

УДК 664.858:634.11

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ОБРОБКИ ХАРЧОВИХ ПРОДУКТІВ ВИСОКИМ ТИСКОМ

Громов С.В.,

Кіріченко В.О., к.т.н.

*Донецький національний університет економіки і торгівлі імені
Михайла Туган-Барановського*

Анотація – у статті подано результати аналізу математичного моделювання процесу обробки харчових продуктів високим тиском з метою визначення оптимальної моделі, що дасть змогу описати процес обробки харчових продуктів високим тиском.

Ключові слова – високий тиск, математичне моделювання, харчові продукти.

Постановка проблеми. Математичне моделювання є найбільш довершеним і ефективним методом моделювання, відкриваючи шлях для застосування сучасних могутніх методів математичного аналізу, обчислювальної математики і програмування при дослідженні і оптимізації технологічних процесів. В даний час кількісні методи дослідження проникають практично у всі сфери людської діяльності, а математичні моделі стають засобом пізнання основних закономірностей реального світу.

Сучасна форма математичного моделювання - це моделювання на комп'ютері. Обчислювальні машини дали засіб для математичного моделювання. Розвиток методів математичного моделювання і оптимізації процесу обробки харчових продуктів високим тиском у поєднанні з широким впровадженням персональних комп'ютерів дозволяють створювати унікальні програми, що дозволяють в автоматизованому режимі моделювати процеси обробки харчових продуктів високим тиском [1].

Поняття математичної моделі винятково широке. Під математичною моделлю процесу обробки харчових продуктів високим тиском, мають на увазі, і наближений опис цього процесу, що дозволяє визначити оптимальні умови його здійснення [2].

Моделювання дозволяє оптимізувати величину тиску, враховуючи напружений стан, умови процесу, проектувати оптимальні технології. Цьому сприяє адекватність моделей

технологічного процесу, а також точний опис поведінки реології продукту в умовах обробки високим тиском.

Центральною проблемою побудови математичної моделі процесу обробки харчових продуктів високим тиском є проблема вибору відповідного методу моделювання. Труднощі, що виникають при цьому, пов'язані з існуючою нелінійністю і громіздкістю багатьох рівнянь [3].

Аналіз останніх досліджень з цієї проблеми показав, що до найбільш простих моделей відносять залежності, отримані на основі статистичної обробки експериментальних даних, тобто чисто емпіричні підходи, засновані на узагальненні виробничого досвіду [4].

Такі підходи дають опис і теоретичне обґрунтування методу прямого вимірювання зусилля прикладеного тиску, що дозволяє встановлювати величину зусилля, напрям його дії і величину зміни об'єму продукту при обробці високим тиском.

Проте вирішення проблеми опису процесу обробки високим тиском в даний час не може обмежитися емпіричними підходами. При розробці цього опису на базі загальних досліджень об'єм експериментів стає настільки значним, що їх реалізація виявляється заважкою. У зв'язку з цим розвиток теорії обробки харчових продуктів високим тиском йде у напрямі створення методів достатньо точного кількісного опису процесу з урахуванням великого числа чинників, тобто їх математичного моделювання.

Отже, необхідно використовувати аналітичний метод опису процесу обробки харчових продуктів високим тиском.

Метою даної статті є аналіз методів математичного моделювання для визначення оптимальної моделі опису процесу обробки харчових продуктів високим тиском.

Основна частина. До найбільш перспективних методів рішення задач обробки харчових продуктів високим тиском слід віднести кінцево-різницеві і варіаційний-сіткові методи. Їх відрізняють універсальність, швидка збіжність і стійкість, наявність розвиненого математичного забезпечення, орієнтованого на сучасні комп'ютери [5].

Варіаційний метод заснований на енергетичному принципі. Він дозволяє визначити не тільки повне і питоме зусилля, але і розподіл напруги за об'ємом продукту, а також форму продукту після обробки високим тиском.

При жорстко-в'язкопластичному аналізі використовується варіаційний метод множника Лагранжа і стандартні процедури методу кінцевих елементів з ітераційною процедурою Ньютона. Він враховує температурні градієнти і вплив швидкості проходження процесу обробки тиском. При цьому також необхідно враховувати результати теоретичного і експериментального визначення силових параметрів, контактного тиску, температур [6].

Методом, що вирішує вказану проблему, в даний час слід вважати проєкційний-сітковий метод (метод кінцевих елементів). У своїй методологічній основі цей метод тісно пов'язаний з такими проєкційними методами, як метод Галеркіна або метод Рітца, проте, замість координатних функцій (тригонометричні функції, поліноми Лежандра, Ерміта і т.д.) в цьому методі як координатні використовуються функції з кінцевим носієм, відмінні від нуля тільки в порівняно невеликій області зміни аргументів.

