



## ВПЛИВ ВІДХИЛЕННЯ НАПРУГИ НА ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В АСИНХРОННОМУ ЕЛЕКТРОПРИВОДІ ПРИ УДАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Синявський О.Ю., к.т.н.,  
Савченко В.В.

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*  
Тел. (063) 566-96-28

**Анотація** – проведені дослідження електромагнітних та електромеханічних перехідних процесів в асинхронному електроприводі при відхиленні напруги. Встановлені залежності електромеханічної сталої часу і тривалості перехідного процесу від напруги.

**Ключові слова** – асинхронний електродвигун, електропривод, електромеханічна стала часу, відхилення напруги, усталена швидкість, час пуску.

*Постановка проблеми.* Знання перехідних режимів має важливе значення при проектуванні електроприводів. Навантажувальна діаграма двигуна використовується при перевірці правильності попереднього його вибору. У ряді випадків перехідні режими впливають на продуктивність робочих машин і якість перероблюваного продукту. Наприклад, при великих коливаннях швидкості обертання роторів дробарок зерна знижується продуктивність машин і погіршується якість подрібнення. Прискорення, які виникають у виробничих механізмах і передачах при перехідних процесах, можуть перевищити допустимі значення і привести до поломки окремих ланок кінематичної схеми, псування продукту або порушення вимог техніки безпеки. Тому при проектуванні електроприводів потрібно узгоджувати фактичну тривалість перехідних процесів з допустимою [1].

Відхилення напруги живлення впливає на протікання перехідних процесів в електроприводах. Знання законів протікання цих процесів має теоретичне і практичне значення, бо дає можливість вибрати електропривод, який би максимально забезпечував вимоги технологічного процесу при найкращому використанні електродвигунів.

*Аналіз останніх досліджень.* При відхиленні напруги критичне ковзання асинхронного електродвигуна не змінюється, а момент двигуна змінюється пропорційно квадрату напруги [1]. При цьому змі-

нюється жорсткість механічної характеристики електродвигуна, що обумовлює зміну електромеханічної сталої часу. Таким чином, змінюється характер протікання перехідного процесу в електроприводі і його тривалість.

*Формулювання мети статті.* Метою даної роботи є дослідження електромагнітних і електромеханічних перехідних процесів, які протікають в асинхронному електроприводі, при відхиленні напруги живлення.

*Основна частина.* Розглянемо вплив відхилення напруги на перехідні процеси в асинхронному електроприводі при ударному навантаженні. В даному випадку двигун працює на робочій ділянці механічної характеристики, яку можна вважати лінійною [3]

$$M_{\delta} = \beta_{\delta}(\omega_0 - \omega), \quad (1)$$

де  $M_{\delta}$  – момент двигуна;  $\beta_{\delta}$  – жорсткість механічної характеристики електродвигуна;  $\omega_0$  – синхронна кутова швидкість;  $\omega$  – задана кутова швидкість.

При відхиленні напруги момент асинхронного двигуна

$$M_{\delta} = \beta_{\delta}U_*^2(\omega_0 - \omega), \quad (2)$$

де  $U_* = U/U_n$  – напруга у відносних одиницях.

Електромагнітний перехідний процес на робочій ділянці природної механічної характеристики асинхронного електродвигуна описується рівнянням [3]

$$T_e \frac{dM_{\delta}}{dt} + M_{\delta} = \beta_{\delta}(\omega_0 - \omega), \quad (3)$$

де  $T_e$  – електромагнітна стала часу.

Тоді з урахуванням (2) і (3) можна записати

$$T_e \frac{d^2 M_{\delta}}{dt^2} + \frac{dM_{\delta}}{dt} = -\beta_{\delta} \cdot U_*^2 \frac{d\omega}{dt}, \quad (4)$$

звідки

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{\beta_{\delta} \cdot U_*^2} \left( T_e \frac{d^2 M_{\delta}}{dt^2} + \frac{dM_{\delta}}{dt} \right). \quad (5)$$

Механічний перехідний процес описується рівнянням руху електропривода

$$M_{\delta} - M_c = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (6)$$

де  $M_c$  – момент статичних опорів робочої машини;  $J$  – зведений момент інерції електропривода.

