



УДК 004.925.8

## ІНТЕГРОВАНЕ ПАРАМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІГУР РІЗНОЇ ВИМІРНОСТІ

**Вірченко Г. А., д.т.н.**

*Національний технічний університет України*

*«Київський політехнічний інститут»*

Тел. (044) 204-94-46

**Анотація** – мета статті полягає в поданні методики комп'ютерного інтегрованого параметричного моделювання геометричних об'єктів різної вимірності. Розглянуті прийоми формоутворення проілюстровано відповідними прикладами, окреслено перспективні напрямки подальших наукових досліджень.

**Ключові слова:** автоматизоване проектування, вимірність, геометричні фігури, інтегроване параметричне моделювання, комп'ютерне формоутворення.

*Постановка проблеми.* Нині комп'ютерне формоутворення становить основу багатьох науково-технічних досліджень, які проводяться в різноманітних галузях промисловості, зокрема, машинобудівній, металургійній, нафтопереробній, хімічній і т. д. При цьому широко застосовуються такі геометричні фігури як точки, лінії, поверхні, тіла та багатовимірні об'єкти. Незважаючи на те, що серед них тільки тіла відповідають реальним фізичним предметам, а решта є суто абстракціями, останні доволі корисні, наприклад, під час автоматизованого проектування технічної продукції, математичного моделювання природних явищ і т. д.

При цьому однією з проблем постає потреба забезпечення гнучкого та продуктивного переходу від геометричних моделей, виконаних за допомогою фігур однієї вимірності, до моделей з об'єктами іншої вимірності. Наприклад, це стосується перетворення креслеників у комп'ютерні твердотільні моделі і навпаки, багатовимірних розрахунків – у конкретну конструкцію виробу тощо.

*Аналіз останніх досліджень.* Перспективним напрямком сучасного автоматизованого проектування є структурно-параметричний підхід до комп'ютерного формоутворення [1], який напрацьовано науковою школою прикладної геометрії Національного технічного універси-



тету України «Київський політехнічний інститут». Деякі аспекти параметричного моделювання розглянуто в публікаціях [2-7], що присвячені, зокрема, питанням побудови комбінованих об'єктів на основі ліній і поверхонь [2], твердотільному формоутворенню деталей і складаних одиниць [3], розв'язанню задач оптимізації [4, 5], у тому числі в галузі машинобудування, візуалізації багатовимірних фігур [6], а також інтеграції автоматизованого проектування складної технічної продукції на прикладі літака [7].

*Формулювання цілей статті.* Мета даної публікації полягає у викладенні загальних основ запропонованої методики інтегрованого параметричного моделювання геометричних фігур різної вимірності.

*Основна частина.* Відомо, що точки, лінії, поверхні та тіла – це відповідно нуль-, одно-, дво- та тривимірні об'єкти. Фігури, вимірність  $n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) яких більша за три, називаються багатовимірними.

Під час формоутворення в нинішніх системах автоматизованого проектування, наприклад, Autodesk Inventor, SolidWorks, CATIA і т. д., широко використовуються точки, лінії, поверхні та тіла. Однак можливе для цих фігур взаємне перетворення реалізується не зміною певних їх властивостей, а належними командами, зокрема, кінематичних побудов, проєкціювання тощо. У багатьох комп'ютерних програмах зараз особливо популярний об'єктно-орієнтований підхід як на внутрішньому, для їх розробників, так і на зовнішньому, для користувачів, рівні. Для останніх, у випадку геометричного моделювання, значно зручніше, наприклад, присвоюванням нульового значення висоти прямого кругового циліндра перетворити його у необхідний круг, ніж виконувати відповідну операцію проєкціювання. Або, навпаки, визначивши бажаний вектор паралельного перенесення, зробити даний круг циліндром, за потреби, прямим чи похилим. Це ж стосується не тільки розглянутого взаємного перетворення між дво- та тривимірними фігурами, а також і між точками, лініями та поверхнями. Маючи параметрично визначену довільну поверхню (площину, сферичну, циліндричну і т. д.), за допомогою відповідних проміжків змінювання її параметрів отримуємо необхідні на ній точки та лінії. У протилежному випадку для точки або лінії обумовлюємо, зокрема, траєкторію та характер руху вздовж неї тощо.

