



УДК 631.363

## ТЕОРЕТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВІБРАЦІЙНОГО ДОЗАТОРА СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ З ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ЗБУДЖУВАЧЕМ КОЛИВАНЬ

Єрмак В.П., д.т.н.,

Богданов Є.В., к.т.н.,

Демченко В.М., к.т.н.,

Грачов О.С., магістр.\*

*Луганський національний аграрний університет*

Тел.: 0642 96 74 06

**Анотація** – в статті наведено результати теоретичного дослідження вібраційного транспортування частки сипкого матеріалу по поверхні що виконує гармонічні коливання. Розроблено диференційне рівняння руху частки сипкого матеріалу по поверхні робочого органу вібраційного дозатора з електромагнітним збуджувачем коливань.

**Ключові слова** – вібротранспортування, частка сипкого матеріалу, відрив, ковзання.

*Постановка проблеми.* Робота вібраційного живильника основана на русі частки по прямолінійному лотку внаслідок його вібрації. Наведені результати змальовують випадок, коли віброюча поверхня є пласкою та виконує поступальні коливання.

*Аналіз останніх досліджень.* Режими руху поділяють на дві групи: без відриву від несучої поверхні та з відривом від несучої поверхні. У загальному випадку частка матеріалу може знаходитися відносно поверхні лотка що вібрує в наступних станах: відносного спокою, ковзання вперед, ковзання назад та відриву від несучої поверхні, який також називають польотом. Зазначені стани частки матеріалу можна позначати відповідними символами: « 0 », « + », « - », « / ».

Найбільшу практичну цікавість представляють режими руху часток, при яких стани циклічно чергово змінюються.

*Основна частина.* Час одного циклу кратний періоду коливань поверхні [4]:

---

© д.т.н., В.П. Єрмак, к.т.н. Є.В. Богданов, к.т.н. В.М. Демченко, м. О.С. Грачов

\*Науковий керівник – д.т.н. В.П. Єрмак.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ с,}$$

де  $\omega$  - циклічна частота коливань лотка,  $\text{с}^{-1}$ .

Такі режими встановлюються, як правило, після проходження деякого часу після початку руху лотка.

Кожен режим, що встановився може бути охарактеризовано набором вказаних символів, кратністю та вказівкою моментів переходу від одного етапу руху до іншого.

З'ясування характеру, а також областей існування стійких режимів руху частки, є однією з основних задач теорії. Розв'язання задачі виконується шляхом вивчення рішень лінійних диференціальних рівнянь, які у різних частинах фазового простору мають різний аналітичний запис.

У нашому випадку буде розглянуто режим руху з відривом від несучої поверхні, при якому частка матеріалу частину кожного циклу слідує не торкаючись поверхні лотка. Розглянуто спосіб транспортування частки матеріалу з симетричним гармонічним законом коливального руху лотка.

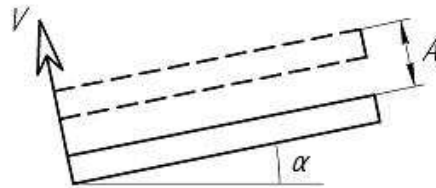


Рис.1. Коливальний рух лотка.

Розглянемо рух частки матеріалу по лотку, який має нахил під кутом  $\alpha$  до обрію та виконує гармонічні коливальні рухи під кутом вібрації  $\beta = 90^\circ$  до площини лотка (Рис.2). Тут  $A$  амплітуда коливань лотка в напрямку перпендикулярному вектору швидкості лотка. На рисунку 2 зображено дві системи відрахунку – інерційна (ІСВ  $xoy$ ) та неінерційна (НІСВ  $x'o'y'$ ). Остання жорстко зв'язана з лотком та виконує разом із нею гармонічні коливання.