Для багатьох механізмів значний інтерес викликає оцінка падіння швидкості, яка обумовлена ударним прикладенням навантаження. В даному випадку перехідний процес в електроприводі відбувається при незмінному моменті статичних опорів робочої машини ( $M_c = const$ ).

Підставивши вираз (5) у рівняння руху електропривода (6), отримаємо

$$M_{\delta} - M_c = -\frac{J}{\beta_{\delta} \cdot U_*^2} \left( T_e \frac{d^2 M_{\delta}}{dt^2} + \frac{dM_{\delta}}{dt} \right). \quad (7)$$

Рівняння (7) можна записати у вигляді

$$T_e T_m \frac{d^2 M_{\delta}}{dt^2} + T_m \frac{dM_{\delta}}{dt} + M_{\delta} = M_c, \quad (8)$$

де  $T_m$  – електромеханічна стала часу.

$$T_m = \frac{J}{\beta_{\delta} \cdot U_*^2} = T_{mn} / U_*^2, \quad (9)$$

де  $T_{mn}$  – електромеханічна стала часу при номінальній напрузі.

Як впливає із формули (9), зниження напруги викликає зростання електромеханічної сталої часу.

Відносно швидкості диференціальне рівняння має вигляд

$$T_e T_m \frac{d^2 \omega}{dt^2} + T_m \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_0 - M_c / \beta_{\delta} \cdot U_*^2 = \omega_c, \quad (10)$$

де  $\omega_c$  – усталене значення кутової швидкості.

Як впливає із формули (10), зниження напруги викликає зниження усталеної кутової швидкості.

Характеристичне рівняння для виразів (8) і (10) має вигляд

$$T_e T_m k^2 + T_m k + 1 = 0. \quad (11)$$

Для даного характеристичного рівняння дискримінант становить

$$D = T_m^2 - 4T_e T_m = T_m^2 \left(1 - 4 \frac{T_e}{T_m}\right). \quad (12)$$

Якщо  $D < 0$ ,  $T_m < 4T_e$ , корені характеристичного рівняння

$$k_{1,2} = -(1/2T_e) \pm j\sqrt{(U_*^2/T_e T_m) - (1/2T_e)^2} = -\alpha \pm j\gamma. \quad (13)$$

Відхилення напруги викликає зміну уявної частини коренів характеристичного рівняння, тоді як дійсна частина залишається незмінною. При цьому може змінюватися характер перехідного процесу. Для електроприводів з невеликим моментом інерції підвищення напруги може призвести до появи коливань, тоді як зниження напруги може їх усунути. Загальний розв'язок диференційного рівняння (8) записується у вигляді

$$M_\delta = M_c + e^{-\alpha t} (A \cos \gamma t + B \sin \gamma t). \quad (14)$$

При початкових умовах  $t = 0$ ,  $M_\delta = M_{\text{поч}}$ ,

$$\left(\frac{dM_\delta}{dt}\right)_0 = (\beta_\delta U_*^2 (\omega_0 - \omega_{\text{поч}}) - M_{\text{поч}}) / T_e \quad (15)$$

із рівняння (14) отримаємо вирази для визначення коефіцієнтів  $A$  і  $B$ :

$$M_{\text{поч}} = M_c + A, \quad (16)$$

$$(\beta_\delta U_*^2 (\omega_0 - \omega_{\text{поч}}) - M_{\text{поч}}) / T_e = -\alpha A + \gamma B. \quad (17)$$

Розв'язавши дані рівняння відносно  $A$  і  $B$ , отримаємо розв'язок рівняння (14)

$$M_\delta = M_c + e^{-\alpha t} \left[ (M_{\text{поч}} - M_c) \cos \gamma t + \frac{\beta_\delta U_*^2 (\omega_0 - \omega_{\text{поч}}) - M_{\text{поч}} (1 - \alpha T_e) - \alpha T_e M_c}{\gamma T_e} \sin \gamma t \right]. \quad (18)$$

Якщо початковий режим роботи є усталеним, то рівняння (18) запишеться у вигляді

$$M_\delta = M_c + (M_{\text{поч}} - M_c) e^{-\alpha t} \left( \cos \gamma t + \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma t \right). \quad (19)$$

