



УДК.635.64:631.55

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНЕРЦІЙНИХ ПРИВОДІВ ДЛЯ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ МАШИН

Дереза О.О., к.т.н.,

Дереза С.В., інж.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (0619) 42-24-36

Анотація – у роботі проведено дослідження інерційних приводів для сільськогосподарських машин.

Ключові слова: привод, сила інерції, рівняння руху, кутова швидкість, диференціальне рівняння.

Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень. Вібраційна техніка і технологія з кожним роком займають усе більш міцні позиції в різних галузях промисловості, сільського господарства. Застосування вібраційної техніки дозволяє корінним чином удосконалити традиційні технологічні процеси.

Дослідження рівнянь руху вібраційних елементів на роботу приводів сільськогосподарських машин вивчений та освітлений в літературних джерелах недостатньо [1]. Майже повністю відсутні дослідження поведінки вібраційних органів під час пуску. Дослідженнями роботою сільськогосподарських машин займалися науковці різних університетів. Але багато питань ще не вирішені.

Формулювання цілей статті. Мета статті – отримати залежності, які дозволять зв'язати динамічні, технологічні і конструктивні параметри вібромашини з пружним робочим органом.

Основна частина. Для дослідження інерційного привода було розроблено лабораторну установку (рис. 1). Вона складається з вала 1, на якому розміщено диск 2 з дисбалансом 3. Вал встановлено в підшипниках 4, які розміщені в рамці 5. Ця рамка здатна переміщуватися по осі X (рис.2).

При обертанні вала 1 від електродвигуна зі сталою кутовою швидкістю ω на дисбалансі виникає сила інерції $F_i = m_d \omega^2 R$, яка направлена від центра обертання диска. Горизонтальна складова цієї сили діє на рамку 5 і змушує її коливатися з частотою ω .

Для укладання диференціального рівняння руху складемо розрахункову схему механізму інерційного привода (рис. 2).

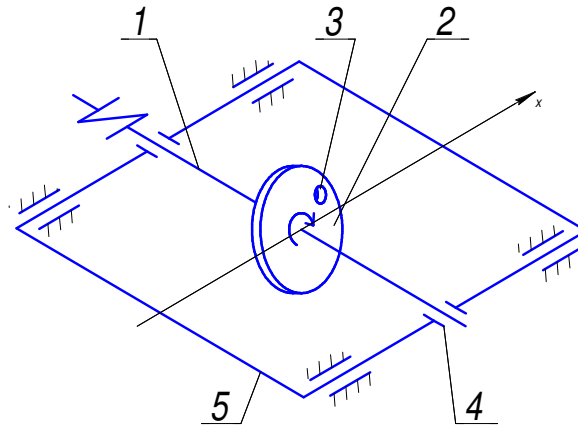


Рис. 1. Схема лабораторної установки: 1 – вал; 2 – диск; 3 – дисбаланс; 4 – підшипник; 5 – рамка.

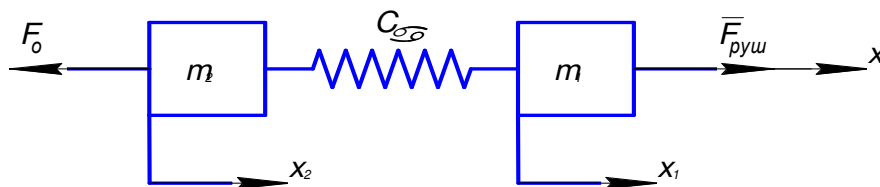


Рис. 2. Розрахункова схема механізму інерційного привода: m_1 – маса збудника коливаль; m_2 – маса рамки; c_α – приведена жорсткість вала; $F_{руш} = m_d \omega^2 R \sin \omega t$ – проекція сили інерції дисбалансу на вісь X; x_1 – центр ваги вала з диском; x_2 – центр ваги рамки; m_3 – маса дисбалансу; R – радіус дисбалансу.

