

УДК 631.363

АНАЛІЗ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ШВИДКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Терентьев О.М., к.т.н.,

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут" ННК ІПСА

Тел. (066) 995-05-35

Кашкаръов А.О., аспірант*

Таврійський державний агротехнологічний університет

Анотація – представлені перспективи використання швидкого перетворення Фур'є в задачах аналізу експериментальних даних без попередньої статистичної обробки.

Ключові слова – перетворення Фур'є, обробка даних, закон розподілу, виключення грубих помилок.

Постановка проблеми. Перетворення Фур'є (ПФ) це потужний інструмент, який використовується в різних наукових галузях. Крім того, його можна вважати основою гармонійного аналізу. У деяких випадках його використовують як метод рішення складних рівнянь, які описують динамічні процеси, котрі виникають під впливом електричної, теплової або світлової енергії. В інших випадках воно дозволяє виділити регулярні складові у складному сигналі, завдяки чому можна правильно інтерпретувати експериментальні спостереження в астрономії, медицині, хімії та фізиці – спектральний аналіз. Знайшло воно й своє використання в обробці зображень, аналогових і дискретних сигналів ЕОМ та мікропроцесорної техніки [1, 4].

На сьогоднішній день існує багато похідних методів, які більше пристосовані до певних умов застосування математичного апарату гармонійного аналізу. У техніці найбільш поширеним є дискретне перетворення Фур'є з кількістю вхідних елементів 2^n ($n \in [1, 2, 3, \dots]$) – швидке перетворення Фур'є (ШПФ). Його розповсюдженість пояснюється типом вхідних даних та швидкістю виконання [4]. Тому ШПФ можна зустріти у більшості функцій АСК технологічними процесами.

Відомі публікації, в яких авторами запропоновано використання ПФ з метою ідентифікації стану елементів технологічних комплексів виробництва комбікормів малої та середньої продуктивності. Такий

© к.т.н. Терентьев О.М., асп. Кашкаръов А.О.

* Науковий керівник – к.т.н., проф. Діордієв В.Т.

підхід дозволив підвищити його надійність роботи комплексу та реалізувати додаткові сервісні функції автоматизованої системи керування (АСК) технологічним процесом (ТП) [4]. Це дозволяє розширити перелік задач, для вирішення яких використовується ШПФ та спростити різноманіття математичного апарату системи керування. Представлені пропозиції вимагають теоретичного дослідження та відпрацювання методики застосування.

Формування мети статті. Метою публікації є представлення можливості використання ШПФ для оцінки малої вибірки експериментальних даних без попередньої статистичної обробки та можливості упровадження отриманих результатів до сучасних АСК ТП.

Основна частина. Аналіз випадкових процесів за допомогою ШПФ використовується у багатьох галузях вже достатньо давно. Безумовно, основною задачею аналізу є проблема визначення параметрів випадкового процесу за реалізацією кінцевої довжини. Якщо розглядати цей напрям з огляду на застосування в АСК ТП, то є необхідність в іншому формулюванні задачі аналізу випадкових процесів.

Попередні дослідження дозволили акцентувати увагу на розробці методів наближеної оцінки експериментальних даних, які дозволяють, в умовах обмеженої вибірки прийняти рішення про порушення умов роботи технологічного обладнання та якості роботи АСК [2]. Була запропонована методика аналізу вхідних даних на основі ШПФ, а саме аналізу амплітудно-частотної характеристики (АЧХ). Тому, відповідно до мети, для оцінки випадкових процесів пропонується розглядати площу АЧХ. Необхідно зазначити, що у контексті АСК об'єм вибірки повинен бути мінімальним (у подальшій роботі прийнято кількість однієї серії спостережень 2^n , де $n \in [2, 3, 4]$).

Для вивчення методики оцінки, з огляду на зручність застосування, доцільно данні досліджень представляти у відносних одиницях - нормовані данні ($x_{ni} = \frac{x_i}{\bar{X}}$) відносно середнього арифметичного. За рахунок цього планується узагальнити дослідження при різних законах розподілу з контрольованими параметрами.