Для кутової швидкості загальний розв'язок рівняння записують у вигляді

$$\omega = \omega_c + e^{-\alpha t} (C \cos \gamma t + D \sin \gamma t). \tag{19}$$

При початкових умовах  $t = 0, \omega = \omega_{поч}$ ,

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_0 = (M_{поч} - M_c) / J. \tag{20}$$

Із рівняння (19) отримаємо вирази для визначення коефіцієнтів  $C$  і  $D$ :

$$\omega_{поч} = \omega_c + C, \tag{21}$$

$$(M_{поч} - M_c) / J = -\alpha C + \gamma D. \tag{22}$$

Визначивши із (21) і (22) значення  $C$  і  $D$  і підставивши їх у рівняння (19), отримаємо

$$\omega = \omega_c + e^{-\alpha t} \left[ (\omega_{поч} - \omega_c) \cos \gamma t + \frac{M_{поч} - M_c + J\alpha(\omega_{поч} - \omega_c)}{J\gamma} \sin \gamma t \right]. \tag{23}$$

Якщо початковий режим роботи є усталеним, то рівняння (23) прийме вигляд

$$\omega = \omega_c + (\omega_{поч} - \omega_c) e^{-\alpha t} \left( \cos \gamma t + \frac{\alpha T_{мн} - U_*^2}{T_{мн} \gamma} \sin \gamma t \right). \tag{24}$$

Криві перехідного процесу  $M_{\partial}=f(t)$  при незмінному моменті статичних опорів робочої машини показані на рис. 1, а  $\omega=f(t)$  – на рис. 2.

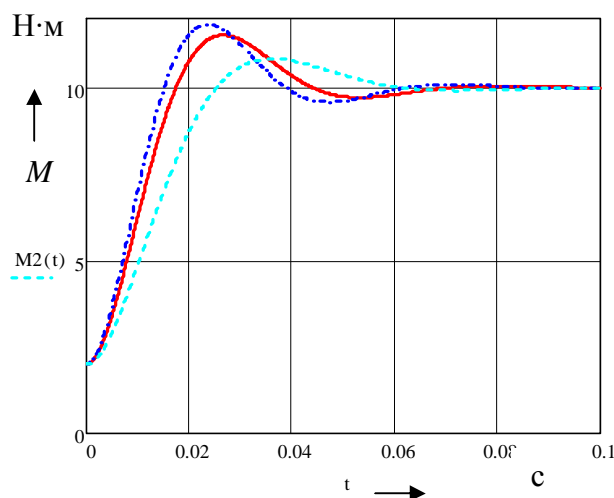


Рис. 1. Навантажувальна діаграма електродвигуна  $M_{\partial}=f(t)$  при незмінному моменті статичних опорів робочої машини та  $T_M < 4T_e$ .

Як впливає із наведених залежностей, при підвищенні напруги зростає значення максимального відхилення моменту і частота коливань. При цьому динамічне падіння швидкості зменшується, а при зниженні напруги, навпаки, підвищується.

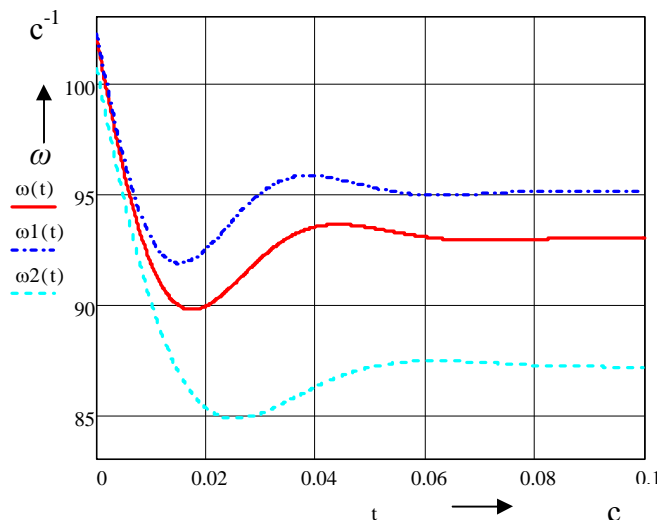


Рис. 2. Криві перехідного процесу  $\omega=f(t)$  при незмінному моменті статичних опорів робочої машини та  $T_M < 4T_e$ .

