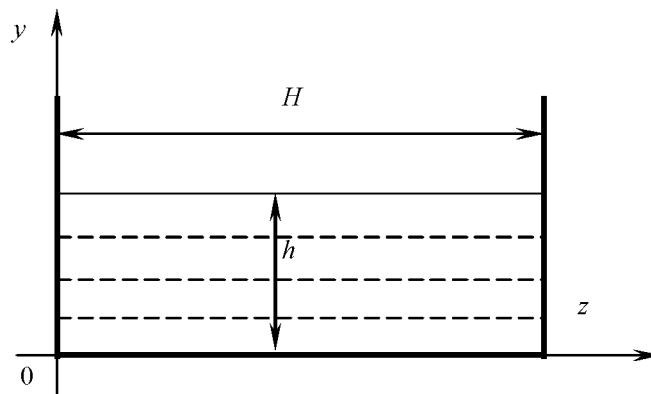


Рисунок 1 – Расчетная схема.

Неизвестная функция $u(y, z)$ является решением дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{\rho g}{\mu} \sin \theta . \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения;

ρ, μ – усредненные плотность смеси и ее динамический коэффициент вязкости.

Значение μ зависит не только от характеристик смеси, а также от амплитуды и частоты продольных колебаний решета. Формула для вычисления μ опубликована в [2].

При постановке краевой задачи уравнение (1) дополняем традиционными в гидродинамике граничными условиями. На поверхностях слоя: $y=0$, $z=0$, $z=H$, контактирующих с решетом, скорость u считаем равной нулю, а на свободной поверхности смеси $y=h$ задаем равными нулю нормальное и касательные напряжения.

Учитывая указанные граничные условия, решение уравнения (1) ищем в виде двойного ряда Фурье:

$$u(y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} \sin(\alpha_m y) \sin(\beta_n z), \quad (2)$$

в котором $\alpha_m = \frac{(2m+1)\pi}{2h}$; $\beta_n = \frac{(2n+1)\pi}{H}$; a_{mn} – неизвестные коэффициенты.

Подставив (2) в (1), с учетом ортогональности синусов, определяем a_{mn} , что в конечном итоге приводит к решению:

$$u(y, z) = \frac{8\rho g \sin \theta}{\mu h H} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(\alpha_m y) \sin(\beta_n z)}{\alpha_m \beta_n (\alpha_m^2 + \beta_n^2)}. \quad (3)$$

Усредненную по сечению скорость потока смеси определим интегрированием:

$$u_{cp} = \frac{1}{hH} \int_0^h dy \int_0^H u(y, z) dz. \quad (4)$$

Подставив (3) в (4), получаем:

$$u_{cp} = \frac{64\rho g H^2 \sin \theta}{\mu \pi^6} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2 (2n+1)^2 \cdot [(2n+1)^2 + (2m+1)^2 \chi^2]} \quad (5)$$

Здесь $\chi = H(2h)^{-1}$.

Преобразуем (5) в одинарный ряд, который более удобен для проведения расчетов. Учитывая, что [7]

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 \cdot [(2n+1)^2 + b^2]} = \frac{\pi^2}{8b^2} - \frac{\pi^2}{4b^3} th \frac{\pi b}{2},$$

находим

$$u_{cp} = \frac{64\rho g h^2 \sin \theta}{\mu \pi^5} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^4} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{(2m+1)\chi} th \frac{(2m+1)\pi\chi}{2} \right]. \quad (6)$$

Далее приближенно просуммируем оставшийся ряд по m . Используя суммы [7]:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^4} = \frac{\pi^4}{96}; \quad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^5} = A_5 = 1,00452376$$

и асимптотическое поведение гиперболического тангенса: $th(\eta) \rightarrow 1$ при $\eta \rightarrow \infty$, вместо (6) получаем приближенное замкнутое решение:

$$u_{cp} = \frac{\rho g h^2 \sin \theta}{3\mu} \cdot \varphi(\chi), \quad (7)$$

в котором

$$\varphi(\chi) \approx 1 - \frac{192}{\pi^5 \chi} \left(0,00452 + th \frac{\pi \chi}{2} \right). \quad (8)$$

Если устремить ширину решета (или параметра χ) к бесконечности, то $\varphi(\chi) = 1$ и формула (7) переходит в известное выражение средней скорости потока на широком наклонном лотке [1,2,8].

Производительность решета конечной ширины зависит от средней скорости потока и равна:

$$Q = h N u_{cp}. \quad (9)$$

Из выражений (8) и (9) следует, что удельная производительность, приходящаяся на единицу ширины решета, составляет:

$$\bar{Q} = h u_{cp} = \frac{\rho g h^3 \sin \theta}{3\mu} \cdot \varphi(\chi). \quad (10)$$

Она пропорциональна $\varphi(\chi)$. В случае решета бесконечной ширины $\varphi(\chi) = 1$ и выражение (10) совпадает с теми, что были получены из решения одномерного уравнения гидродинамики в [1,8].

