



УДК 004.925.8

## МЕТОД ПОЛІПАРАМЕТРИЗАЦІЇ ЯК ІНВАРІАНТНИЙ КОМПОНЕНТ КОМП'ЮТЕРНОГО ФОРМОУТВОРЕННЯ

Ванін В. В., д.т.н.

Вірченко Г. І.\*

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

Тел. (044) 204-82-51

**Анотація** – у публікації проаналізовано питання застосування методу поліпараметризації як інваріантної складової сучасних комп'ютерних систем геометричного моделювання, викладено загальний підхід, наведено конкретні приклади, визначено перспективи проведення подальших наукових досліджень.

**Ключові слова:** варіантне формоутворення, комп'ютерне геометричне моделювання, метод поліпараметризації, системи автоматизованого проектування (САПР).

*Постановка проблеми.* У наш час комп'ютерне геометричне моделювання являє собою основу для автоматизованого проектування багатьох технічних об'єктів, зокрема, літаків, автомобілів, верстатів, приладів, будівель і т. д. Зазначену роль обумовлено тим, що довільний досліджуваний предмет або процес існує, навіть віртуально, тільки в тому випадку, коли має певні свої параметри форми, розмірів та положення у просторі.

З метою досягнення оптимальних результатів у нинішніх САПР розробка технічної продукції здійснюється, зазвичай, варіантним способом, який забезпечує гнучку адаптацію створюваних технічних об'єктів до існуючих вимог. При цьому доволі перспективним напрямком вважається динамічне геометричне моделювання, широко застосовуване, наприклад, для відображення кінематики машин, візуалізації різноманітних технологічних процесів і т. д. У зазначених умовах актуальною проблемою постає забезпечення ефективної реалізації окреслених завдань, що суттєво залежать як від наявних програмно-технічних засобів комп'ютерної графіки, так і використовуваного відповідного математичного забезпечення. Одному з аналітичних методів

---

© Ванін В.В., Вірченко Г.І.

\* Науковий керівник д.т.н., професор Ванін В.В.



розв'язання наведених задач і присвячено дану статтю.

*Аналіз останніх досліджень.* Метод поліпараметризації є подальшим розвитком структурно-параметричного та комбінаторно-варіаційного підходів до варіантного формоутворення [1, 2], напрацьованих науковою школою прикладної геометрії Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Деякі сфери їх упровадження висвітлено в публікаціях [3, 4].

Загальні теоретичні основи методу поліпараметризації викладено в роботах [5, 6], а приклади практичного застосування подано у виданні [7].

*Формулювання цілей статті.* Завдання цієї праці полягає в обґрунтуванні інваріантного характеру методу поліпараметризації щодо динамічного формоутворення таких геометричних фігур як лінії, поверхні та тіла.

*Основна частина.* Параметричне визначення радіус-вектора  $\mathbf{r}$  довільної фігури в  $n$ -вимірному,  $n \in N$ , просторі має вигляд

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u_1, \dots, u_j, p_1, \dots, p_k); \quad u_j \in [u_{\min j}, u_{\max j}], \quad j \leq n, \quad (1)$$

де  $u_j$  – параметри-змінні;

$p_k$  – параметри-сталі;

$j, k$  – цілі невід'ємні числа.

Аналіз виразу (1) показує, що кількість  $k$  параметрів-сталих може бути довільною, навіть, нульовою, як і число  $j$  параметрів-змінних, що не перевищує вимірність  $n$  досліджуваного простору.

Акцентуємо увагу на принциповій різниці між наведеними параметрами. Для перших, під час відтворення модельованої фігури, характерним є змінювання в певних проміжках, а другі, при цьому, мають лише свої сталі величини. Число параметрів-змінних визначає вимірність геометричного об'єкта, тобто точки, лінії, поверхні та тіла є відповідно нуль-, одно-, дво- та тривимірними фігурами.

Умовно параметри-змінні вважатимемо компонентами *внутрішньої параметризації* фігури, а параметри-сталі – засобами її *зовнішньої параметризації*.

