



УДК 651.92:001.817

РОЗРАХУНОК МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ БАГАТОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ЗА ДОПОМОГОЮ ППП STATISTICA

Бакарджиєв Р. О., к.т.н.,

Таврійський державний агротехнологічний університет

Комарова І. Б., к.с.–г.н.,

Інститут олійних культур НААН України

Кисельов О. В., к.т.н.

ННЦ «ІМЕСГ» НААН

Тел.: (0619) 42-00-00

Анотація – розглянуто порядок розрахунку математичної моделі багатофакторного експерименту, її статистичний аналіз і оцінювання та одержання парних залежностей досліджуваних факторів, а також побудову поверхонь відклику за допомогою ППП Statistica.

Ключові слова – багатофакторний експеримент, математична модель, статистичний аналіз, парна залежність факторів.

Постановка проблеми. При дослідженні процесів сільськогосподарського виробництва поряд з визначенням впливу організованих (активних) досліджуваних показників, виконуються пасивні експерименти з неорганізованими показниками. Найчастіше це біологічного об'єкту, групувати які за трьома рівнями для виконання повнофакторного експерименту не має змоги.

Аналіз останніх досліджень і публікацій показує зростаюче використання як у нас, так і за кордоном для статистичної обробки експериментальних даних пакету прикладних програм **Statistica**, який дає змогу обробляти дані активного і пасивного експерименту [1, 2, 3].

Мета дослідження. У даній роботі розглядаються основи розрахунку математичної моделі як активного, так і пасивного багатофакторного експерименту за допомогою ППП **Statistica**, виконання її аналізу і оцінювання, одержання парних залежностей факторів та побудова їх поверхонь відгуку.

Об'єкт дослідження. При демонстрації розрахунку математичної моделі, отриманої реалізацією активного експерименту за допомогою ППП **Statistica** [1], нами використовується дещо змінені результа-

ти експериментальних досліджень залежності щільності брикету ρ (кг/м³) від середньої довжини часток l (мм), вмісту зв'язуючої речовини δ (%) і кута конуса матриці α (град), виконані згідно трирівневої матриці оптимального плану Бокса другого порядку для трьох факторів [2, 3].

Для розрахунку математичної моделі багатофакторного експерименту за допомогою ППП **Statistica** використовується розширена матриця плану експериментів у розкодованому вигляді з середніми даними щільності брикету, розрахованими з урахуванням критерію Кохрена [4] (табл. 1).

Таблиця 1 - Розкодована розширена матриця

| | 1 Довжина частки l, мм | 2 Уміст зв'язуючого δ , % | 3 Конусність матриці α , град | 4 l x δ | 5 l x α | 6 δ x α | 7 l x l | 8 δ x δ | 9 α x α | 10 Щільність брикету ρ , кг/м ³ |
|----|---------------------------|-------------------------------------|---|-------------------|-------------------|--------------------------|------------|--------------------------|--------------------------|--|
| 1 | 20 | 0 | 2 | 0 | 40 | 0 | 400 | 0 | 4 | 686 |
| 2 | 40 | 0 | 2 | 0 | 80 | 0 | 1600 | 0 | 4 | 602 |
| 3 | 20 | 9 | 2 | 180 | 40 | 18 | 400 | 81 | 4 | 630 |
| 4 | 40 | 9 | 2 | 360 | 80 | 18 | 1600 | 81 | 4 | 551 |
| 5 | 20 | 0 | 6 | 0 | 120 | 0 | 400 | 0 | 36 | 688 |
| 6 | 40 | 0 | 6 | 0 | 240 | 0 | 1600 | 0 | 36 | 607 |
| 7 | 20 | 9 | 6 | 180 | 120 | 54 | 400 | 81 | 36 | 633 |
| 8 | 40 | 9 | 6 | 360 | 240 | 54 | 1600 | 81 | 36 | 557 |
| 9 | 20 | 4.5 | 4 | 90 | 80 | 18 | 400 | 20.25 | 16 | 643 |
| 10 | 40 | 4.5 | 4 | 180 | 160 | 18 | 1600 | 20.25 | 16 | 563 |
| 11 | 30 | 0 | 4 | 0 | 120 | 0 | 900 | 0 | 16 | 622 |
| 12 | 30 | 9 | 4 | 270 | 120 | 36 | 900 | 81 | 16 | 570 |
| 13 | 30 | 4.5 | 2 | 135 | 60 | 9 | 900 | 20.25 | 4 | 601 |
| 14 | 30 | 4.5 | 6 | 135 | 180 | 27 | 900 | 20.25 | 36 | 605 |

Починаючи з вибору дії над масивом, слід натиснути кнопку **Statistics**, потім **Multiple Regression** і отримати панель **Multiple Linear Reg.** На ній у вкладці **Advanced** натиснувши **Variables** виконується вибір залежних і незалежних змінних до переходу натисненням **OK** на панель **Multiple Regression Results** (рис. 1).