Використаємо при аналізі перехідних процесів в асинхронному електроприводі при ударному навантаженні отримані результати досліджень. При збільшенні стрибком моменту статичних опорів відбувається зниження кутової швидкості і зростання моменту двигуна. Але внаслідок наявності індуктивного розсіювання момент зростає повільніше, а швидкість знижується швидше, ніж це визначається статичною характеристикою. Тому при досягненні моментом значення  $M_c$  кутова швидкість буде нижча за усталену, що обумовлює зростання моменту двигуна до максимального значення. Відбуваються коливання моменту і кутової швидкості, які після двох-трьох періодів затухають. Максимальне динамічне падіння швидкості перевищує статичне її падіння, причому зниження напруги сприяє його зростанню, а підвищення – зниженню. Для механізмів з ударним навантаженням даний режим роботи в ряді випадків за умовами технології є несприятливим [3].

Якщо  $D > 0$ ,  $T_M > 4T_e$ , а корені характеристичного рівняння

$$k_{1,2} = -(1/2T_e) \pm \sqrt{(1/2T_e)^2 - (U_*^2 / T_e T_{mn})}. \tag{24}$$

Тоді загальний розв’язок рівняння (8) запишеться у вигляді

$$M_\delta = M_c + A' e^{k_1 t} + B' e^{k_2 t}. \tag{25}$$

При початкових умовах (15) із рівняння (25) отримаємо вирази для визначення коефіцієнтів  $A'$  і  $B'$ :

$$M_{ноч} = M_c + A' + B', \tag{26}$$

$$(\beta_0 U_*^2 (\omega_0 - \omega_{ноч}) - M_{ноч}) / T_e = k_1 A' + k_2 B'. \tag{27}$$

Розв'язавши дані рівняння відносно  $A'$  і  $B'$ , отримаємо розв'язок рівняння (25)

$$M_\delta = M_c + \frac{M_{ноч}(1 + k_2 T_e) - k_2 T_e M_c - \beta_0 U_*^2 (\omega_0 - \omega_{ноч})}{T_e (k_2 - k_1)} e^{k_1 t} + \frac{\beta_0 U_*^2 (\omega_0 - \omega_{ноч}) - M_{ноч}(1 + k_1 T_e) + k_1 T_e M_c}{T_e (k_2 - k_1)} e^{k_2 t} \tag{28}$$

Таким чином, при відхиленні напруги змінюються корені характеристичного рівняння і коефіцієнти в диференційному рівнянні, яке описує перехідний процес в електроприводі.

Якщо початковий режим роботи є усталеним, то рівняння (28) прийме вигляд

$$M_\delta = M_c + \frac{k_2 (M_{ноч} - M_c)}{k_2 - k_1} e^{k_1 t} + \frac{k_1 (M_c - M_{ноч})}{k_2 - k_1} e^{k_2 t} = M_c + \frac{M_c - M_{ноч}}{k_1 - k_2} (k_2 e^{k_1 t} - k_1 e^{k_2 t}). \tag{28}$$

Для кутової швидкості загальний розв'язок рівняння записують у вигляді

$$\omega = \omega_c + C' e^{k_1 t} + D' e^{k_2 t}. \tag{29}$$

При початкових умовах (20) із рівняння (29) отримаємо вирази для визначення коефіцієнтів  $C'$  і  $D'$ :

$$\omega_{ноч} = \omega_c + C' + D', \tag{30}$$

$$(M_{ноч} - M_c) / J = k_1 C' + k_2 D'. \tag{31}$$

Визначивши із (30) і (31) значення  $C'$  і  $D'$  і підставивши їх у рівняння (29), отримаємо

$$\omega = \omega_c + \frac{J k_2 (\omega_{ноч} - \omega_c) - (M_{ноч} - M_c)}{J (k_2 - k_1)} e^{k_1 t} + \frac{(M_{ноч} - M_c) - J k_1 (\omega_{ноч} - \omega_c)}{J (k_2 - k_1)} e^{k_2 t}. \tag{32}$$