Далі досліджується застосування методу поліпараметризації до областей внутрішнього параметричного визначення ліній, поверхонь і тіл в аспекті реалізації динамічного варіантного формоутворення під час комп'ютерного геометричного моделювання. Тоді, на підставі залежностей (1), для ліній, поверхонь і тіл відповідно маємо

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u_1) = \mathbf{r}(u), \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}(u_1, u_2) = \mathbf{r}(u, v), \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}(u_1, u_2, u_3) = \mathbf{r}(u, v, w), \quad (2)$$



де  $r$  – радіус-вектор у деякій системі координат (декартовій, сферичній, циліндричній тощо);

$u \in [u_{\min}, u_{\max}]$ ,  $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$ ,  $w \in [w_{\min}, w_{\max}]$  – параметри.

У праці [5] для систематизації способів динамічного варіантного формоутворення прийнято множини

$$C = B_1 \times B_2 \times B_3 = (C_i)_1^8, \quad (3)$$

яка є декартовим добутком його властивостей

$$B = (B_i)_1^3,$$

де  $B_1$ =(неперервність),  $B_1=(B_{11}, B_{12})$ =(формування безперервне, формування дискретне);

$B_2$ =(напрямок),  $B_2=(B_{21}, B_{22})$ =(одно-направлене, багато-направлене);  $B_3$ =(характер ділянок параметризації);

$B_3=(B_{31}, B_{32})$ =(сталі ділянки параметризації, змінні ділянки параметризації).

У цій же роботі, зокрема, для способу  $C_1$ =(формування неперервне одно-направлене зі сталими ділянками параметризації), подано наступні аналітичні залежності для опрацьовуваних ділянок  $D$  областей параметричного визначення:

– ліній

$$D = (D_n)_1^{N_D},$$

$$D_i = (u_i \in [(i-1)/N_D, i/N_D]); \quad (4)$$

– поверхонь

$$D = (D_{i,j})_1^{N_{Du}}, {}_1^{N_{Dv}} = (D_n)_1^{N_{Du} \cdot N_{Dv}} = (D_n)_1^{N_D},$$

$$D_{i,j} = (u_i \in [(i-1)/N_{Du}, i/N_{Du}], v_j \in [(j-1)/N_{Dv}, j/N_{Dv}]); \quad (5)$$

– тіл

$$D = (D_{i,j,k})_1^{N_{Du}}, {}_1^{N_{Dv}}, {}_1^{N_{Dw}} = (D_n)_1^{N_{Du} \cdot N_{Dv} \cdot N_{Dw}} = (D_n)_1^{N_D},$$

$$D_{i,j,k} = (u_i \in [(i-1)/N_{Du}, i/N_{Du}], v_j \in [(j-1)/N_{Dv}, j/N_{Dv}], w_k \in [(k-1)/N_{Dw}, k/N_{Dw}]), \quad (6)$$

де  $i, j, k$  – індекси поточної ділянки параметризації вздовж параметра  $u, v, w$ ;

$N_{Du}, N_{Dv}, N_{Dw}$  – відповідна кількість ділянок;

$N_D$  – сумарне їх число.

Співвідношення (2), (4) ... (6) засвідчують узагальнене, згідно зі

зростанням вимірності опрацьовуваних фігур, використання методу поліпараметризації для способу формоутворення  $S_1$ . Мається на увазі здатність наведених математичних описів об'єктів більшої вимірності при сталих величинах певних параметрів визначати об'єкти меншої вимірності. Здійснення динамічного варіантного комп'ютерного геометричного моделювання на базі елементів (4) ... (6) реалізується різноманітними їх комбінаціями, які відтворюються в часі відповідно до потрібних закономірностей. Також бачимо, що проаналізовані формули не залежать від конкретних аналітичних дефініцій фігур, тобто інваріантні до них.

Викладені в попередньому абзаці міркування справедливі і для решти елементів кортежу (3), іншими словами способів варіантного формоутворення методом поліпараметризації.

