



УДК 514.18

## МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕРІЗІВ ПОВЕРХНІ ДОТИКУ ДВОХ НЕОРІЄНТОВАНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З КУСОЧНО-НЕЛІНІЙНИМИ ГРАНИЦЯМИ

Соболь О.М., д.т.н.,

Безугла Ю.С.

Національний університет цивільного захисту України,

Тел. (068) 962-81-39

**Анотація** – в роботі наведено метод побудови множини перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Показано загальну структуру розробленого методу та наведено приклад побудови зазначеної множини перерізів.

**Ключові слова** – неорієнтований об'єкт, переріз поверхні дотику.

**Постановка проблеми.** На теперішній час актуальною науково-прикладною проблемою є розвиток моделей та методів розв'язання класу задач оптимізаційного геометричного проектування, до якого відносяться задачі оптимального розміщення, покриття та розбиття геометричних об'єктів, а також задачі проведення оптимальних трас. Серед задач оптимального розміщення геометричних об'єктів одними з найменш досліджених є задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у заданих областях. Основною складністю при розв'язанні даних задач є формалізація умов взаємного неперетину неорієнтованих об'єктів розміщення та умов належності зазначених об'єктів заданій області. Це обумовлено такими причинами:

– необхідністю врахування додаткового параметру розміщення, що являє собою кут повороту локальної системи координат неорієнтованого об'єкта. Це призводить до того, що у просторі параметрів розміщення геометричних об'єктів необхідно побудувати



не замкнений контур, а поверхню їх дотику для опису зазначених вище умов;

– при зміні значень кутів повороту локальних систем координат неорієнтованих об'єктів на криволінійних елементах їх границь будуть з'являтися точки екстремуму, що знаходяться всередині відповідних сторін. Це унеможливило застосування відомих методів геометричного моделювання умов дотику зазначених об'єктів.

Таким чином, моделювання поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями (при дискретній зміні кутів повороту локальних систем координат об'єктів розміщення – перерізів поверхні дотику) є актуальною науково-прикладною задачею, що сприятиме вирішенню вищенаведеної проблеми.

*Аналіз останніх досліджень.* Постановка задачі оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями наведена у роботі [1]. Геометрична інформація про об'єкти та область розміщення проаналізована у роботі [2]. В публікаціях [3-5] наведено загальну модель оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язній області та досліджено її особливості.

*Формулювання цілей статті (постановка задачі).* В даній роботі необхідно здійснити моделювання перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями для подальшої формалізації обмежень загальної оптимізаційної моделі.

*Основна частина.* Нехай задано два плоских неорієнтованих геометричних об'єкта з кусочно-нелінійними границями  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  так, як це наведено в [2]. Геометрична інтерпретація умови дотику даних об'єктів здійснюється за умови, що параметри розміщення одного з об'єктів фіксуються  $S_i(0,0,0)$ , а інший об'єкт  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  є рухомих. У даному випадку кількість параметрів розміщення рухомого об'єкта дорівнює 3, тому умова дотику двох



плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями в системі координат нерухомого об'єкта може бути представленою за допомогою поверхні. Зазначена поверхня задається перерізами, причому кожний переріз являє собою замкнений контур дотику двох об'єктів, побудований для відповідного значення кута повороту  $\theta_j$ . Таке завдання поверхні обумовлено тим, що у кожному перерізі кількість вершин замкненого контуру, а також послідовність нелінійних та лінійних елементів границі контуру буде змінюватись, що унеможливує побудову неперервної поверхні дотику.

Таким чином, загальна структура методу побудови перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями буде такою:

1. Фіксація параметрів розміщення об'єкта  $S_i(0,0,0)$ , при цьому об'єкт  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  є рухомим. Завдання параметру дискретизації  $n_d$ , який визначає кількість перерізів поверхні дотику та значення кута повороту  $\theta_j$  власної системи координат рухомого об'єкта.