Якщо початковий режим роботи є усталеним, то рівняння (32) прийме вигляд

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_c + \frac{T_{\text{мн}}k_2(\omega_{\text{поч}} - \omega_c) + U_*^2(\omega_{\text{поч}} - \omega_c)}{T_{\text{мн}}(k_2 - k_1)} e^{k_1 t} - \frac{U_*^2(\omega_{\text{поч}} - \omega_c) + T_{\text{мн}}k_1(\omega_{\text{поч}} - \omega_c)}{T_{\text{мн}}(k_2 - k_1)} e^{k_2 t} = \\ &= \omega_c + \frac{\omega_{\text{поч}} - \omega_c}{T_{\text{мн}}(k_2 - k_1)} [(T_{\text{мн}}k_2 + U_*^2)e^{k_1 t} - (T_{\text{мн}}k_1 + U_*^2)e^{k_2 t}] \end{aligned} \quad (33)$$

Криві перехідного процесу  $M_{\delta}=f(t)$  при незмінному моменті статичних опорів робочої машини показані на рис. 3, а  $\omega=f(t)$  – на рис. 4.

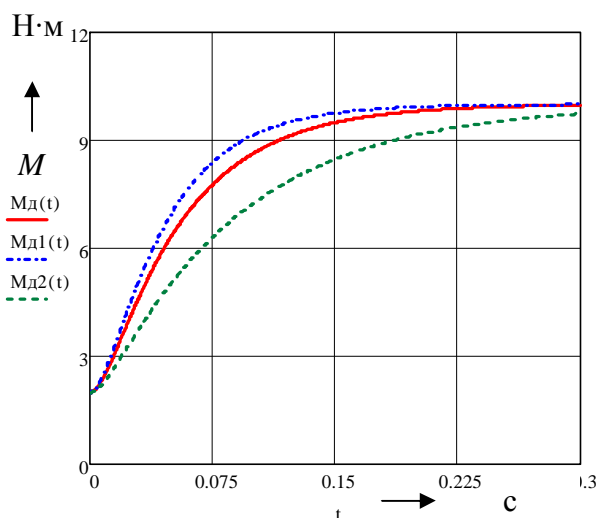


Рис. 3. Навантажувальна діаграма електродвигуна  $M_{\delta}=f(t)$  при незмінному моменті статичних опорів робочої машини та  $T_{\text{м.}} > 4T_e$ .

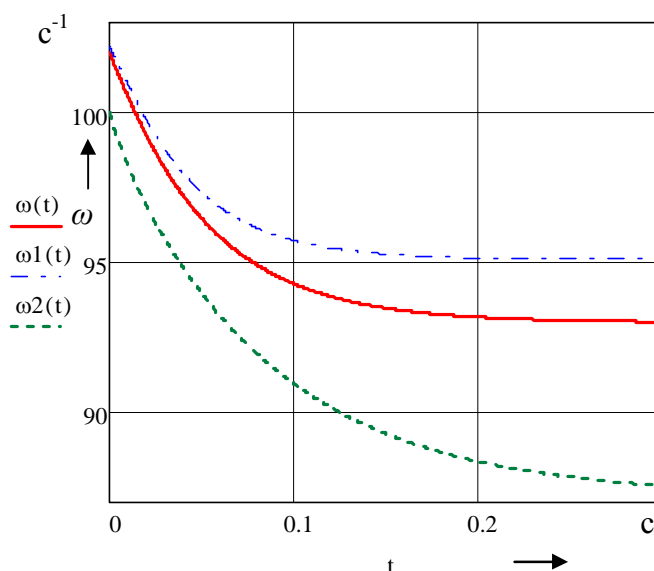


Рис. 4. Криві перехідного процесу  $\omega=f(t)$  при незмінному моменті статичних опорів робочої машини та  $T_{\text{м.}} > 4T_e$ .

Перехідні процеси зміни швидкості і моменту в даному випадку відбуваються за експоненціальним законом. При підвищенні напруги



момент і кутова швидкість двигуна досягають усталеного значення швидше, ніж при номінальній напрузі, а при зниженні напруги – за довший час.