Запишемо диференціальне рівняння руху системи за наступних допущень:

- кутова швидкість вала 1 – стала величина;
- сили опору в підшипниках досить малі.

$$\begin{cases} m_1 x_1'' = F_{руш} - c_\alpha (x_1 - x_2) \\ m_2 x_2'' = c_\alpha (x_1 - x_2). \end{cases} \quad (1)$$

Підставимо в рівняння (1) значення проекції сили інерції дисбалансу на вісь X – рушійної сили $F_{руш}$

$$\begin{cases} m_1 x_1'' + c_\alpha (x_1 - x_2) = m_d \omega^2 R \sin \omega t, \\ m_2 x_2'' - c_\alpha (x_1 - x_2) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Після перетворень отримаємо:



$$\begin{cases} x_1'' + \frac{c_\alpha}{m_1}(x_1 - x_2) = \frac{m_d}{m_1}\omega^2 R \sin \omega t, \\ x_2'' - \frac{c_\alpha}{m_2}(x_1 - x_2) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Дана система диференціальних рівнянь – це система двох диференціальних рівнянь другого порядку, що описує рух механізму при заданих допущеннях.

Розв'яжемо систему диференціальних рівнянь (3) відносно деформації $(x_1 - x_2)$. Для цього вирахуємо з першого рівняння друге:

$$x_1'' - x_2'' + \frac{c_\alpha}{m_1}(x_1 - x_2) + \frac{c_\alpha}{m_2}(x_1 - x_2) = \frac{m_d}{m_1}\omega^2 R \sin \omega t$$

або

$$(x_1 - x_2)'' + \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}(x_1 - x_2) = \frac{m_d}{m_1}\omega^2 R \sin \omega t. \quad (4)$$

Позначивши деформацію $(x_1 - x_2)$ в рівнянні (4) через Z , отримаємо диференціальне рівняння другого порядку

$$Z'' + \frac{c_\alpha (m_1 + m_2)}{m_1 m_2} Z = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 R \sin \omega t \quad (5)$$

Розв'яжемо диференціальне рівняння відносно Z за наступних початкових умов:

$$t=0 \begin{cases} Z' = 0 [(x_1' - x_2') = 0] \\ Z = 0 [(x_1 - x_2) = 0]. \end{cases}$$

Розв'язок даного диференціального рівняння складається з двох частин:

Z_1 – загального розв'язку відповідного однорідного рівняння;

\bar{Z} – окремого розв'язку неоднорідного рівняння

$$Z = Z_1 + \bar{Z}.$$



Для визначення Z_1 складемо характеристичне рівняння, що відповідає рівнянню (5):

$$K^2 + \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} = 0;$$

$$K_{1,2} = \pm i \cdot \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}};$$

$$Z_1 = C_1 \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_2 \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t.$$

Окремий розв'язок неоднорідного диференціального рівняння запишемо у вигляді правої частини:

$$\bar{Z} = A \cdot \cos \omega t + B \cdot \sin \omega t + D,$$

$$\bar{Z}' = -\omega A \cdot \sin \omega t + \omega B \cdot \cos \omega t,$$

$$\bar{Z}'' = -\omega^2 A \cdot \cos \omega t - \omega^2 B \cdot \sin \omega t.$$

Підставимо значення \bar{Z} , \bar{Z}' , \bar{Z}'' в диференціальне рівняння (5):

$$-\omega^2 A \cdot \cos \omega t - \omega^2 B \cdot \sin \omega t + \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} (A \cdot \cos \omega t + B \cdot \sin \omega t + D) = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 R \sin \omega t.$$

Після перетворень та спрощень отримаємо:

$$-\omega^2 A + A \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} = 0,$$

$$-\omega^2 B + B \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 R, \quad \underline{A = 0}$$

$$B = \frac{m_d m_2 \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2},$$



ВІЛЬНИЙ ЧЛЕН

$$\frac{c_{\alpha} \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} D = 0 \quad \underline{D = 0}$$