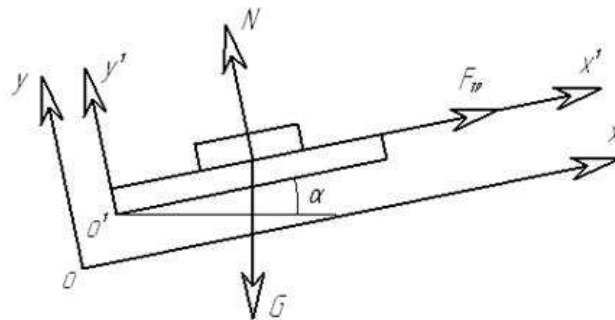


Рис. 2. Рухома та нерухома системи координат та сили, що діють на частку матеріалу.

Розглянемо рівняння руху лотка відносно нерухомої системи координат (ІСВ рис. 2.). Враховуючи, що лоток переміщується вздовж вісі  $y$ , а вздовж вісі  $x$  переміщення немає, запишемо [5]:

$$\ddot{x}_l = 0, \text{ м/с}^2, \quad (1)$$

$$\dot{x}_l = 0, \text{ м/с}, \quad (2)$$

$$\ddot{y}_l = \frac{A}{2} \omega^2 \cos(\varphi), \text{ м/с}^2, \quad (3)$$

$$\dot{y}_l = \frac{A}{2} \omega \sin(\varphi), \text{ м/с}. \quad (4)$$

Загальні диференціальні рівняння руху частки матеріалу в початковий період відносно лотка в системі координат  $x'o'y'$ , що зв'язана з лотком, мають вигляд:

$$m\ddot{x}' = -mg \sin(\alpha) + F, \text{ Н}, \quad (5)$$

$$m\dot{y}' = -mg \cos(\alpha) - m \frac{A}{2} \omega^2 \cos(\varphi) + N, \text{ Н}, \quad (6)$$

де  $m$  – маса частки матеріалу, Н;  
 $g$  – прискорення сили тяжіння, м/с<sup>2</sup>;  
 $N$  – сила реакції опорної поверхні, Н;  
 $F$  – сила тертя, Н.

Процес руху частки матеріалу в режимах з її відривом від лотка може мати від 2 до 5 етапів протягом кожного періоду коливань лотка.

Під час руху лотка вгору сила інерції частки матеріалу буде діяти протилежно напрямку руху та буде притискати частку матеріалу до поверхні лотку, збільшуючи силу реакції та, таким чином, силу тертя. Під час ходу лотка вниз сила інерції буде зменшувати тиск частки матеріалу на лоток и таким чином зменшити силу тертя, створюючи умови для ковзання частки матеріалу по лотку. Якщо сила реакції перетворюється на нуль, то в цей момент часу частка матеріалу відривається від поверхні лотка.

Якщо частка матеріалу знаходиться на поверхні лотка, то  $\ddot{y}' = 0$  та із рівняння (6) для сили реакції маємо

$$N = mg \cos(\alpha) + m \frac{A}{2} \omega^2 \cos(\varphi), \text{ Н}. \quad (7)$$

Оскільки:

$$F = fN, \text{ Н,}$$

де  $f$  – коефіцієнт сухого тертя.

То:

$$F = mgf \cos(\alpha) + m \frac{A}{2} f \omega^2 \cos(\varphi), \text{ Н.} \quad (8)$$

Вираз (8) визначає силу тертя під час руху. Якщо частка матеріалу знаходиться в спокої відносно лотка, то сила тертя буде силою тертя спокою, яка менше сили тертя руху та може змінюватись від нуля до  $F$ . Таким чином, ковзання частки матеріалу вниз по поверхні лотка починається за умови (Рис.2.)

$$mg \sin(\alpha) \succ F. \quad (9)$$

Підставив до виразу (9) значення для сили тертя з (8) знаходимо величину фазового кута  $\varphi_1$  початку ковзання частки матеріалу:

$$\varphi_1 = \arccos \left( \frac{2g(\sin(\alpha) - f \cos(\alpha))}{Af\omega^2} \right). \quad (10)$$

Відрив частки матеріалу від поверхні лотка відбудеться у випадку перетворення на нуль сили реакції. Підставив до виразу (7)  $N=0$ , знаходимо фазовий кут, при якому частка матеріалу відривається від поверхні лотка  $\varphi_2$ :

$$\varphi_2 = \arccos \left[ -\frac{2g \cos(\alpha)}{A\omega^2} \right]. \quad (11)$$

Вирази (10) та (11) показують, що  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  залежать від кута нахилу лотка до обрію, від амплітуди та частоти коливань лотка. На (Рис.3.) наведено: графік коливального руху лотка (блакитна лінія), графік зміни сили тертя (червона лінія), який повторює графік коливального руху лотка, а також горизонтальна пряма (синя лінія), перетин якої з графіком зміни сили тертя визначає фазовий кут  $\varphi_1$  початку зісковзування частки матеріалу по поверхні лотка.