Якщо  $D=0$ ,  $T_m=4T_e$  і характеристичне рівняння має один корінь

$$k = -1/2T_e. \quad (33)$$

Тоді загальний розв'язок рівняння (8) запишеться у вигляді

$$M_\delta = M_c + e^{kt}(A'' + B''t). \quad (34)$$

В даному випадку корінь характеристичного рівняння не залежить від напруги.

При початкових умовах (15) із рівняння (34) отримаємо вирази для визначення коефіцієнтів  $A''$  і  $B''$ :

$$M_{\text{поч}} = M_c + A'', \quad (35)$$

$$(\beta_\delta U_*^2(\omega_0 - \omega_{\text{поч}}) - M_{\text{поч}})/T_e = kA'' + B''. \quad (36)$$

Розв'язавши дані рівняння відносно  $A''$  і  $B''$ , отримаємо розв'язок рівняння (34)

$$M_\delta = M_c + e^{kt} \left( M_{\text{поч}} - M_c + \frac{\beta_\delta U_*^2(\omega_0 - \omega_{\text{поч}}) - M_{\text{поч}}(1 + kT_e) + kT_e M_c}{T_e} t \right). \quad (37)$$

Таким чином, коефіцієнт у диференційному рівнянні, яке описує перехідний процес в електроприводі, залежить від напруги, на відміну від кореня характеристичного рівняння.

Якщо початковий режим роботи є усталеним, то рівняння (37) прийме вигляд

$$M_\delta = M_c + (M_{\text{поч}} - M_c)e^{kt}(1 - kt). \quad (38)$$

Для кутової швидкості загальний розв'язок рівняння записують у вигляді

$$\omega = \omega_c + e^{kt}(C'' + D''t). \quad (38)$$

При початкових умовах (20) із рівняння (38) отримаємо вирази для визначення коефіцієнтів  $C''$  і  $D''$ :

$$\omega_{noch} = \omega_c + C'', \tag{39}$$

$$(M_{noch} - M_c) / J = kC'' + D''. \tag{40}$$

Визначивши із (39) і (40) значення  $C''$  і  $D''$  і підставивши їх у рівняння (38), отримаємо:

$$\omega = \omega_c + e^{kt} \left( \omega_{noch} - \omega_c + \frac{M_{noch} - M_c - Jk(\omega_{noch} - \omega_c)}{J} t \right). \tag{41}$$

Якщо початковий режим роботи є усталеним, то рівняння (37) прийме вигляд:

$$\omega = \omega_c + (\omega_{noch} - \omega_c) e^{kt} \left( 1 - \left( k + \frac{U_*^2}{T_{мн}} \right) t \right). \tag{42}$$

Оскільки  $T_m = 4T_e$  з урахуванням (33) отримаємо:

$$\omega = \omega_c + (\omega_{noch} - \omega_c) e^{kt} \left( 1 - \frac{k}{2} t \right). \tag{43}$$

Криві перехідного процесу  $M_\delta = f(t)$  при незмінному моменті статичних опорів робочої машини показані на рис.5, а  $\omega = f(t)$  – на рис. 6.

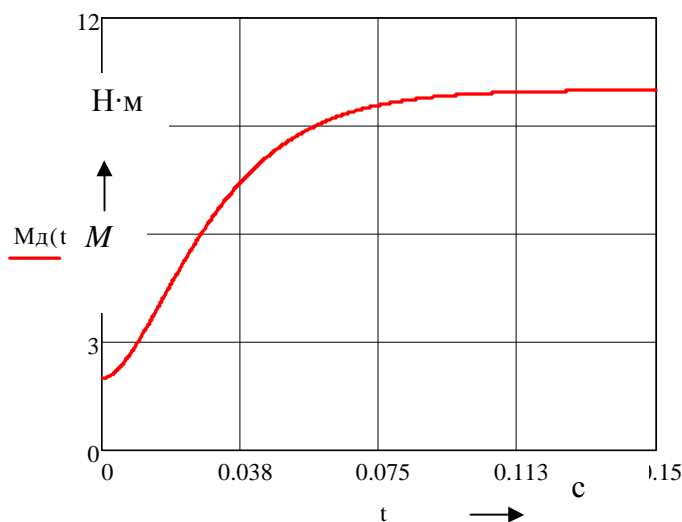


Рис. 5. Навантажувальна діаграма електродвигуна  $M_\delta = f(t)$  при незмінному моменті статичних опорів робочої машини та  $T_m = 4T_e$ .