Тоді

$$\bar{Z} = B \sin \omega t,$$

або

$$\bar{Z} = \frac{m_2 m_d \omega^2 R}{c_{\alpha} (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t.$$

Розв'язок рівняння (5) набуває вигляду:

$$Z = C_1 \cos \sqrt{\frac{c_{\alpha} \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_2 \sin \sqrt{\frac{c_{\alpha} \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + \\ + \frac{m_2 m_d \omega^2 R}{c_{\alpha} (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t.$$

Визначимо окремих розв'язок диференціального рівняння за початкових умов

$$t=0 \begin{cases} Z_0 = 0 & (x_1 - x_2 = 0), \\ Z'_0 = 0 & (x'_1 - x'_2 = 0); \\ Z(0) = C_1 = 0, & C'_1 = 0. \end{cases}$$

$$Z' = -C_1 \cos \sqrt{\frac{c_{\alpha} \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} \cdot \sin \sqrt{\frac{c_{\alpha} \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + \\ + C_2 \sqrt{\frac{c_{\alpha} \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} \cdot \cos \sqrt{\frac{c_{\alpha} \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + \\ + \frac{m_2 m_d \omega^3 R}{c_{\alpha} (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cos \omega t,$$



$$Z'(0) = C_2 \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} + \frac{m_2 m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} = 0,$$

$$C_2 = -\frac{m_2 m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}}.$$

Отже, окремий розв'язок диференціального рівняння за початкових умов набуде вигляду:

$$x_1 - x_2 = \frac{m_2 m_d \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t - \frac{m_2 m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}} \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t. \quad (6)$$

Підставимо розв'язок (6) у друге рівняння системи (3), знайдемо закон руху рамки

$$x_2'' = \frac{c_\alpha}{m_2} (x_1 - x_2) = 0,$$

$$x_2'' = \frac{c_\alpha m_d \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t - \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \times \sqrt{\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}} \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t,$$

$$x_2' = -\frac{c_\alpha m_d \omega R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cos \omega t + \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \times \frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)} \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_1,$$

$$x_2 = -\frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t + \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \times \left[\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)} \right]^{3/2} \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_1 t + C_2. \quad (7)$$



Розглянемо отриманий розв'язок при усталеному русі за початкових умов

$$t = 0 \quad \begin{cases} x_2 = 0, \\ \dot{x}_2 \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & -\frac{c_\alpha m_d \omega R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} + \\ & + \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cdot \frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)} + c_1 \neq 0; \end{aligned}$$

$$x_2 = C_2 = 0;$$

$$C_2 = 0;$$

$$C_1 = 0;$$

$$\begin{aligned} x_2 = & \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cdot \left[\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)} \right]^{3/2} \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t - \\ & - \frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t. \end{aligned} \quad (8)$$

Перший член рівняння (8) описує вільні коливання вала, які за наявності навіть невеликого тертя в шарнірах швидко згаснуть і на рух рамки впливати не будуть. Другий член рівняння (8) описує примусові коливання вала під дією примусової сили

$$F_{\text{руш}} = m_d \omega^2 R \sin \omega t.$$

Тому закон руху рамки при усталеному русі можна записати як:

$$x_2 \cong -\frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t. \quad (9)$$

Проведемо дослідження рівняння коливань рамки.

Рамка коливається відносно нульового положення $x_1 = 0$ з частотою примусової сили, яка дорівнює частоті обертання вала, ω і амплітудою

$$a = \left| \frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \right|. \quad (10)$$

Амплітуда коливань прямує до ∞ , виникає явище резонансу при збігу частоти примусової сили з частотою власних коливань вала

$$c_{\alpha}(m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2 = 0;$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c_{\alpha}(m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}. \quad (11)$$

Розглянемо залежність амплітуди коливань рамки від маси і радіуса дисбалансу, маси рамки і частоти примусової сили.