Отримані результати аналізу нормального розподілу, як найбільш розповсюдженого, який було отримано у програмному пакеті Matlab за допомогою функції `normrnd` [3] (середнє арифметичне = 1; стандартне відхилення = 0,005; 0,02; 0,065) свідчать про наявність статистично значущої залежності площі АЧХ та стандартним відхиленням нормованих даних (рис. 1) – коефіцієнт кореляції склав 0,9998. Отже, виникає можливість вирішення задачі побічної оцінки параметрів статистичних даних за площею АЧХ з високою точністю.

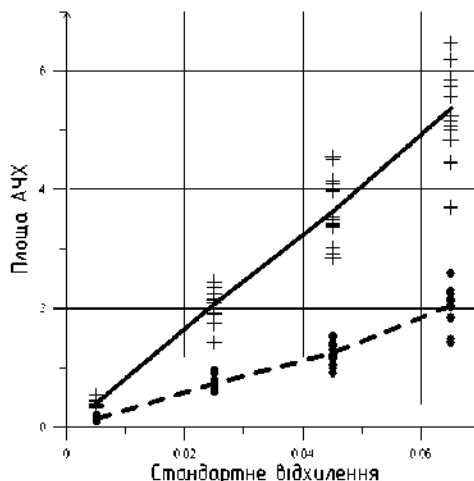


Рис. 1. Аналіз нормального розподілу за допомогою ШПФ (середньоарифметичні значення поєднанні): — - об'єм вибірки 32 даних; - - - - об'єм вибірки 16.

За аналогічним принципом були розглянуті інші види розподілів. Результати моделювання представлені як графіки, на яких відбито максимальні, мінімальні та середньо арифметичні значення відповідних площ (рис. 2). У результаті аналізу модельних даних (рис. 1, рис. 2) визначено, що значення площі АЧХ доцільно використовувати у межах нормального розподілу та розподілу Стюдента.

Виходячи з задач аналізу таймінгу [2] роботи елементів технологічних комплексів, слід формувати подальші дослідження, як вплив можливих хибних даних x^* на площу АЧХ. Для цього приймаємо «ідеальні» умови визначенні площі АЧХ. Важатимемо, що її розмір відповідатиме множині даних, кількість яких дорівнює 2^n , значення елементів якої дорівнює «1». Причому перший елемент множини є змінним і уявляє собою потенціальну похибку або відхилення від ідеальних умов (табл. 1). В результаті аналізу отриманих результатів можна зробити висновки про необхідність врахування об'єму вибірки, можливості точного визначення значення стандартного відхилення S , помилкових вхідних даних та їх ймовірного закону розподілу.

Відповідно до отриманих результатів теоретичних досліджень можна сформулювати критеріальну гіпотезу у межах нормального закону розподілу

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{S_{\text{АЧХ } i}}{S_i} \rightarrow K_T, \quad (1)$$

де n – кількість вибірок розміру 2^m ($m \in [2, 3, \dots, N]$) випробувань, які аналізуються;

K_T – теоретичне значення, котре залежить від розміру множини вхідних даних.