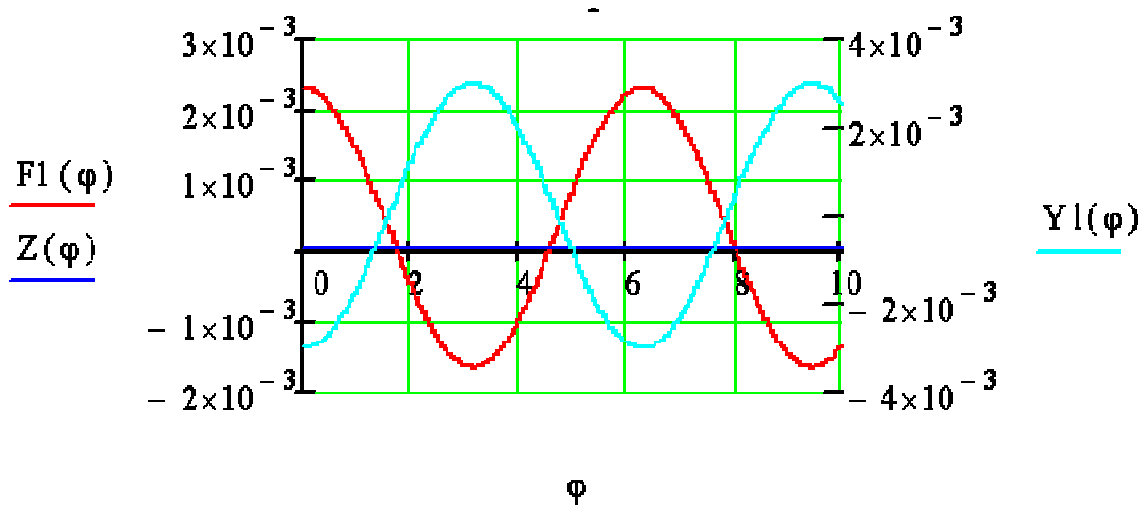


Рис. 3. Графіки зміни значення сили тертя під час коливального руху лотка та умова початку зісковзування частки сипкого матеріалу по поверхні лотка.

На (рис.4.) наведено ті самі графіки зі зміненим масштабом фазового кута по горизонтальній вісі. Перетин кривої зміни сили тертя з віссю абсцис визначає фазовий кут  $\varphi_2$  початку відриву частки матеріалу від поверхні лотка. Фактично (рис.4.) відповідає випадок зміни фазових кутів від початку зісковзування до моменту відриву частки матеріалу від поверхні лотка.