Амплітуда коливань рамки прямопропорційно залежить від маси дисбалансу m_d і його радіуса R . Залежність амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили розглянемо за наступних даних: $m_d = 0,5 \text{ кг}$; $m_1 = 10 \text{ кг}$; $m_2 = 1000 \text{ кг}$; $R = 100 \text{ мм}$; $d_B = 30 \text{ мм}$; $l_B = 100 \text{ мм}$; $E_B = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$.

Приведену жорсткість вала c_{α} , що приблизно дорівнює жорсткості вала, визначимо за формулою:

$$c_{\alpha} = \frac{48EJ}{l_B^3}; \quad (12)$$

$$c_{\alpha} = \frac{48 \cdot 2 \cdot 10^5}{100^3} \cdot \frac{\pi \cdot 30^4}{64} = 3,8 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

n	об/хв.	100	200	500	1000	1500	2000	2500	3000
ω	с^{-1}	10,47	20,94	52,36	104,71	157,08	209,44	261,8	316,16
a	мм	0,050	0,051	0,054	0,069	0,143	0,324	0,062	0,031

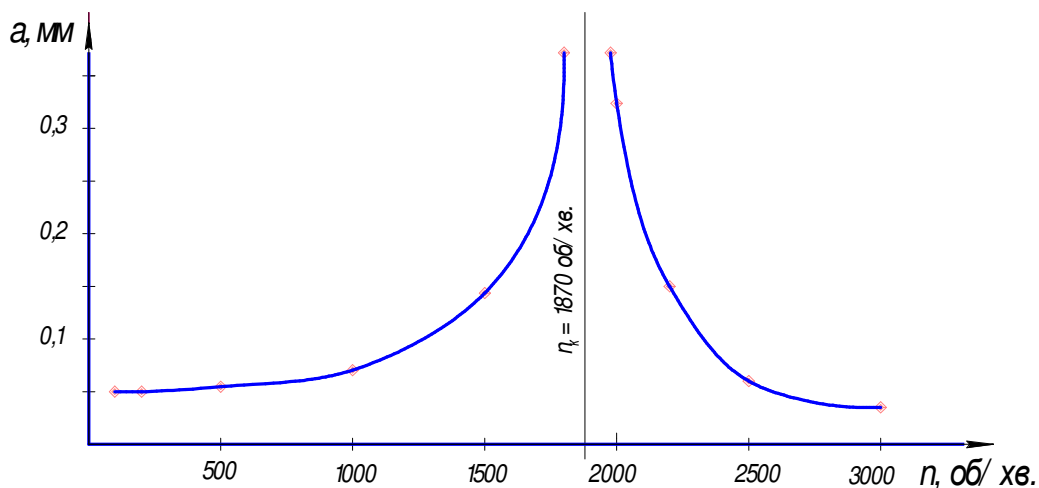


Рис. 3. Амплітуда коливань рамки.



$$\omega = \sqrt{\frac{c_{\alpha} \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3,8 \cdot 10^5 (1000 + 10)}{10 \cdot 1000}} = 195,9 \text{ с}^{-1};$$

$$n = 1870 \text{ об/хв.}$$

Побудуємо такі ж залежності амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили для маси рамки $m_2=400$ кг і $m_2=100$ кг:

а) $m_2 = 400$ кг.