Зная u_{cp} легко вычислить также удельную загрузку решета q по формуле:

$$q = \frac{\rho h u_{cp}}{L} = \frac{g \rho^2 h^3 \sin \theta}{3\mu L} \cdot \varphi(\chi),$$

где L – длина рабочей поверхности решета.

Как видим, величины u_{cp} , \bar{Q} и q зависят от значений функции $\varphi(\chi)$. Поэтому исследуем поведение этой функции. Она меньше единицы. Следовательно, формулы, к которым приводит решение одномерного уравнения гидродинамики, дают завышенные значения u_{cp} , \bar{Q} и q . При малых χ функция $\varphi(\chi)$ быстро возрастает, а затем медленно (асимптотически) стремится к единице. Это подтверждают значения функции, вычисленные по формулам (7), (8) и записанные в таблицу 1.

Таблица 1 – Значения $\varphi(\chi)$ и $f(\chi)$ при разных χ .

χ	1	2	3	5	10	20	50	∞
$\varphi(\chi)$	0,422	0,686	0,790	0,874	0,937	0,968	0,987	1
$f(\chi)$	$\frac{2,251}{2,253}$	$\frac{3,659}{3,664}$	$\frac{4,213}{4,203}$	$\frac{4,661}{4,665}$	$\frac{4,997}{5,000}$	$\frac{5,165}{-}$	$\frac{5,266}{-}$	$\frac{5,333}{5,333}$

При описании ламинарного течения вязкой жидкости в призматической трубе прямоугольного поперечного сечения в работе [8] вводится функция $f(\chi)$, которая связана с $\varphi(\chi)$ соотношением:

$$f(\chi) = \frac{16}{3} \varphi(\chi).$$

Поэтому, кроме значений $\varphi(\chi)$, в числителях третьей строки таблицы указаны соответствующие им значения $f(\chi)$. Для сравнения в знаменателях третьей строки записаны те $f(\chi)$, что имеются в работе [8]. Малые отличия числителей от знаменателей подтверждают высокую точность приближенной формулы (8).

Выводы. Анализируя результаты расчетов, приходим к выводу, что при движении слоя смеси с шириной во сто раз большей его высоты с погрешностью меньшей 2% расчет усредненных характеристик потока можно выполнять по формулам работ [1,2], которые получены из решения одномерного уравнения гидродинамики. Использование таких формул приводит к несколько завышенным значениям интегральных характеристик. Если отношение ширины к высоте слоя движущейся смеси небольшие, то для расчета усредненных характеристик следует применять полученные здесь формулы.

Литература.

1. Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна / Л.Н. Тищенко – Харьков: Основа, 2004. – 224 с.
2. Тищенко Л.Н., Кучеренко С.И., Ольшанский В.П., Зайцев О.Б. Модель однослойного движения зерновой смеси по наклонному рифленому решету / Л.Н. Тищенко, С.И. Кучеренко, О.Б. Зайцев // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв. Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 74. – С. 28-39.
3. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П. Решения упрощенных уравнений гидродинамики при моделировании движения зерновой смеси по наклонному плоскому решету / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв. Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 74. – С. 306-312.
4. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. О движении зернового слоя на плоском наклонном виброрешете / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Луцьк: ЛНТУ, 2009. – Вип. 18. – С. 460-468.
5. Ольшанский В.П., Кучеренко С.И., Бурлака В.В., Ольшанский С.В. Уточненная гидродинамическая модель движения зерновой смеси по

плоскому віброрешету / В.П. Ольшанський, С.И. Кучеренко, В.В. Бурлака, С.В. Ольшанський // Технічний сервіс АПК, техніка та технології у сільськогосподарському машинобудуванні. Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 76. – С. 226-233.

6. Морозов И.В., Слоновский Н.В. О движении псевдооживленной среды по направляющей поверхности / И.В. Морозов, Н.В. Слоновский // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних та харчових виробництв. Вісник ХДТУСГ. – Харків: ХДТУСГ, 2002. – Вип. 9. – С. 134-143.

7. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев – М.: Наука, 1981. – 800 с.

8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский – М.: Наука, 1973. – 847 с.

РОЗРАХУНОК ОСЕРЕДНЕНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКУ ЗЕРНОВОЇ СУМІШІ НА ВІБРОРЕШЕТІ

Тіщенко Л.М., Ольшанський В.П., Ольшанський С.В.

Анотація

Виведено формули для обчислення осередненої швидкості стаціонарного потоку зернової суміші по плоскому віброрешету як шару в'язкої рідини прямокутного поперечного перерізу по нахиленому лотку. Проаналізовано вплив ширини решета на значення осереднених кінематичних характеристик потоку.

ACCOUNT OF THE AVERAGE CHARACTERISTICS OF A FLOW OF A GRAIN MIX ON FLAT SIEVE

L. Tishchenko., S. Olshanskii., V. Olshanskii.

Summary

The formulas for calculation of the average velocity of a stationary flow of a grain mix on flat vibrosieve, as viscous liquid on an inclined tray of rectangular cross section are deduced. The influence of longitudinal boards the sieve on value of the average kinematical characteristics of a flow is analyzed.