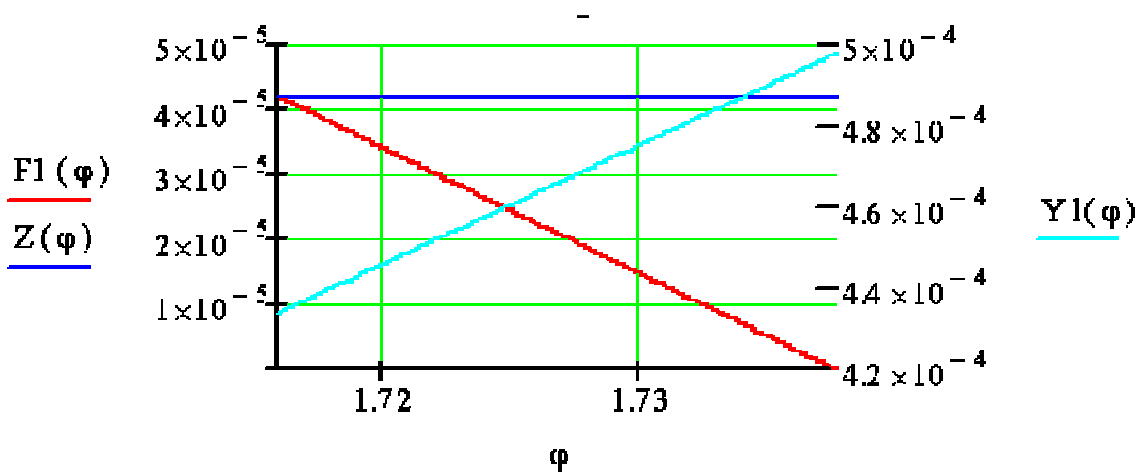


Рис. 4. Графіки зміни значення сили тертя під час коливального руху лотка та умова початку відриву частки сипкого матеріалу від поверхні лотка.

За малих кутів нахилу чи буде рух частки матеріалу по поверхні лотка мати відривний або безвідривний характер залежить від режимів руху лотка (частоти та амплітуди коливань). Як було відзначено, рух буде відривним, якщо сила реакції буде перетворюватися на нуль. На (рис.5.) наведено криву, яка розділяє ці

два типи руху частки матеріалу по поверхні лотка. З рисунка видно, що для отримання відривного руху за умови збільшення частоти, можна зменшити амплітуду коливань.

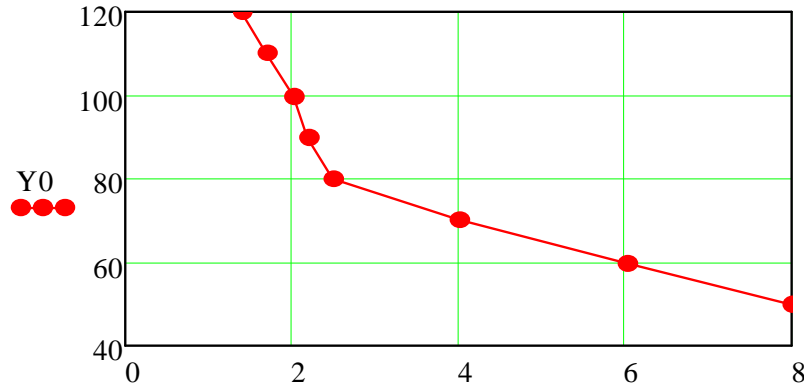


Рис. 5. Границя безвідривного та відривного руху частки сипкого матеріалу по поверхні лотка.

Визначимо характеристики руху частки сипкого матеріалу на етапі  $\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$  (Рис. 6). Рівняння абсолютного руху в ІСВ буде мати вигляд

$$\ddot{x} = \ddot{x}' + \ddot{x}_i, \text{ м/с}^2. \tag{12}$$

Враховуючи, що  $\ddot{x}_i = 0$  та як наслідок  $\dot{x} = 0$ , вираз (12) прийме вигляд

$$\ddot{x} = \ddot{x}', \text{ м/с}^2. \tag{13}$$

З урахуванням (5), (8), та (13) отримаємо:

$$\ddot{x}(\varphi) = -g \sin(\alpha) + fg \cos(\alpha) + \frac{A}{2} f\omega^2 \cos(\varphi) + C1, \text{ м/с}^2. \tag{14}$$

Константу  $C1$  визначимо з умови: якщо при  $\varphi \leq \varphi_1$  частка сипкого матеріалу не переміщується, то прискорення при цьому фазовому куті дорівнює нулю  $\ddot{x}_1(\varphi_1) = 0$ .