n	об/хв.	100	200	500	1000	1500	2000	2500	3000
ω	с^{-1}	10,47	20,94	52,36	104,71	157,08	209,44	261,8	316,16
a	мм	0,122	0,123	0,131	0,170	0,334	0,956	0,160	0,071

$$\omega = \sqrt{\frac{3,8 \cdot 10^5 (400 + 10)}{10 \cdot 400}} = 197,36 \text{ с}^{-1};$$

$$n = 1884 \text{ об/хв.}$$

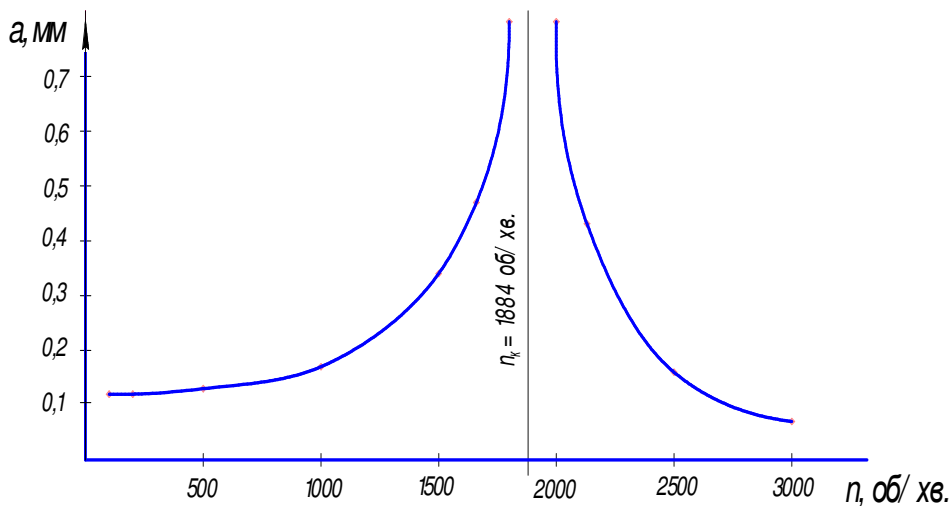


Рис. 4. Залежність амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили для маси рамки $m_2=400$ кг.

б) $m_2 = 100$ кг.

$$\omega = \sqrt{\frac{3,8 \cdot 10^5 (100 + 10)}{10 \cdot 100}} = 204,45 \text{ с}^{-1};$$

$$n = 1952 \text{ об/хв.}$$

n	об/хв.	100	200	500	1000	1500	2000	2500	3000
ω	с^{-1}	10,47	20,94	52,36	104,71	157,08	209,44	261,8	316,16
a	мм	0,454	0,459	0,486	0,616	1,109	9,2	0,710	0,326

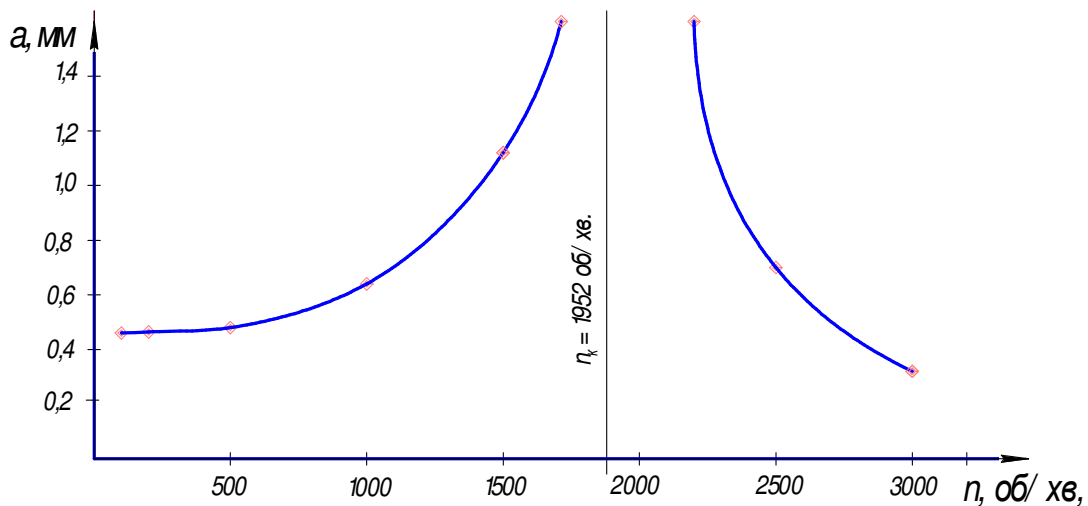


Рис. 5. Залежність амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили для маси рамки $m=100$ кг.