2. Для кожного  $\theta_{j,d+1} = d \cdot \frac{2\pi}{n_d}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ ,  $n_d > 0$ ,

здійснюється побудова множини фрагментів (враховуються можливі точки екстремуму всередині сторін об'єктів) перерізу  $\gamma_{ji,d+1}$  поверхні дотику об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0,0,0)$ .

3. Формування множини перерізів  $\gamma_{ji,d+1}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ , поверхні дотику двох плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями.

Розглянемо побудову перерізу поверхні дотику об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0,0,0)$ . Для цього, перш за все, необхідно сформувати множину фрагментів контуру дотику зазначених об'єктів для відповідного кута повороту  $\theta_j$ , а потім, використовуючи одержані фрагменти, зібрати замкнений контур, що буде являти собою переріз поверхні дотику.

Побудова фрагментів контуру дотику об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0,0,0)$  здійснюється так, як це наведено на рис. 1.

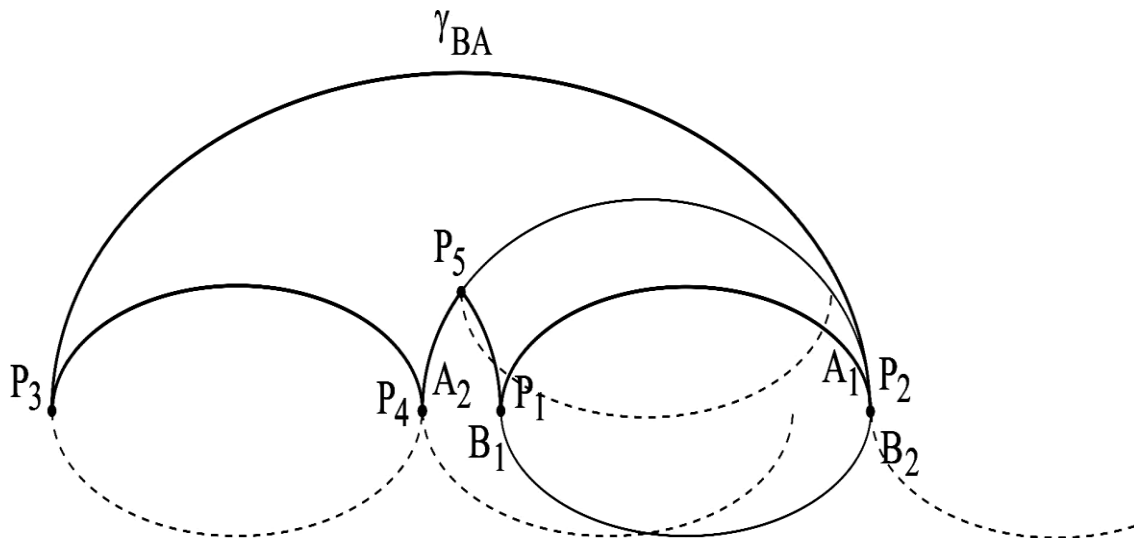


Рис. 1. Побудова контуру дотику  $\gamma_{BA}$  сторони рухомого об'єкта  $B_1B_2$  відносно сторони нерухомого об'єкта  $A_1A_2$

Нехай елемент границі об'єкта  $S_i(0,0,0)$  заданий за допомогою фрагменту кривої другого порядку  $A_1A_2$ , а елемент границі об'єкта  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  – за допомогою фрагмента кривої другого порядку  $B_1B_2$ . Необхідно побудувати контур дотику, що утворюється під час руху сторони  $B_1B_2$  відносно сторони  $A_1A_2$ .

Оскільки умови завершення побудови такого контуру не завжди є очевидними, то запропоновано здійснювати побудову замкненого контуру дотику сторін рухомого та нерухомого об'єктів з кусочно-нелінійними границями (рис. 1).

Очевидно, що геометрична інтерпретація контуру  $\gamma_{BA}$  залежить від взаємного положення сторін  $B_1B_2$  та  $A_1A_2$ . Наприклад, на рис. 2 наведено побудову замкненого контуру дотику сторін двох неорієнтованих об'єктів для випадку, коли сторону  $B_1B_2$  повернуто на відповідний кут  $\theta_j$ .