У даному випадку момент і кутова швидкість двигуна змінюються в часі нелінійно. Причому усталене значення кутової швидкості залежить від напруги, а час її встановлення не залежить від неї.

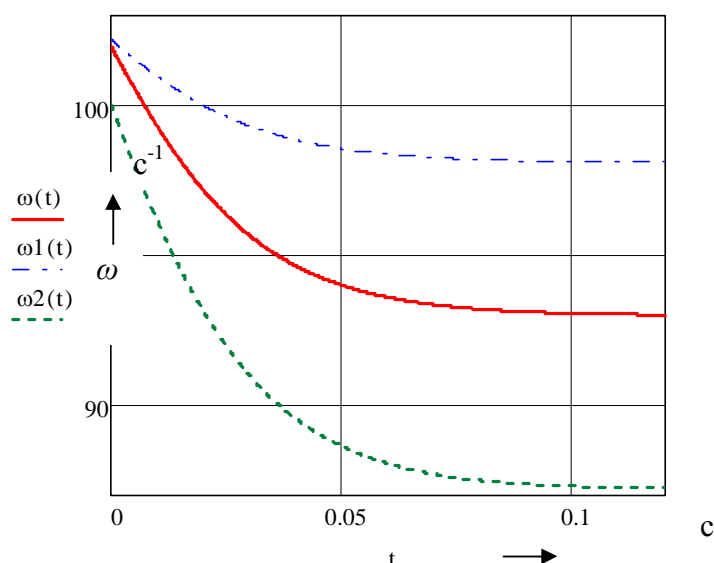


Рис. 6. Криві перехідного процесу  $\omega=f(t)$  при незмінному моменті статичних опорів робочої машини та  $T_M=4T_e$ .

*Висновки.* Відхилення напруги впливає на характер перехідних процесів в асинхронному електроприводі. Для електроприводів з невеликою електромеханічною сталою часу підвищення напруги може призвести до появи коливань моменту і швидкості, тоді як зниження напруги може їх усунути. При підвищенні напруги зростає значення максимального відхилення моменту і частота коливань. При цьому динамічне падіння швидкості зменшується, а при зниженні напруги, навпаки, підвищується.

Для електроприводів, у яких електромеханічна стала часу перевищує електромагнітну більше як у чотири рази, зміни швидкості і моменту в часі відбуваються за експоненціальним законом. При підвищенні напруги момент і кутова швидкість двигуна досягають установився значення швидше, ніж при номінальній напрузі, а при зниженні напруги – за довший час.

#### Література

1. Електропривод / [Лавріненко Ю.М., Марченко О.С., Савченко П.І. та ін.]; за ред. Ю.М. Лавріненка. – К.: Ліра-К, 2009. – 504 с.
2. Електропривод сільськогосподарських машин, агрегатів та потокових ліній / [Жулай Є.Л., Зайцев Б.В., Лавріненко Ю.М та ін.]; за ред. Є.Л. Жулая. – К.: Вища освіта, 2001. – 288 с.
3. Ключев В.И. Теория электропривода / В.И. Ключев. – М.: Энергоатомиздат, 1995. – 560 с.

## **ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ НА ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В АСИНХРОННОМ ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ ПРИ УДАРНОЙ НАГРУЗКЕ**

Синявский А.Ю., Савченко В.В.

*Аннотация* – проведены исследования переходных процессов в асинхронном электроприводе при отклонении напряжения. Установлены зависимости электромеханической постоянной времени и длительности переходного процесса от напряжения.

## **INFLUENCE OF THE DEVIATION OF THE PRESSURE ON TRANSIENTS IN THE ASYNCHRONOUS ELECTRIC DRIVE AT SHOCK LOADING**

A. Sinyavsky, V. Savchenko

### *Summary*

Are carried out researches of transients in the asynchronous electric drive at a deviation of a pressure. Dependences of an electro-mechanical constant of time and duration of transient on a pressure are established.