



УДК 514.18

ПРИКЛАДНА БАГАТОВИМІРНА ГЕОМЕТРІЯ В СУЧАСНИХ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Гумен О. М., д.т.н.

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

Тел.: 044-204-9446

Анотація – у роботі розглянуто тенденції розвитку прикладної багатовимірної геометрії від витоків до сучасності, проаналізовано засоби прикладної геометрії багатовимірного простору, що використовуються для розв’язування актуальних задач науки і техніки, окреслено відповідні перспективні напрямки проведення подальших наукових досліджень у даній галузі.

Ключові слова : багатовимірний простір, багатокритеріальні процеси, багатопараметричні технічні об’єкти.

Постановка проблеми.

Вже багато віків учені приділяли увагу багатовимірній геометрії, проводили дослідження, описували в працях. Та особливої актуальності даний науковий напрямок набув в умовах інтенсивного технічного прогресу. У наш час, період технологічних проривів, існує нагальна потреба в подальшому його удосконаленні та розвитку.

Аналіз останніх досліджень.

З давніх-давен передових інтелектуалів хвилювало питання, що ж діється за межами нашого тривимірного простору. І ось з’являються наукові праці стародавніх вчених, де згадується багатовимірний простір. Ще давньогрецький математик Діофант написав математичний трактат «Арифметика» [1]. Уперше його твори були видані латинською мовою у 1575 р. Їх використовували у своїх дослідженнях П. Ферма, Л. Ейлер, К.-Ф. Гаусс та інші. Згодом у теорію діофантових рівнянь значний внесок зробили П. Ферма, Дж. Валліс, Л. Ейлер, Ж. Лагранж, Б.М. Делоне, А. Туе та ін.

Згодом великий внесок у розвиток багатовимірного простору вніс французький математик Рене Картезій Декарт (1596-1650). Він запропонував у математиці поняття «незалежна змінна величина» і «функція», удосконалив систему алгебраїчних позначень, розробив



розділ теорії чисел, першим почав досліджувати властивості рівнянь, заклав основи аналітичної геометрії [2]. Продовження досліджень у цій сфері належать П. Діріхле, П.Л. Чебишеву, Ш. Ерміту, Г. Мінковському, Г.Ф. Вороному, І.М. Виноградову та ін.

Вражають також праці Германа Грасмана (1809-1877) – німецького математика. Він створив так звану алгебру Грасмана для вивчення багатовимірної геометрії, дав першу систематичну побудову багатовимірного евклідового простору.

Чималий вклад у розвиток науки вніс Артур Келі (1821-1895) – англійський математик, який встановив зв'язок між теорією інваріантів та проективною геометрією. Основні праці німецького математика Фелікса Клейна (1849-1925) стосуються неевклідової геометрії.

Німецький математик Георг Фрідріх Бернгард Ріман (1826-1866) поклав початок геометричному напрямку в теорії аналітичних функцій, запровадив так звані ріманові поверхні, дослідив розкладність функцій у тригонометричні ряди, виклав загальну ідею математичного простору та вперше висловив погляд на геометрію як на теорію аналітичних багато видів (ріманових просторів).

Праці французького математика Жюля Анрі Пуанкаре (1854-1912) стосуються багатьох розділів математики та її застосувань, зокрема, теорії геометрії. Пуанкаре побудував якісну теорію диференціальних рівнянь, подав класифікацію особливих точок систем таких рівнянь, дав нову інтерпретацію геометрії Лобачевського [3].

Формулювання цілей статті.

Головною метою проведеного дослідження є визначення сучасного стану і перспективних напрямків продовження наукових досліджень у галузі прикладної багатовимірної геометрії.

Основна частина.

Розвиткові прикладної багатовимірної геометрії та розбудові її геометричного інструментарію приділяється належна увага сучасних науковців.

Засновник Української школи прикладної багатовимірної геометрії професор М.С.Гумен суттєво розвинув геометричні засади теорії багатовидів n -вимірного евклідового простору E^n , створив системний підхід до їх досліджень, запропонувавши методи конструювання, відображення та дослідження образів багатовимірного простору як геометричних моделей багатопараметричних залежностей, наслідком яких стали способи геометричного розв'язування технічних задач, зокрема, багатокритеріальних по кількох критеріях оптимізації одночасно [4]. Зауважимо, якщо за основу прийняти узагальнену косокутну декартову систему координат, то геометрична модель багатовимірного простору, запропонована професором М.С. Гуменом, має відчутні переваги при необхідності зобразити на кресленні більшу кількість



двовимірних координатних площин. Вагомим вкладом професора М.С. Гумена є поширення і розвиток його учнями положень прикладної багатовимірної геометрії на інші, крім евклідового, простори, а принцип додаткового епюра Гумена надав імпульсу розробленню засобів проєкціювання багатовимірних об'єктів у лінійні підпростори вищих розмірностей [5].

У дослідженнях професора В.М. Найдиша розроблено і використано засоби ортогонального і аксонометричного зображення геометричних об'єктів багатовимірних евклідових просторів стосовно проєктування та конструювання сільськогосподарських механізмів [6]. Подальшого розвитку геометричні засоби прикладної багатовимірної геометрії одержали в роботах професора А.В. Найдиша при дискретному геометричному моделюванні кривих ліній та поверхонь перенесенням процесу геометричного моделювання у багатовимірний евклідовий простір параметрів, коли вхідні дані для проєктування подаються впорядкованою множиною точок.