Для іншого класу комп'ютерних систем, які мають справу з автоматизованим формоутворенням, таких як пакети математичного моделювання, наприклад, Mathcad, Matlab, Maple і т. д., характерна можливість аналітичного дослідження багатовимірних фігур, проте графічні засоби обмежені лише побудовою точок, ліній та поверхонь.

Таким чином, для сучасного комп'ютерного формоутворення актуальним завданням є реалізація інтегрованого параметричного моделювання геометричних фігур, яке забезпечує гнучкий та продуктив-

ний перехід об'єктів однієї вимірності в іншу. Далі запропоновану загальну методику проілюстровано виконаними конкретними побудовами.

Візьмемо за основу параметричне рівняння радіус-вектора  $\mathbf{r}$  поверхні тора в декартовій системі координат  $Oxyz$

$$\mathbf{r}(u, v) = (x, y, z) = (x_c + (R + r \cos u) \cos v, y_c + (R + r \cos u) \sin v, z_c + r \sin u), \quad (1)$$

де  $x_c, y_c, z_c$  – абсциса, ордината та апліката центра тора;  
 $R$  та  $r$  – відповідно радіус напрямного та твірного кола;  
 $u \in [0, 2\pi], v \in [0, 2\pi]$  – параметри.

Відповідно до формули (1) зображено:

- на рис. 1, *а* – поверхню тора для значень  $x_c=y_c=z_c=0, R=7, r=3$ ;
- на рис. 1, *б* – сферу для величин  $x_c=y_c=z_c=0, R=0, r=8, v \in [0, \pi]$ ;
- на рис. 1, *в* – коло для значень  $x_c=y_c=z_c=0, R=8, r=0$ ;
- нарис. 1, *г* – точку для величин  $x_c=y_c=z_c=0, R=0, r=0$ .