Метод зводиться до наступного: область розбивається на окремі елементи, в межах цього елемента записується функціональний вираз для кожного з шуканих параметрів системи рівняння, як прості функції координат; прирівнюючи значення у вузлових точках для сусідніх областей, виходять рівняння (системи рівнянь), за допомогою яких визначаються коефіцієнти у функціональних рівняннях.

Шляхом зіставлення експериментальних і розрахункових даних по формозміненню, зусиллю тиску на харчовий продукт можна визначити ефективність методу кінцевих елементів як інструменту для аналізу процесу і його практичної можливості.

Математичне моделювання обробки харчових продуктів високим тиском пов'язане з великими математичними труднощами. Основна проблема - це розмірність завдання. Так, при використанні методу кінцевих елементів рішення тривимірних задач приводить до систем з багатьма сотнями або тисячами невідомих. Рішення таких систем можливе лише на великих комп'ютерах, з високою швидкістю і оперативною пам'яттю.

За допомогою тривимірного методу кінцевих елементів можна визначити пружні характеристики харчових продуктів в процесі обробки їх високим тиском без урахування зміни температури і теплопередачі. Контактна напруга при цьому визначається ітеративним методом. Напруга текучості вважаються функцією деформації і швидкості деформації.

Враховується об'ємний характер епюр контактної напруги. Результати, отримані за допомогою напіваналітичної моделі і методу кінцевих елементів добре узгоджуються між собою.

Метод об'ємних жорстко-пластичних кінцевих елементів також можна використовувати для аналізу процесів обробки харчових продуктів високим тиском. Аналітичну систему можна адаптувати до будь-яких поперечних перетинів і форми продукту.

Метод розрахунку формозмінення при обробці харчових продуктів високим тиском, де використовується систематика методу кінцевих елементів з розбиттям всього об'єму харчового продукту на кінцеве число об'ємних елементів, але математичні операції кожного разу проводяться над великою частиною всього об'єму.

Можна використовувати також основні принципи структурно-матричного підходу до побудови математичної моделі обробки

харчових продуктів високим тиском. Для цього необхідно розробити способи опису форми харчових продуктів різної складності і методи включення в математичну модель, в одноманітній матричній формі, технологічних характеристик і зв'язків між ними. Для прискорення реалізації математичних моделей на комп'ютері і поліпшення якості програм, часто використовується об'єктна модель, яка завдяки особливостям структурно-матричного підходу дозволяє моделювати технологічні схеми обробки харчових продуктів високим тиском з використанням об'єктної класифікації.

При використанні векторної моделі формування геометричних розмірів харчових продуктів необхідно здійснювати лінеаризацію початкових залежностей, зокрема, залежність зусилля тиску від параметрів технологічного процесу. Пошук рішення багатокритеріальної задачі за визначенням параметрів технологічного процесу доцільно вести з урахуванням реальних можливостей управління цими параметрами.

Метод граничних елементів заснований на аналітичному фундаментальному рішенні, яке свідомо точно задовольняє диференціальним рівнянням рівноваги, а напруга визначається з однаковою точністю. При цьому метод граничних елементів володіє більшістю тих характеристик, завдяки яким став популярний цей метод.

Поверхня харчового продукту при цьому методі розбивається на лінійні граничні елементи, впродовж кожного з яких вважаємо постійною поверхневу напругу. Як змінні, що підлягають визначенню, можуть розглядатися напруги на поверхні елементу.

В системі лінійних алгебраїчних рівнянь, щодо невідомих граничних параметрів, в класичному варіанті, метод граничних елементів має повністю заповнену матрицю.

Початкова область, відповідна оброблюваному продукту, ділиться на декілька зон (які можна трактувати як суперелементи), в кожній з них величина умовної в'язкості постійна. Потім поверхня кожної зони розбивається на граничні елементи і послідовно для кожної зони розглядається лінійно-в'язке краєве завдання. Для граничних елементів, що не контактують з сусідніми зонами, невідомими є дві з чотирьох компонент напруги, а інші дві задані у вигляді граничних умов. Для граничних елементів, що контактують з парними елементами сусідніх зон, невідомими є всі чотири компоненти, проте для них є умови безперервності напруги на суміжних елементах, які додаються в систему рівнянь алгебри.