Це дає для визначення  $C1$  вираз[2, 3]

$$C1 = g \sin(\alpha) - fg \cos(\alpha) - \frac{A}{2} f\omega^2 \cos(\varphi_1). \tag{15}$$

Інтегруючи (14) знайдемо закон зміни швидкості частки сипкого матеріалу на цьому етапі початку руху (до моменту відриву частки від лотка)

$$\dot{x}(\varphi) = \left[ \frac{g(f \cos(\alpha) - \sin(\alpha)) + C1}{\omega} \right] \cdot \varphi + \frac{Af\omega}{2} \sin(\varphi) + C2, \text{ м/с.} \quad (16)$$

Константу  $C2$  визначимо з початкових умов [2, 3]. При  $\varphi \leq \varphi_1$   $\dot{x}(\varphi_1) = 0$ , тому

$$C2 = \left[ -\frac{g(f \cos(\alpha) - \sin(\alpha)) + C1}{\omega} \right] \cdot \varphi_1 - \frac{Af\omega}{2} \sin(\varphi_1). \quad (17)$$

Інтегруючи вираз (17) отримаємо [1]

$$x1(\varphi) = \frac{g(f \cos(\alpha) - \sin(\alpha)) + C1}{2\omega^2} \cdot \varphi^2 - \frac{Af}{2} \cos(\varphi) + \frac{C2}{\omega} \varphi + C3, \text{ м.} \quad (18)$$

Константу  $C3$  знайдемо переносячи початок відрахунку в точку для якої  $\varphi = \varphi_1$  [2, 3].

$$C3 = -\left( \frac{g(f \cos(\alpha) - \sin(\alpha)) + C1}{2\omega^2} \cdot \varphi_1^2 - \frac{Af}{2} \cos(\varphi_1) + \frac{C2}{\omega} \varphi_1 \right). \quad (19)$$

Використовуючи (18) знаходимо  $\Delta x1$  - шлях, який пройшла частка сипкого матеріалу по поверхні лотка під час ковзання. Оскільки початок відрахунку перенесено в точку початку ковзання, то  $x1(\varphi_2)$  надасть шлях вздовж вісі  $x$ , що й треба було визначити

$$\Delta x1 \equiv x1(\varphi_2) = \frac{g(f \cos(\alpha) - \sin(\alpha)) - \ddot{x}(\varphi_1)}{2\omega^2} \cdot \varphi_2^2 - \frac{Af}{2} \cos(\varphi_2) + \frac{C}{\omega} \varphi_2 + C1, \quad (20)$$

*Висновок.* Отримані аналітичні залежності описують закони руху частки сипкого матеріалу по поверхні лотка, та дозволяють визначити швидкість частки за умови її ковзання по поверхні лотка та умови відриву частки від несучої поверхні. В подальшому потрібно дослідити рух частки після відриву від поверхні лотка.

Література.

1. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа для втузов/ А.Ф.Бермант, И.Г. Араманович. – М.: Наука, 1966. – 736 с.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике/ М.Я. Выгодский. – М.: Наука, 1969. – 872 с.

3. *Корн Г.* Справочник по математике. / *Т.Корн, Г. Корн*– М.: Наука, 1978. – 831 с.
4. *Никитин Е.М.* Краткий курс теоретической механики для ВТУЗОВ. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1971. – 400 с.
5. *Тарг С.М.* Краткий курс теоретической механики. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1970. – 478 с.

## **ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИОННОГО ДОЗАТОРА СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОБУДИТЕЛЕМ КОЛЕБАНИЙ**

Ермак В.П., Богданов Е.В., Демченко В.Н., Грачев А.С.

### *Аннотация*

**В статье приведены результаты теоретического исследования вибрационного транспортирования частицы сыпучего материала по поверхности совершающей гармонические колебания. Разработано дифференциальное уравнение движения частицы сыпучего материала по поверхности рабочего органа вибрационного дозатора с электромагнитным побудителем колебаний.**

## **THEORETICAL RESEARCH OF VIBRATION METERING DEVICE OF FRIABLE MATERIALS IS WITH ELECTROMAGNETIC EXCITER OF VIBRATIONS**

V. Ermak, E. Bogdanov, V. Demchenko, A. Grachov

### *Summary*

**In the article theoretical research of the vibration transporting of particle of friable material is resulted for surfaces that executes harmonic vibrations. Differential equalization of motion of particle of friable material is developed for the surfaces of working organ of vibration metering device with the electromagnetic exciter of vibrations.**