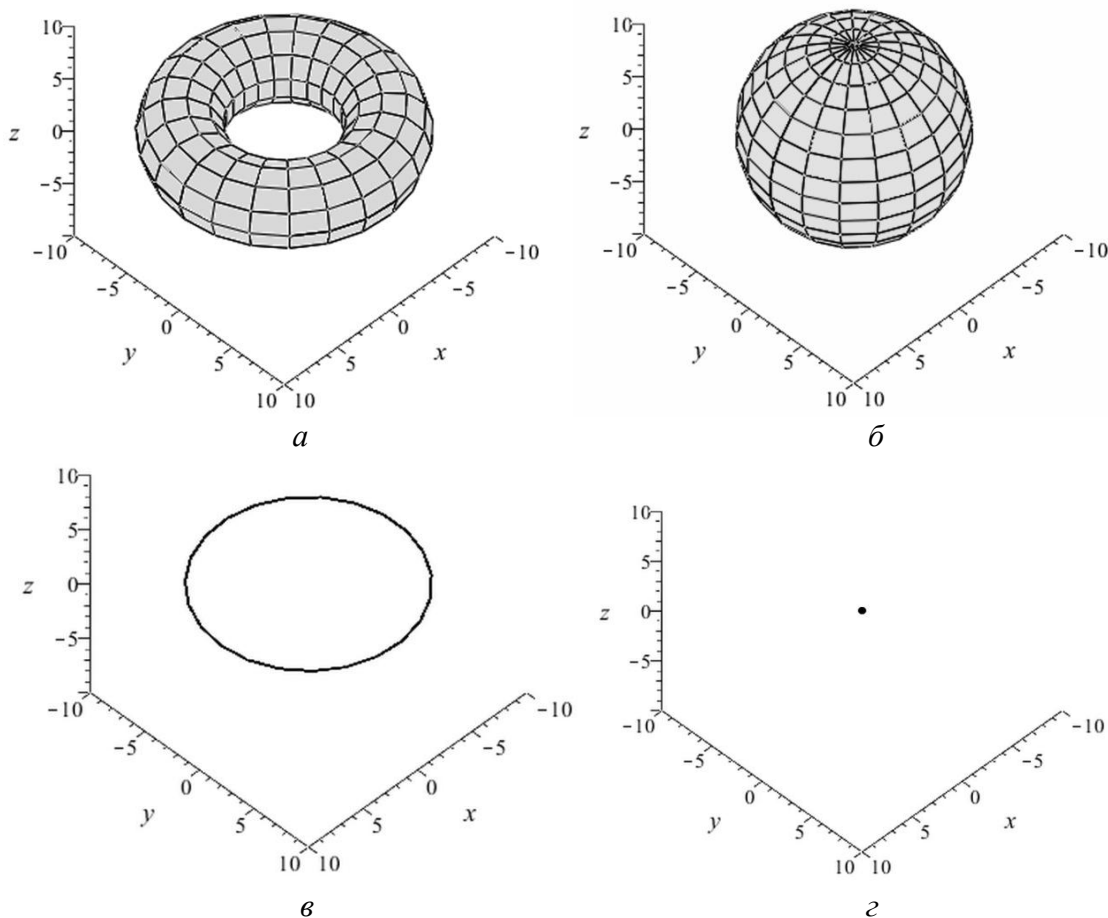


Рис. 1. Моделювання фігур згідно із залежністю (1):  
*а* – поверхня тора; *б* – сфера; *в* – коло; *г* – точка

Таким чином бачимо, що рівняння геометричного об'єкта вищої вимірності, в даному разі поверхні, здатне відтворювати фігури нижчої вимірності, у проаналізованому випадку лінії та точки. При цьому сферу наведено для ілюстрації можливостей параметричного моделювання щодо змінювання зв'язності геометричних об'єктів.

Розглянемо узагальнення виразу (1) для опису тіла та багатовимірної фігури. Нехай це будуть відповідно залежності

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(u, v, w) &= (x, y, z) = \\ &= (x_c + (R + (r + w) \cos u) \cos v, y_c + (R + (r + w) \cos u) \sin v, z_c + (r + w) \sin u), \end{aligned} \quad (2)$$

та

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(u, v, w, t) &= (x, y, z) = \\ &= (x_c + (R + (r + w + t) \cos u) \cos v, y_c + (R + (r + w + t) \cos u) \sin v, z_c + (r + w + t) \sin u), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $w \in [0, W]$ ,  $t \in [0, T]$  – додаткові параметри.

Згідно з формулою (2) на рис. 2, а наведено *тіло*, для якого  $x_c = y_c = z_c = 0$ ,  $R = 7$ ,  $r = 2,5$  та  $v \in [0,5\pi; 1,5\pi]$ ,  $W = 0,5$ . Зауважимо, що проміжок для параметра  $v$  тут і далі змінено лише з метою забезпечення наочності графічних ілюстрацій.

На підставі співвідношення (3) на рис. 2, б у тривимірному просторі показано два зображення *багатовимірної фігури* для величин  $x_c = y_c = z_c = 0$ ,  $R = 7$ ,  $r = 1$ ,  $v \in [0,5\pi; 1,5\pi]$ ,  $W = 0,5$  та значень  $t = 0$  і  $t = 2$ .

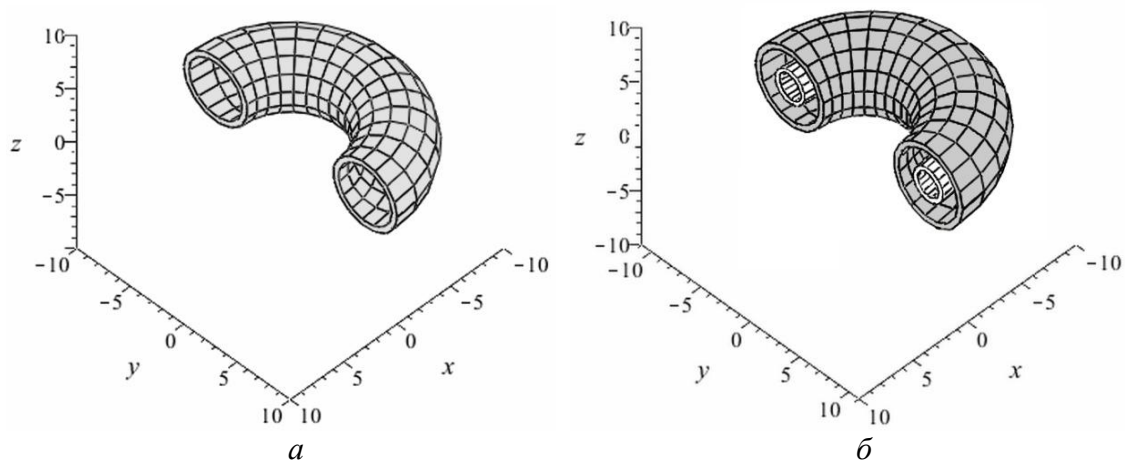


Рис. 2. Формоутворення тіла та багатовимірної фігури відповідно до:  
а – рівняння (2); б – рівняння (3)

Останній приклад аналогічний випадку, коли дискретно:

- подають криволінійну поверхню на площині певною множиною впорядкованих ліній;
- відтворюють тіло у просторі потрібним чином розташованими



його перерізами.