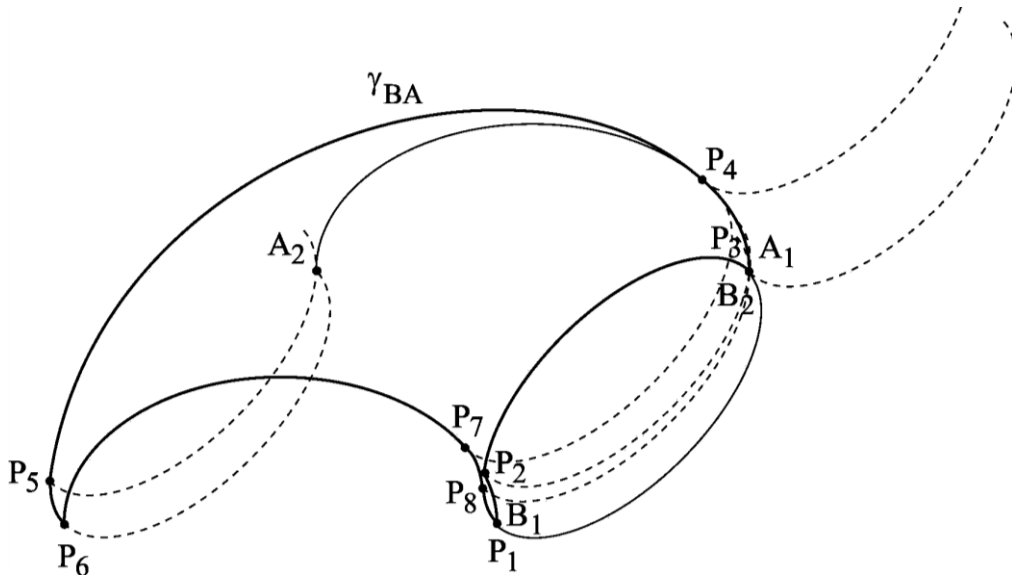


Рис. 2. Побудова контуру дотику  $\gamma_{BA}$  повернутої на кут  $\theta_j$  сторони рухомого об'єкта  $B_1B_2$  відносно сторони нерухомого об'єкта  $A_1A_2$

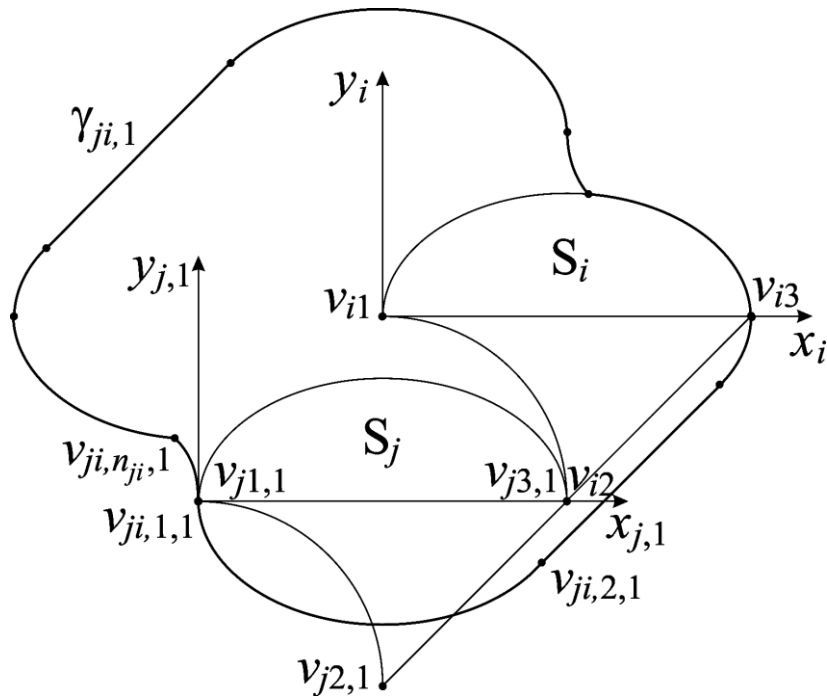


Рис. 3. Побудова перерізу  $\gamma_{ji,1}$  поверхні дотику об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0,0,0)$  при  $\theta_{j,1} = 0$