Перспективні розробки на основі синтезу методу скінчених різниць і статико-геометричного методу формоутворення дискретних геометричних об'єктів належать професору С.М. Ковальову [7]. Практично важливим результатом досліджень професора С.І. Пустюльги у рамках розробленої ним теорії є можливість одержання як дискретних, так і неперервних аналогів моделей геометричних образів у евклідових просторах різної розмірності.

Під науковим керівництвом та за безпосередньої участі професора В.М. Корчинського створюються геометричні моделі та виконуються дослідження багатопараметричних процесів формування просторових розподілів яскравості видових даних дистанційного зондування Землі, зафіксованих з аерокосмічних платформ [8].

Актуальним є розвиток геометричних методів дослідження особливостей взаємодії складових компонентів у багатоконпонентних системах, визначення певних властивостей таких систем залежно від їх складу в задачах фізико-хімічного аналізу. У роботах професора М.С. Гумена показано можливість проєкціювання геометричних образів n -простору у підпростори нижчої розмірності. Такі засоби розроблені під керівництвом професора О.М. Гумен при моделюванні проєктивних n -просторів стосовно дослідження перебігу нестационарних процесів у багатопараметричних системах візуалізацією гіперповерхонь фазових просторів [9]. Професор Є.В. Мартин здійснює дослідження геометрії комплексного простору стосовно формування областей стійкості та оптимізації параметрів регульованих систем [10].

Аналіз попередніх досліджень дозволяє вважати актуальним завдання створення геометричних засобів відображення фазових портретів багатопараметричних технічних систем з використанням багато-



вимірних просторів, розмірність яких визначається числом змінних незалежних параметрів досліджуваної технічної системи. Дослідження багатопараметричних технічних систем супроводжуються геометричними уявленнями багатовидів n -вимірних евклідових просторів, поширеними на утворені числами вищої розмірності евклідові та проєктивні простори. Широко використовуються засновані на узагальненні запропонованої для дослідження багатопараметричних систем афінної системи координат косокутні системи, осі координат яких належать сторонам симплексу відповідного n -вимірного простору.

Висновки.

Багатовимірна прикладна геометрія – це основа для проведення комплексної оптимізації багатокритеріальних складних процесів і дослідження багатопараметричних технічних об'єктів. Поєднання математичного апарату багатовимірної геометрії з можливостями сучасної обчислювальної техніки дозволяє отримувати ефективні розв'язки інженерних задач, що підтверджується практичними впровадженнями результатів наукових досліджень у різних галузях.

Література

1. *Диофант*. Арифметика и книга о многоугольных числах. / Пер. с древнегреч. – М., 1974.
2. *Рашевский П.К.* Риманова геометрия и тензорный анализ / П.К. Рашевский. – М.: Наука, 1967. – 664 с.
3. *Пуанкаре А.* О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями / А. Пуанкаре. – М. – Л.: ГИТТЛ. – 1947. – с. 137-144.
4. *Гумен Н.С.* Применение многомерной геометрии при решении некоторых технических задач / Н.С. Гумен // Технология и автоматизация машиностроения. – К.: Техника, 1970. – В. 6. – с. 18-25.
5. *Gumen M.S.* About the Geometrical Simulation of the multiparameter Systems/ M.S. Gumen // Applied Geometry and Graphics – К.: KNUBA, 2001. – Issue 70. – P. 117-120.
6. *Найдыш В.М.* Методы и алгоритмы формирования поверхностей и обводов по заданным дифференциально-геометрическим условиям: автореф. дис. на соискание научн. степени докт. техн. наук: спец. 05.01.01 – Прикладная геометрия, инженерная графика / В.М. Найдыш. – М., 1983. – 33 с.
7. *Ковальов С.М.* Параметризація симплексів у багатовимірних просторах / С.М. Ковальов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2005. – Вип.75. – с. 16-18.
8. *Корчинський В.М.* Геометрична структура багатотонових фотографічних зображень / В.М. Корчинський // Наукові нотатки. – Луцьк: ЛДТУ, 2008. – С. 411-415.



9. Гумен О.М. Гіперповерхні фазових n – просторів / О.М. Гумен, С.Є. Мартин // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2009.-Вип.24.- с.64-69.
10. Мартин Є.В. Геометрія комплексного простору стосовно формування областей стійкості та оптимізації параметрів регульованих систем: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук: спец. 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2000. – 36 с.

ПРИКЛАДНАЯ МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ В СОВРЕМЕННЫХ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Е.Н. Гумен

Аннотация – в работе рассмотрены тенденции развития прикладной многомерной геометрии от истоков до современности, проанализированы средства прикладной геометрии многомерного пространства, которые применяются для решения актуальных задач науки и техники, очерчены соответствующие перспективные направления проведения дальнейших научных исследований в данной области.

APPLIED MULTIDIMENSIONAL GEOMETRY IN MODERN SCIENTIFIC STUDIES

O. Gumen

Summary

The paper discusses the development trends of applied multidimensional geometry from its origins to the present, means of applied geometry of multidimensional space which are used to solve actual problems of science and technology are analyzed, relevant prospective directions for further scientific research in this area are outlined.