Отже бачимо, що геометрична фігура вищої вимірності може бути подана в дискретній формі належним кортежем геометричних об'єктів нижчої вимірності.

Якщо в залежності (3) трактувати параметр  $t$  як час, то його варіюванню буде відповідати змінювання тіла, яке визначається виразом (2).

Аналіз цієї формули для наведених величин параметрів свідчить, що опрацьовувана фігура є подібною тору оболонкою, див. рис. 2, а (з урахуванням зробленого вище зауваження стосовно застосованого для забезпечення наочності проміжку параметра  $\nu$ ). Тоді співвідношення (3) здатне моделювати динамічний процес модифікації зазначеної фігури.

Візуальне уявлення про його характер у діапазоні  $t \in [0, 2]$  дає рис. 2, б. З нього бачимо, що досліджувана оболонка має товщину  $W=0,5$ , а її внутрішній радіус поступово збільшується від  $r=1$  у момент  $t=0$ , до  $r=3$  для значення  $t=2$ .

Таким чином, нами викладено загальні положення запропонованої методики інтегрованого параметричного моделювання геометричних об'єктів різної вимірності та проілюстровано їх конкретними прикладами.

Розглянутими матеріалами показано, що завдяки потрібним узагальненням математичних описів використовуваних фігур можна автоматизованим шляхом здійснювати не тільки перетворення фігур однієї вимірності в іншу, а й реалізовувати їх динамічну побудову. Останнє особливо важливо для візуалізації та оптимізації процесів виготовлення й експлуатації технічної продукції в багатьох галузях промисловості.

*Висновки.* У даній публікації проаналізовано базові аспекти інтегрованого комп'ютерного параметричного моделювання геометричних об'єктів різної вимірності, обґрунтовано теоретичну і практичну актуальність запропонованого підходу, визначено перспективні напрямки проведення подальших наукових досліджень з окресленої тематики.

#### *Література*

1. Ванін В.В. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Вип. 23. – Харків: ХДУХТ, 2009. – с. 42-48.
2. Вірченко Г.А. Комбіновані геометричні об'єкти на основі кривих і поверхонь / Г.А. Вірченко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Вип. 86. – К.: КНУБА, 2010. – с. 226-231.
3. Вірченко Г.А. Твердотільне параметричне моделювання деталей і



- складальних одиниць у системі CADD5 / Г.А. Вірченко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Вип. 79. – К.: КНУБА, 2008. – с. 164-170.
4. Вірченко Г.А. Структурно-параметричні методи апроксимації як засоби вирішення задач оптимізації / Г.А. Вірченко // Праці Тавр. держ. агротех. університету. – Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Т. 47. – Мелітополь: ТДАТУ, 2010. – с. 61-66.
  5. Вірченко Г. Використання геометричних методів апроксимації для розв'язування задач параметричної оптимізації в машинобудуванні / Г. Вірченко // Машинознавство. – 2010. – №6 (156). – с. 23 -27.
  6. Вірченко Г.А. Використання структурно-параметричного підходу для комп'ютерної візуалізації багатовимірних геометричних об'єктів / Г.А. Вірченко // Технічна естетика і дизайн. – Вип. 7. – К.: Віпол, 2010. – с. 68-73.
  7. Ванін В.В. Структурно-параметричні геометричні моделі як засіб інтеграції автоматизованого проектування сучасного літака / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко // Вісник Херсонського національного техн. університету. – Вип. 3 (50). – Херсон: ХНТУ, 2014. – с. 571-574.

## ИНТЕГРИРОВАННОЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИГУР РАЗНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Вирченко Г.А.

**Аннотация** – цель статьи заключается в изложении методики компьютерного интегрированного параметрического моделирования геометрических объектов разной размерности. Рассмотренные приемы формообразования проиллюстрированы соответствующими примерами, определены перспективные направления дальнейших научных исследований.

## INTEGRATED PARAMETRIC MODELING OF VARIOUS DIMENSIONAL FIGURES

G. Virchenko

### *Summary*

**Purpose of the article is to present the methodology of computer integrated parametric modeling for geometric objects of various dimension. The techniques of shaping are illustrated with appropriate examples. The perspective directions for further scientific research are identified.**