Таким чином, здійснюється побудова контурів дотику кожної сторони рухомого об'єкта  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  відносно кожної сторони нерухомого об'єкта  $S_i(0, 0, 0)$ . Після одержання множини контурів дотику сторін об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0, 0, 0)$  здійснюється формування перерізу  $\gamma_{ji,1}$  поверхні їх дотику так, як це показано на рис. 3.

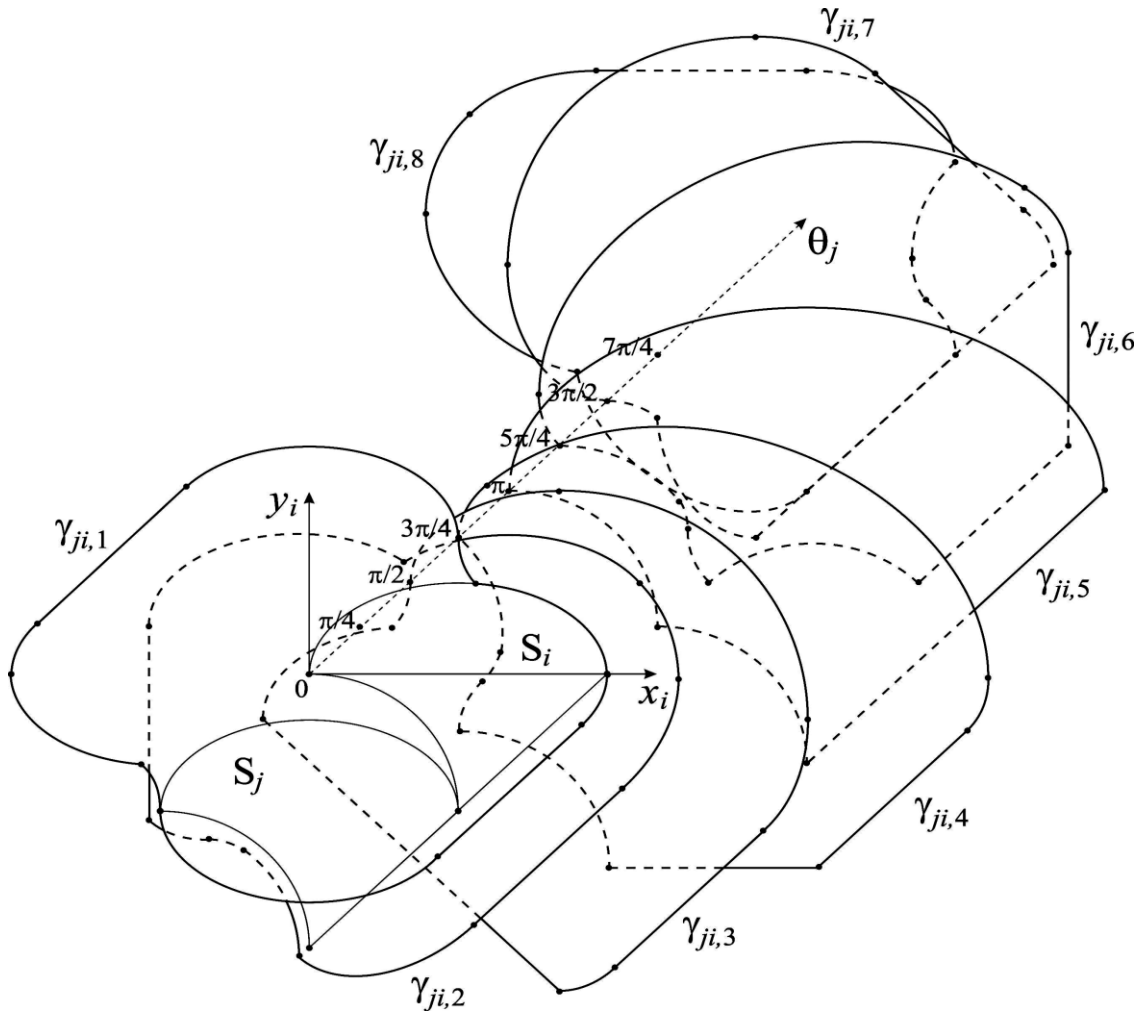


Рис.4. Множина перерізів  $\gamma_{ji,d+1}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ , поверхні дотику двох плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями для  $n_d = 8$

Аналогічно здійснюється побудова всіх перерізів поверхні дотику об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0, 0, 0)$  для відповідних значень параметра дискретизації  $n_d$  кута повороту  $\theta_j$ . На рис. 4 наведено побудову множини перерізів поверхні дотику двох плоских



неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями для  $n_d = 8$ .

Слід зазначити, що моделювання зазначеної множини перерізів поверхні дотику для кожної пари неорієнтованих об'єктів дозволило формалізувати умови їх взаємного неперетину та розробити обґрунтовані методи розв'язання задачі оптимального розміщення даних об'єктів у багатозв'язних областях.

*Висновки.* В даній роботі здійснено моделювання перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Наведено загальну структуру розробленого методу побудови множини перерізів поверхні дотику зазначених об'єктів, показано спосіб одержання фрагментів контуру дотику об'єктів розміщення, з яких здійснюється подальше збирання перерізу поверхні дотику. Наведено множину перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями для відповідного значення параметра дискретизації кута повороту локальної системи координат рухомого об'єкта. Подальші дослідження будуть спрямовані на деталізацію метода побудови перерізів поверхні дотику плоского неорієнтованого об'єкта з кусочно-нелінійними границями та багатозв'язної області розміщення.

#### *Література*

1. *Комяк В.М.* Постановка задачі оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / *В.М. Комяк, О.М. Соболев, Ю.С. Чапля* // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 91. – К.: КНУБА, 2013. – С. 127-130.