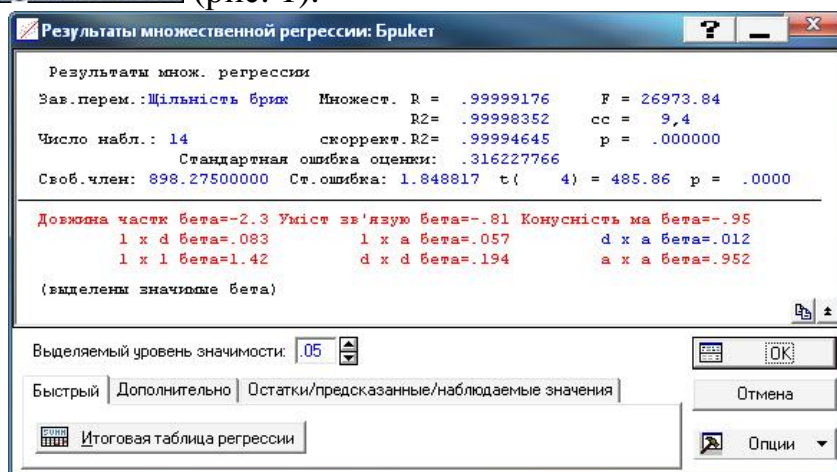


Рис. 1. Панель вибору аналізу показників рівняння регресії.

У вкладці **Quick** або **Advanced** при натисканні **Summary Regression results** (рис. 1) отримуємо табл. 2, де представлено коефіцієнти і характеристика рівняння регресії. При цьому також видається підсумкова статистика рівняння регресії, яка представляє собою верхні частини рис. 1 і табл. 2.

Критерій Фішера $F_{05(9; 4)}=36973.84$ з розрахунковим значенням $p < 0.000001$, тобто він менше 0.05, що свідчить про адекватність моделі на рівні 5 %. Її коефіцієнт детермінації становить $r = 0.99998352$, тобто він більший за 0.75, що свідчить про адекватність моделі.

Таблиця 2 - Сумарна характеристика залежної змінної

| Итоги регрессии для зависимой переменной: Щільність брикета ρ , кг/м ³ (Брукет) | | | | | | |
|--|----------|--------------|----------|-----------|----------|----------|
| R= .99999176 R2= .99998352 Скорректир. R2= .99994645 F(9,4)=26974. p<.000000 Станд. ошибка оценки: .31623 | | | | | | |
| N=14 | БЕТА | Стд.Ош. БЕТА | В | Стд.Ош. В | t(4) | p-уров. |
| Св. член | | | 898.2750 | 1.848817 | 485.8647 | 0.000000 |
| Довжина частки l, мм | -2.28326 | 0.025145 | -11.2500 | 0.123895 | -90.8026 | 0.000000 |
| Уміст зв'язуючого δ , % | -0.80980 | 0.011747 | -8.8667 | 0.128620 | -68.9367 | 0.000000 |
| Конусність матриці α , град | -0.95390 | 0.017982 | -23.5000 | 0.443001 | -53.0473 | 0.000001 |
| l x δ | 0.08337 | 0.007457 | 0.0278 | 0.002485 | 11.1803 | 0.000364 |
| l x α | 0.05655 | 0.008429 | 0.0375 | 0.005590 | 6.7082 | 0.002570 |
| δ x α | 0.01222 | 0.005465 | 0.0278 | 0.012423 | 2.2361 | 0.089009 |
| l x l | 1.42123 | 0.024642 | 0.1162 | 0.002016 | 57.6762 | 0.000001 |
| δ x δ | 0.19432 | 0.008469 | 0.2284 | 0.009953 | 22.9464 | 0.000021 |
| α x α | 0.95214 | 0.016508 | 2.9063 | 0.050389 | 57.6762 | 0.000001 |