Проілюструємо подані вище прийоми моделювання. Розглянемо комп'ютерну побудову ліній, поверхонь і тіл на прикладі геометричних об'єктів, які визначаються гвинтовим переміщенням певних фігур. Під останнім розумітимемо обертання навколо прямолінійної осі та одночасне паралельне перенесення вздовж неї. На рис. 1, *а* показано лінію, що формується точкою, яка рухається з радіусом обертання  $R=1$  і кроком  $P=2\pi$ , тобто відповідним переміщенням уздовж осі за один повний оборот. Рівняння даної гвинтової лінії у прямокутній декартовій системі координат  $Oxyz$  має вигляд

$$\mathbf{r}(u) = (x, y, z) = (R \cos u, R \sin u, \frac{P}{2\pi} u), \quad (7)$$

де, з використанням позначень виразу (1),  $p_1=R$ ;  $p_2=P$ ;  $u \in [0, 4\pi]$  – кут обертання навколо осі  $z$ .

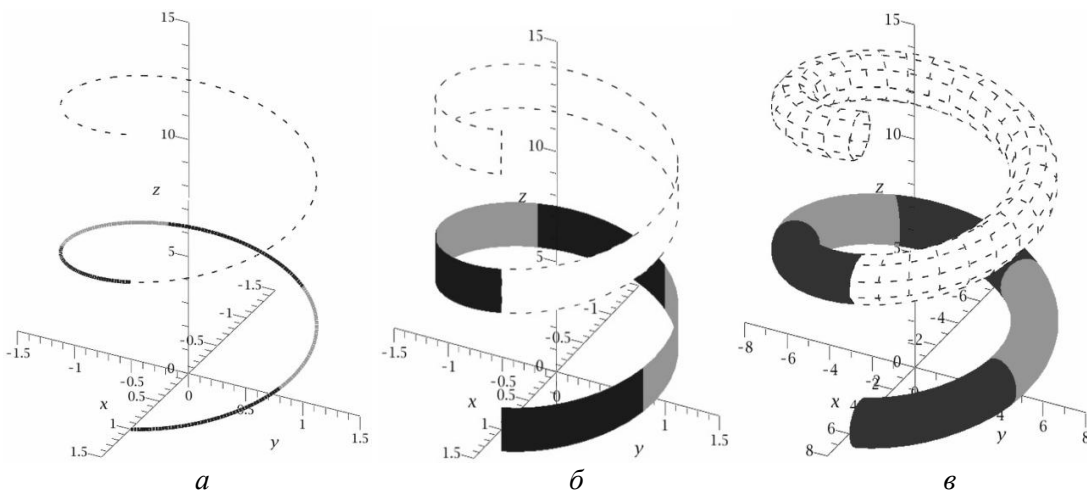


Рис. 1. Приклади комп'ютерного динамічного формоутворення:  
*а* – ліній; *б* – поверхонь; *в* – тіл

На рис. 1 штрихами показано діапазони максимально можливого варіювання геометричних об'єктів, а їх частини, які відповідають опрацьованим ділянкам параметризації – різним кольором. На всіх зображеннях динамічні фігури подано в момент  $u=2\pi$ , а область визначення цього параметра поділена на 10 рівних елементів.

Рис. 1, б ілюструє комп'ютерне моделювання поверхонь, що узагальнюють попередній випадок формоутворення ліній за рахунок використання додаткового параметра  $v$  у виразі (7), тобто

$$\mathbf{r}(u, v) = (x, y, z) = (R \cos u, R \sin u, \frac{P}{2\pi}u + v), \quad (8)$$

де  $v \in [-1, 1]$  – визначає для побудованої гвинтової стрічки потрібну її ширину, яка не повинна перевищувати крок  $P$ .

Шляхом подальших узагальнень залежності (8) одержуємо

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(u, v, w) &= (x, y, z) = \\ &= ((R + v \cos w) \cos u, (R + v \cos w) \sin u, \frac{P}{2\pi}u + v \sin w), \end{aligned} \quad (9)$$

де  $v \in [0, 1]$  – радіус круга, який рухається вздовж гвинтової лінії;

$w \in [0, 2\pi]$  – кут повороту зазначеного радіуса.

