УДК 514.18

ПОБУДОВА ЕКВІДИСТАНТИ ДПК У ТОЧКОВОМУ ЧИСЛЕННІ

Верещага В.М., д.т.н.,
Бездітний А.О., аспірант*
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел.: (0619)42-68-62

Анотація **–у роботі розглядається задача знаходження та побудови еквідистанти дискретно представленої кривої у точковому численні.**

Ключові слова **– еквідистанта, ДПК, точкове числення.**

Постановка проблеми. Задача побудови еквідестанти дискретно представленої кривої дуже часто є складовою частиною більш складних задач, і тому потребує опису з використанням новітніх течій в геометричному моделюванні, зокрема точковому численні [1]. Для розв'язання цієї задачі було залучено апарат точкового числення як найбільш орієнтований для розв'язання задач, що підлягають подальшій реалізації на ЕОМ [2].

Аналіз останніх досліджень. Побудова еквідистанти є дуже розповсюдженою задачею, що була реалізована вже багато разів різними способами. У цій роботі пропонується новий спосіб побудови еквідистанти ДПК, оснований на новому перспективному математичному апараті точкового числення [3].

Формування цілей статті. Дана стаття має ціль знаходження алгоритму побудови еквідистанти заданої ДПК за допомогою математичного апарату точкового числення, що розширить клас задач, вирішуваних на базі цього математичного апарату. Результати розв'язання цієї задачі будуть використані для написання програми на ЕОМ для автоматизації побудови еквідистантних кривих.

Основна частина. Викладемо розв'язання поставленої задачі.

Хай в декартовому симплексі OE_1E_2 задана ДПК m (рис.1):

$$A_0A_1 \dots A_{i-1}A_iA_{i+1} \dots:$$
$$A_{i-1} = E_1x_{i-1} + E_2y_{i-1},$$
$$A_i = E_1x_i + E_2y_i,$$
$$A_{i+1} = E_1x_{i+1} + E_2y_{i+1}.$$

Науковий керівник – д.т.н. Верещага В.М.

Треба побудувати точку $\tilde{A}_i$, що є еквідистантною до точки A_i.

Хай дотична до ДПК у точці A_i паралельна до $A_{i-1}A_{i+1}$. Проведемо нормаль H_iA_i та відкладемо $A_i\tilde{A}_i = d$. Точки $\tilde{A}_i$ визначають еквідистанту ДПК. Для знаходження точки $\tilde{A}_i$ використаємо апарат точкового числення.

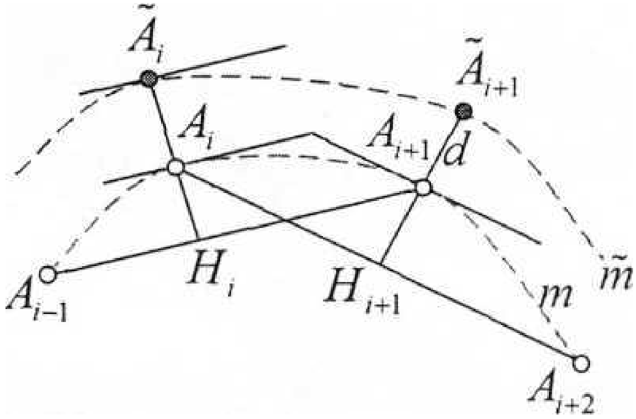

Рис. 1. Побудова еквідистанти ДПК.

Визначимо основу перпендикуляру H_i з точки A_i на $A_{i-1}A_{i+1}$:

$$H_i = \frac{A_{i-1}\sum_{i-1,i}^{i+1} + A_{i+1}\sum_{i+1,i}^{i-1}}{\sum_{i-1,i}^{i+1} + \sum_{i+1,i}^{i-1}}. \tag{1}$$

Далі визначаємо:

$$(A_iH_i)^2 = \sum(H_i - A_i)^2 = = \sum\left(\frac{(A_{i-1} - A_i)\sum_{i-1,i}^{i+1} + (A_{i+1} - A_i)\sum_{i+1,i}^{i-1}}{\sum_{i-1,i}^{i+1} + \sum_{i+1,i}^{i-1}}\right)^2 \to$$