Побудуємо графік руху рамки (рис. 6) за наступних даних:

$m_d = 0,5$ кг; $m_1 = 10$ кг; $m_2 = 100$ кг; $R = 100$ мм; $d_B = 30$ мм; $n = 1440$ об/хв., $\omega = 150,8$ с⁻¹; $c_\alpha = 3,8 \cdot 10^5$ Н/мм².

$$x_2 \cong - \frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t;$$

$$x_2 \cong -0,996 \sin 150,8t \approx -\sin 150,8t.$$

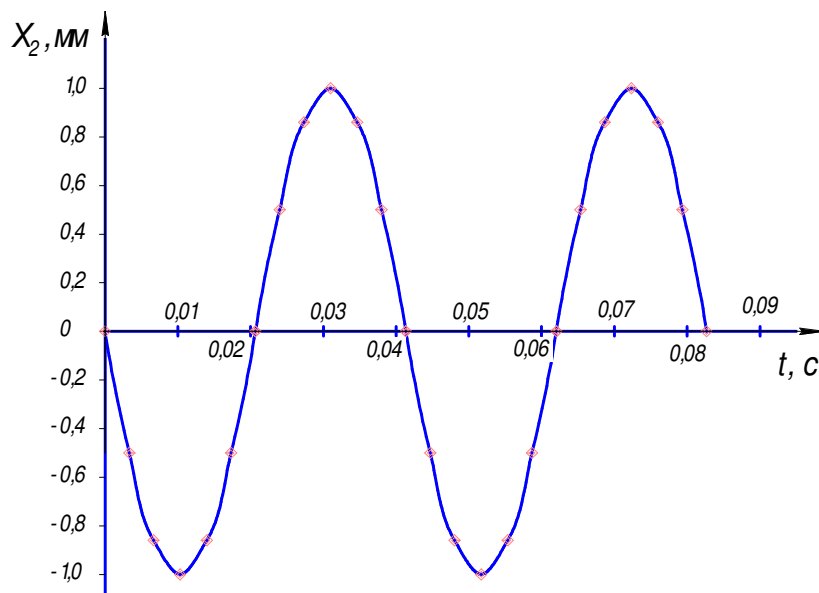


Рис. 6. Графік руху рамки.

Висновки. Амплітуда коливань рамки прямопропорційно залежить від маси дисбалансу m_d та його радіуса R . Отримані залежності, які зв'язують динамічні, технологічні і конструктивні параметри віб-



ромашини з пружним робочим органом, дозволяють покращити вплив на структуру твердих середовищ при зміні траєкторії руху інерційного елемента.

Література.

1. *Струтинський С.В., Гуржій А.А.* Експериментальне визначення динамічних характеристик та побудова на їх основі математичної моделі просторової системи приводів / *С.В. Струтинський, А.А. Гуржій* // Технологічні комплекси. Міжнародний науковий журнал №1 (7)/ ISSN: 2304-4519/ - 2013. – С.10-18.

2. *Вейнц В.Л.* Динамические расчеты приводов машин. / *В.Л.Вейнц* – Л.: Машиностроение, 1971.- 215 с.

3. *Іванченко Ф.К.* Підйомно-транспортні машини: Підручник / *Ф.К.Іванченко* – К.: Вища школа, 1993. – 413 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ ПРИВОДОВ ДЛЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИН

О.О. Дереза, С.В. Дереза

Аннотация – в работе проведено исследование инерционных приводов для сельскохозяйственных машин.

RESEARCH INERTIA DRIVES FOR AGRICULTURAL MACHINES

H. Dereza, S. Dereza

Summary

The article presents research inertial actuators for agricultural machines.