2. *Чапля Ю.С.* Геометрична інформація в задачах оптимізації розміщення плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / *Ю.С. Чапля, А.В. Попова, О.М. Соболев* // Матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності» (22-23 квітня 2014 р., м. Київ). – К.: НТУУ «КПІ», 2014. – С. 214-219.
3. *Комяк В.М.* Математична модель оптимізації розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / *В.М. Комяк, О.М. Соболев, Ю.С. Чапля* // Вестник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2014. – Вып. 3(50). – С. 300-305.



4. Чапля Ю.С. Загальна модель оптимізації розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язній області / Ю.С. Чапля, О.М. Соболев // Тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми механіки та фізико-хімії конденсованого стану речовини» (17-19 вересня 2015 р. м. Миколаїв). – Миколаїв: МНУ, 2015. – С. 242-245.
5. Чапля Ю.С. Модель та метод оптимізації розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язній області / Ю.С. Чапля // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон: ХНТУ, 2015. – Вып. 3(54). – С. 625-629.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЧЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ КАСАНИЯ ДВУХ НЕОРИЕНТИРОВАННЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С КУСОЧНО-НЕЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ

А.Н. Соболев, Ю.С. Безуглая

*Аннотация* – в работе приведен метод построения множества сечений поверхности касания двух плоских неориентированных геометрических объектов с кусочно-нелинейными границами. Показана общая структура разработанного метода и приведен пример построения указанного множества сечений.

## MODELING THE SECTIONS OF SURFACE FOR THE CASE OF OSCULATION OF TWO NON-ORIENTED GEOMETRIC OBJECTS WITH SECTIONAL NONLINEAR BORDERS

O. Sobol, Yu. Bezugla

### *Summary*

The paper describes the method for construction set of the sections of surface for the case of osculation of two flat non-oriented geometric objects with sectional nonlinear borders. The general structure of the developed method is shown; a sample of constructed set of the sections is given.