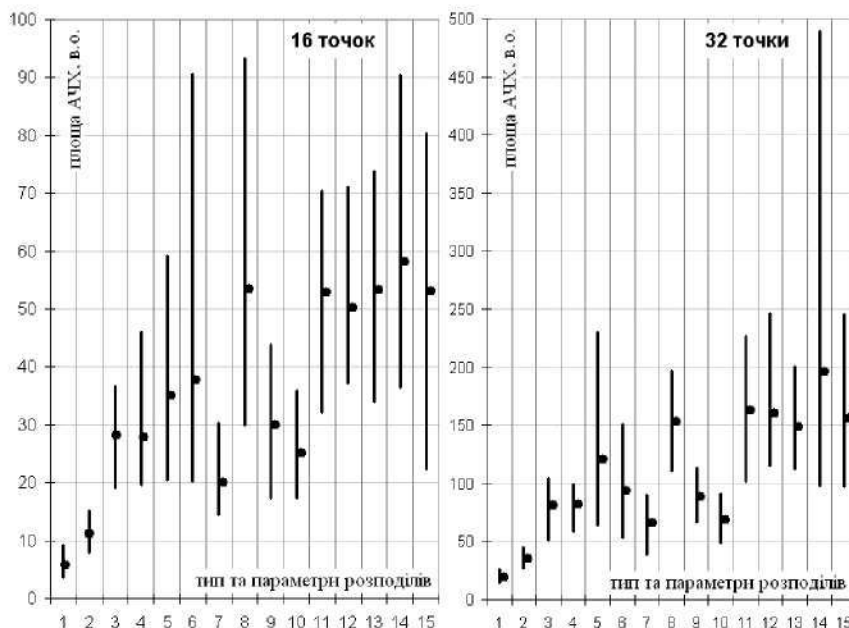


Рис. 2. Результати застосування ШПФ до сигналів з контрольованими розподілами: 1 - розподіл Стюдента; 2 - розподіл χ^2 ; 3 - рівномірний розподіл; 4 - розподіл Фішера при параметрах 10,30 (5 – 10, 10; 6 – 30, 10; 7 – 30, 30); 8 - розподіл Пуассона при параметрі 1 (9 – 3; 10 – 5); 11 - експоненціальний розподіл при параметрі 20 (12 – 10, 13 – 5); 14 - логнормальний розподіл при параметрі 5, 1 (15 – 2, 1).

Таблиця 1 - Вплив x^* на площу АЧХ при різних об'ємах вибірки.

Об'єм ШПФ	Помилка, x^* Показник	x_n						
		1	1,005	1,015	1,025	1,045	1,065	1,085
32	Площа, $S_{AЧХ}$	0	0,075	0,225	0,375	0,675	0,975	1,275
	S_n	-	0,0009	0,0027	0,0044	0,0079	0,0115	0,015
	$S_{AЧХ}/S_n$	-	84,853	84,853	84,853	84,853	84,853	84,853
16	Площа, $S_{AЧХ}$	0	0,035	0,105	0,175	0,315	0,455	0,595
	S_n	-	0,0013	0,0037	0,0063	0,0113	0,0163	0,0213
	$S_{AЧХ}/S_n$	-	28	28	28	28	28	28
8	Площа, $S_{AЧХ}$	0	0,015	0,045	0,075	0,135	0,195	0,255
	S_n	-	0,0018	0,0053	0,0088	0,0159	0,023	0,0301
	$S_{AЧХ}/S_n$	-	8,485	8,485	8,485	8,485	8,485	8,485
4	Площа, $S_{AЧХ}$	0	0,005	0,015	0,025	0,045	0,065	0,085
	S_n	-	0,0025	0,0075	0,0125	0,0225	0,0325	0,0425
	$S_{AЧХ}/S_n$	-	2	2	2	2	2	2

Крім того, у межах нормального закону розподілу залежність між $S_{AЧХ}$ та x_n^* має коефіцієнт кореляції рівний «1», результати досліджень можна використовувати при оцінці статистичної значущості відхилень $S_{AЧХ}$ від розрахункових даних (табл. 1).

Висновки. В результаті виконання теоретичних досліджень, щодо можливості аналізу таймінгу роботи виконавчих механізмів та датчиків технологічних комплексів, можна відзначити можливість використання площі АЧХ, як критерію нормального режиму роботи елементів технологічного комплексу в умовах обмеженої кількості вхідних даних. Запропонований метод потребує програмної формалізації та виробничого випробування.

Література.

1. Грибачов Ю.И. Спектральный анализ случайных процессов / Ю.И. Грибачов, В.Л. Мальков. – М.: Энергия, 1974. – 240 с.
2. Діордієв В.Т. Таймінг датчиків технологічного комплексу виробництва комбікорму як сервісна функція автоматизованої системи управління на базі мереж Петрі / В.Т. Діордієв, А.О. Кашкар'єв // Технічна електродинаміка. – 2010. – Ч. 2. – С. 169-173.
3. Мищенко З.В. Statistics Toolbox [Электронный ресурс] / З.В. Мищенко. – Режим доступа : matlab.exponenta.ru/statist/index.php.
4. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб. : Питер, 2003. – 604 с.

АНАЛИЗ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Терентьев А.Н., Кашкарёв А.А.

Аннотация - представлены перспективы использования быстрого преобразования Фурье в задачах анализа экспериментальных данных без предварительной статистической обработки.

ANALYSIS OF RANDOM PROCESSES USING FAST FOURIER TRANSFORM

A. Terentyev, A. Kashkarov

Summary

Report on the prospects of using the fast Fourier transform in the problems of analysis experimental data without statistical processing.