На рис. 1, в наведено тіло, сформоване згідно з виразом (9) та значеннями  $R=5$ ,  $P=2\pi$ . Очевидним є подальше узагальнення опрацьованого геометричного об'єкта нарощуванням зовнішньої параметризації, зокрема, введенням радіуса  $r$  круга як множника перед параметром  $v$  у формулі (9), змінюванням радіуса  $R$  відповідно до певної залежності і т. д.

Таким чином, нами обґрунтовано інваріантний характер застосування методу поліпараметризації для динамічного формоутворення таких фігур як лінії, поверхні та тіла, що й було головною метою цієї публікації. Перспективними напрямками проведення подальших досліджень за даною тематикою можна вважати розв'язання в середовищі САПР конкретних задач динамічного варіантного геометричного моделювання різноманітних технічних об'єктів та процесів їх виготовлення й експлуатації.

*Висновки.* У даній статті висвітлено питання використання запропонованого авторами методу поліпараметризації як інваріантної складової засобів динамічного комп'ютерного формоутворення в нинішніх САПР. При цьому подано загальний підхід, проаналізовано



конкретні приклади побудов ліній, поверхонь і тіл, визначено перспективи проведення нових наукових розвідок. Наведені матеріали сприяють удосконаленню теорії та практики сучасної комп'ютерної графіки.

### *Література*

1. *Ванін В.В.* Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Вип. 23. – Харків: ХДУХТ, 2009. – с. 42-48.
2. *Ванін В.В.* Застосування структурно-параметричного підходу як методології комп'ютерної комбінаторно-варіаційної геометрії / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко, В.Г. Вірченко // Прикладна геометрія та інж. графіка. – Вип. 87. – К.: КНУБА, 2011. – с. 12-17.
3. *Ванін В.В.* Структурно-параметричні моделі як засіб інтеграції автоматизованого проектування сучасного літака / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Вип. 3 (50). – Херсон: ХНТУ, 2014. – с. 571-574.
4. *Ванін В.В.* Применение комбинаторно-вариационного подхода для компьютерного геометрического моделирования инженерных конструкций и сооружений / В.В. Ванин, С.Л. Шамбина, В.Г. Вирченко // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – №4. – М.: ИПК РУДН, 2013. – с. 3-8.
5. *Ванін В.В.* Варіантне моделювання геометричних об'єктів методом поліпараметризації / В.В. Ванін, Г.І. Вірченко, С.Г. Вірченко // Проблеми інформаційних технологій. – №2 (16), 2014. – Херсон: ХНТУ, 2014. – с. 76-79.
6. *Вірченко Г.І.* Застосування графів-дерев для динамічного варіантного моделювання геометричних об'єктів / Г.І. Вірченко // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – № 19. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – с. 96-99.
7. *Ванин В.В.* Вариантное компьютерное макетирование оболочек на основе полипараметризации их срединных поверхностей / В.В. Ванин, С.Л. Шамбина, Г.И. Вирченко // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – № 6. – М.: РУДН, 2015. – С. 3-8.



## **МЕТОД ПОЛИПАРАМЕТРИЗАЦИИ КАК ИНВАРИАНТНЫЙ КОМПОНЕНТ КОМПЬЮТЕРНОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ**

Ванин В.В., Вирченко Г.И.

*Аннотация* – в данной публикации проанализированы вопросы применения метода полипараметризации как инвариантной составляющей современных компьютерных систем геометрического моделирования, изложен общий подход, приведены конкретные примеры, определены перспективы проведения дальнейших научных исследований.

## **POLYPARAMETERIZATION METHOD AS INVARIANT COMPONENT OF COMPUTER SHAPING**

V. Vanin, G. Virchenko

### *Summary*

**This publication analyzes the application of the polyparameterization method as an invariant component of modern computer systems of geometric modeling. The paper presents a general approach, concrete examples, identified the perspectives for further scientific researches.**