У колонці **В** табл. 2 представлено вільний член і коефіцієнти рівняння регресії — математичної моделі у вигляді функції відклику другого порядку, причому значущі за критерієм Стьюдента складові тут та на рис. 2 позначено червоним кольором

$$\rho_b = 898.2750 - 11.25 \cdot l - 8.8667 \delta - 23.5 \alpha + 0.0278 \cdot l \delta + 0.0375 \cdot l \alpha + 0.0278 \cdot \delta \alpha + 0.1162 \cdot l^2 + 0.2284 \delta^2 + 2.9063 \cdot \alpha^2. \quad (1)$$

Таблиця 3 - Статистичний аналіз Дарбіна–Уотсона

| | Дарбіна-Уотсона d (Брукет) и сериальная корреляция остатков | |
|--------|---|---------------|
| | Дарбіна-Уотсон d | Сериал. Корр. |
| Оценка | 2.725134 | -0.375061 |

Наявність автокореляції отриманого рівняння перевіряється за допомогою **d**-критерію Дарбіна–Уотсона. Натиснувши **Durbin-Watson statistic** у вкладці **Advanced**, отримуємо результати аналізу регресійних залишків функції відклику за статистикою Дарбіна–Уотсона (табл. 3). У нашому разі $d_\phi = 2.725134$, тоді $d_\phi = 4 - 2.725134 = 1.2749$, для $n=14$ і $m=3$ маємо $d_{105(3; 14)}=0.85$ і $d_{205(3; 14)}=1.75$, тобто $d_{105(3; 14)} < d_\phi < d_{205(3; 14)}$ — таким чином про автокореляції однозначного висновку дійти не можна. Про це свідчить і коефіцієнт серіальної кореляції, величина якого відповідає наявності слабкої кореляції. При побудові двовимірних поверхонь, одержаних за отриманими рів-

нянням регресії треба мати на увазі, що їх аналіз слід виконувати прийнявши у якості вихідних лише передбачувані дані параметрів. Для одержання двовимірних поверхонь, можна застосовувати ППП **Statistica**, а саме **Nonlinear Estimation** модуля **Advanced Linear/Nonlinear Models** меню **Statistics**. Воно виконується у поєднанні з використанням функції відклику, записуваної як **Long name (label or formula with Functions)**], з урахуванням значущості факторів відповідно до двофакторних матриць з фіксацією інших регресорів на прийнятому рівні.

Для цього у ППП **Statistica** створюється файл у дві колонки якого, наприклад, **v1** і **v2** записується повнофакторна матриця двох змінних, які аналізуються (у нашому разі це **I** та **δ**), у **v3** — прийнятий фіксований рівень третього фактора (нами прийнято значення $\alpha=6^\circ$, яке відповідає найбільшій щільності брикету).

Для запису даних к колонку **v4** слід двічі клацнути лівою клавішею миші по її імені і у поле **Long name (label or formula with Functions)**] панелі **Variable** і ввести вираз рівняння регресії (1), почавши її зі знака рівності, замінивши **I**, **δ** і α відповідно на **v1**, **v2** і **v3** та вилучивши незначуща складові — фактори, їхні квадрати та поєднання факторів (у нас незначуща складова $+0.0278*v2*v3$)

$$=898.2750-11.25*v1-8.8667*v2-23.5*v3+0.0278*v1*v2+0.0375*v1*v3+0.1162*v1^2+0.2284*v2^2+2.90637*v3^2$$

після чого натиснути **OK**.

Потім у таблиці вибираємо меню **Statistics** (1) (рис. 2), далі модуль **Advanced Linear/Nonlinear Models** (2) і **Nonlinear Estimation** (3). На одній-менній панелі вказуємо **User-specified regression, least squares** (4) і переходимо на панель **User-Specified Regression, Least Squares**. Тут натиснувши **Function to be estimated** (5) переходимо на панель **Estimated function**, де записуємо квадратичне рівняння двовимірної поверхні (6) у вигляді $v4=b0+b1*v1+b2*v2+b12*v1*v2+b11*v1^2+b22*v2^2$.

Тут теж слід наводити лише значимі складові — фактори, їх квадрати та поєднання факторів.