Примітно, що більшість алгоритмів ітераційного уточнення величин тиску, розроблених для методу кінцевих елементів, не придатні для моделі на основі методу граничних елементів. Це пов'язано з тим фактом, що рішення, отримане методом граничних елементів, свідомо точно задовольняє диференціальним рівнянням

рівноваги. Ця обставина дозволяє збільшити точність розрахунку напруги.

На основі цього ж методу можна створити нову математичну модель процесу обробки харчових продуктів високим тиском з нелінійною реологічною моделлю. Описаний підхід дозволить істотно підвищити точність розрахунку, в порівнянні з широко використовуваним методом, кінцевих елементів, особливо, при визначенні виразів. Можна вирішувати задачі по зміні двофазних харчових продуктів, що ілюструють переваги запропонованої моделі в порівнянні з кінцевими елементами.

Для прогнозування розподілу температури в оброблюваному продукті, також може бути використаний тривимірний метод граничних елементів.

Всі описані методи в переважній більшості пов'язані з існуючою нелінійністю, громіздкістю обчислень, складною геометрією області підвищення тиску. Прямі рішення систем диференціальних, диференціально-інтегральних рівнянь в більшості випадків здійснити неможливо, тому виникає необхідність використовувати авторегресійні методи.

Ці методи придатні для обробки не тільки стаціонарних рядів (тобто рядів, що характеризуються постійним у часі маточікуванням, постійною дисперсією й незмінними автокореляційними властивостями), але й стаціонарних тимчасових рядів, що мають, стаціонарні збільшення (підвищення тиску під час обробки харчових продуктів).

Моделі цього класу поліноміальних моделей мають більшу гнучкість у порівнянні зі звичайними моделями поліноміальної регресії, оскільки більше свіжим даним дається велика вага, а застарілі враховуються в меншому ступені.

Для опису моделей уведемо наступні оператори й позначення:

Z_t – значення ряду в момент часу t ;

B – оператор зрушення назад;

$$BZ_t = Z_{t-1}, B^m Z_t = Z_{t-m} \quad (1)$$

$$Z_t = Z_t - Z_{t-1} = (1 - B)Z_t \quad (2)$$

Передбачається, що часовий ряд $Z_t, t = 1, 2, \dots, m$, можна представити у вигляді лінійної комбінації минулих значень послідовних випадкових і незалежних збільшень тиску a_t , тобто:

$$Z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots \quad (3)$$

де a_t - незалежні випадкові імпульси, що мають нульове маточікування і дисперсію σ_a^2 .

Параметри ψ_1, ψ_2 передбачаються незмінними в часі, а параметр μ має значення середнього, біля якого коливаються значення тиску.

Висновки: аналіз моделей математичного прогнозування показав, що найбільш придатними для опису процесу обробки харчових продуктів високим тиском є авторегресійна модель.

Перспективами подальших досліджень в цьому напрямі є побудова математичної моделі процесу обробки харчових продуктів високим тиском.

Література

1. Горстко А.Б. Познакомьтесь с математическим моделированием / А.Б. Горстко - М.: Знание, 1991. – 145 с.
2. Математическое моделирование: Пер. с англ. / Под ред. Дж. Эндрюса, Р. Мак-Лоуна.-М.: Мир, 1979. – 354 с.
3. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике: Пер. с англ. Т. 1,2.-М.: Мир, 1990. – 134 с.
4. Введение в математическое моделирование. Под ред. Трусова П.В. // М.: "Интернет Инжиниринг", 2000.- 336 с.
5. Информатика: Учеб. пособие для студ. пед. вузов / А.В.Могилев, Н.И.Пак, Е.К.Хеннер; Под ред. Е.К.Хеннера.- М.:Изд.центр "Академия", 2000.-816 с.
6. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие / Гмурман В. Е. - 7-е изд., доп. - М.: Высш. шк., 2003. - 405с.: ил.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ ВЫСОКИМ ДАВЛЕНИЕМ

Громов С.В., Кириченко В.О.

Аннотация - в статье поданы результаты анализа математического моделирования процесса обработки пищевых продуктов высоким давлением с целью определения оптимальной модели, что даст возможность описать процесс обработки пищевых продуктов высоким давлением.

MATHEMATICAL SIMULATION OF PROCESS OF TREATMENT OF FOOD PRODUCTS BY HIGH PRESSURE

S. Gromov, V. Kirichenko

Summary

In the article the results of analysis of mathematical simulation of process of treatment of food products by high pressure are given with the purpose of determination of optimum model which will enable to describe the process of treatment of food products by high pressure.