Далі натискаємо **OK** (7) і **OK** (8) і далі **OK** (9) на вкладці **Quick/Быстрый** відкритій панелі **Оценка нелинейной модели НК**. На отриманій після цього панелі **Результаты** натискаємо у вкладці **Quick/Быстрый** клавішу **Подогнанная ЭМ функция и наблюдаемые значения** (10) і отримаємо зображення поверхні, яка представляє собою щільність брикету $\rho_{\alpha\delta}$ при парній взаємодії факторів **I** та **δ** (рис. 3). На ньому також представлено рівняння даної поверхні, яке наведено в (2)

$$\rho_{\alpha\delta} = 861.904 - 11.025\lambda - 8.8667\delta + 0.0278\lambda\delta + 0.1162\lambda^2 + 0.2284\delta^2. \quad (2)$$

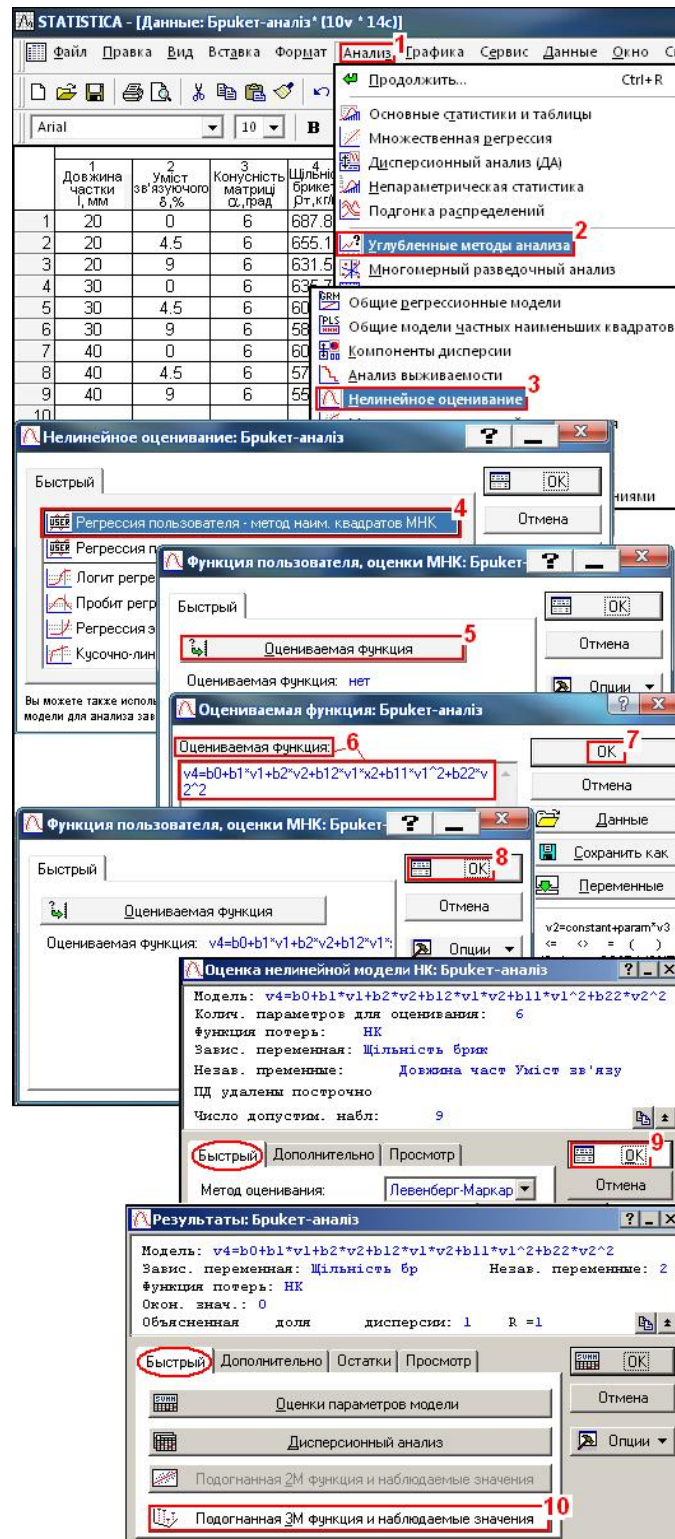


Рис. 2. Побудова двовимірної поверхні парної взаємодії з використанням рівняння регресії.

Отримання функціональних залежностей двовимірних поверхонь, які виражають щільність брикету від парної взаємодії умісту зв'язуючої речовини δ і кута конуса матриці α та середньої довжини часток l і умісту зв'язуючої речовини δ виконуються за умови фіксації

третього фактора (відповідно $\delta = 0^\circ$ і $l = 20$ мм), причому при аналізі парної взаємодії факторів v_2 і v_3 складова $+b_{23} \cdot v_2 \cdot v_3$ повинна бути вилучена.

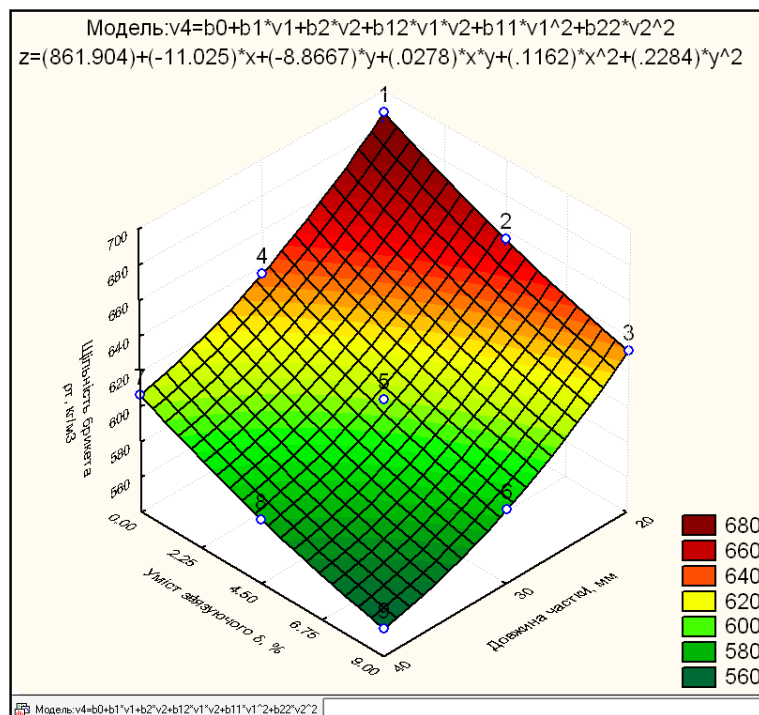


Рис. 3. Парна взаємодія середньої довжини часток l і умісту зв'язуючої речовини δ на щільність брикету при фіксації третього фактора на рівні ($\alpha = 6^\circ$), який відповідає найбільшій щільності.

Висновки. Визначення математичної моделі багатofакторного експерименту за допомогою ППП **Statistica** дає змогу провести її аналіз і оцінювання за критеріями Стюдента, Фішера, d -критерію Дарбіна–Уотсона, коефіцієнтом детермінації. Також, цей пакет прикладних програм має можливість одержати парні залежності факторів відповідно отриманого рівняння регресії і побудувати їхні поверхні відгуку.

Література

- 1 Боровиков В. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере: Для профессионалов. / В.Боровиков. – 2-е изд. (+CD). – СПб.: Питер, 2003. – 688 с.: ил.
- 2 Бакарджиев Р. А. Обоснование конструктивных параметров и режимов работы пресс–брикетировщика для утилизации растительных материалов: дисс...канд. техн. наук: 05.20.01 / Бакарджиев Роман Александрович / Мелитополь, 1997. - 168 с.
- 3 Кисельов О. В., Антонов Е. Е., Бакарджиев Р. О. Використання пакету програм Statist для аналізу результатів багатofакторного активного експерименту // Механізація, екологізація та конвертація біоси-

ровини у тваринництві: Зб. наук. праць. – Запоріжжя: – ІМТ НААН, 2011. – Вип. 1(7). – С. 243–253.

4. *Кисельов О.В., Комарова И.Б., Бакарджиев Р.О.* Дослідження неорганізованих вибірок даних. Механізація, екологізація та конвертація біосировини у тваринництві // Збірник наукових праць Інституту механізації тваринництва Національної академії аграрних наук України. – Вип. 1(7). – Запоріжжя: ІМТ УААН, 2011. – С.254–259.

РАСЧЕТ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА С ПОМОЩЬЮ ППП STATISTICA

Бакарджиев Р. А., Комарова И. Б., Киселев А. В.

Аннотация

Рассмотрен порядок расчета математической модели многофакторного эксперимента, ее статистический анализ, оценивание и получение парных зависимостей исследуемых факторов, а также построение поверхностей отклика с помощью ППП Statistica.

CALCULATION OF MATHEMATICAL MODEL MULTIFACTORIAL EXPERIMENT BY MEANS OF STATISTICA

R. Bakardzhiev, I. Komarova, A. Kiselyov.

Summary

The procedure of payments of mathematical model of multifactorial experiment, its statistical analysis, оценивание and reception of pair dependences of investigated factors, and also construction of surfaces of the response by means of Statistica is considered.