$$\begin{aligned} &\to (A_iH_i)^2(A_{i-1}A_{i+1})^4 = \sum\left[(A_{i-1} - A_i)\sum_{i-1,i}^{i+1} + (A_{i+1} - A_i)\sum_{i+1,i}^{i-1}\right]^2 = \\ &= \sum\left[(A_{i-1} - A_i)^2\left(\sum_{i-1,i}^{i+1}\right)^2 + (A_{i+1} - A_i)^2\left(\sum_{i+1,i}^{i-1}\right)^2 + 2(A_{i-1} - A_i)(A_{i+1} \right. \\ &\qquad \left. - A_i)\sum_{i-1,i}^{i+1}\sum_{i+1,i}^{i-1}\right] = \end{aligned} \tag{2}$$

$$= \left(\sum_{i-1,i}^{i+1}\right)^2(A_{i-1}A_i)^2 + \left(\sum_{i+1,i}^{i-1}\right)^2(A_{i+1} + A_i)^2 +$$

$$+2\sum_{i-1,i}^{i+1}\sum_{i+1,i}^{i-1}\sum_{i-1,i+1}^{i}.$$

Виразимо цю відстань через метричні оператори:

$$\begin{aligned} (A_{i-1}A_{i+1})^2 &= \sum_{i-1,i}^{i+1} + \sum_{i+1,i}^{i-1}; \\ (A_{i-1}A_i)^2 &= \sum_{i+1,i}^{i-1} + \sum_{i-1,i+1}^{i}; \\ (A_iA_{i+1})^2 &= \sum_{i-1,i+1}^{i} + \sum_{i-1,i}^{i+1}. \end{aligned} \tag{3}$$

Після підстановки у (2) отримуємо:

$$(A_iH_i)^2 = \frac{\left(\sum_{i-1,i}^{i+1}\right)^2 \left(\sum_{i+1,i}^{i-1} + \sum_{i-1,i}^{i}\right) + \left(\sum_{i+1,i}^{i-1}\right)^2 \left(\sum_{i+1,i}^{i} + \sum_{i-1,i}^{i+1}\right) + 2\sum_{i-1,i}^{i+1}\sum_{i+1,i}^{i-1}\sum_{i-1,i+1}^{i-1}}{\left(\sum_{i-1,i}^{i+1} + \sum_{i+1,i}^{i-1}\right)^2}.$$

$$A_iH_i = \frac{\sqrt{\left(\sum_{i-1,i}^{i+1}\right)^2 \left(\sum_{i+1,i}^{i-1} + \sum_{i-1,i}^{i}\right) + \left(\sum_{i+1,i}^{i-1}\right)^2 \left(\sum_{i+1,i}^{i} + \sum_{i-1,i}^{i+1}\right) + 2\sum_{i-1,i}^{i+1}\sum_{i+1,i}^{i-1}\sum_{i-1,i+1}^{i-1}}}{\sum_{i-1,i}^{i+1} + \sum_{i+1,i}^{i-1}},$$

де

$$A_{i-1} = E_1x_{i-1} + E_2y_{i-1},\ A_i = E_1x_i + E_2y_i,\ A_{i+1} = E_1x_{i+1} + E_2y_{i+1}. \qquad (4)$$

$$\sum_{i-1,i}^{i+1} = \sum (A_{i-1} - A_{i+1})(A_i - A_{i+1}) = \sum (E_1x_{i-1} + E_2y_{i-1} - E_1x_{i+1} - E_2y_{i+1})(E_1x_i + E_2y_i - E_1x_{i+1} - E_2y_{i+1}) = \sum [E_1(x_{i-1} - x_{i+1}) + E_2(y_{i-1} - y_{i+1})][E_1(x_i - x_{i+1}) + E_2(y_i - y_{i+1})] =$$

$$= \sum_{E_1E_1}^{0} (x_{i-1} - x_{i+1})(x_i - x_{i-1}) + \sum_{E_1E_2}^{0} [(x_{i-1} - x_{i+1})(y_i - y_{i+1}) + (y_{i-1} - y_{i+1})(x_i \quad x_{i+1})] + \sum_{E_2E_2}^{0} (y_{i-1} - y_{i+1})(y_i - y_{i+1}) = (x_{i-1} - x_{i+1})(x_i - x_{i+1}) + (y_{i-1} - y_{i+1})(y_i - y_{i+1}); \qquad (5)$$

$$\sum_{E_1E_1}^{0} = \sum_{E_2E_2}^{0} = 1;\ \sum_{E_1E_2}^{0} = 0.$$

Аналогічно знаходимо:

$$\sum_{i-1,i+1}^{i} = (x_{i-1} - x_i)(x_{i+1} - x_i) + (y_{i-1} - y_i)(y_{i+1} - y_i);$$
$$\sum_{i,i+1}^{i-1} = (x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_{i-1}) + (y_i - y_{i-1})(y_{i+1} - y_{i-1}). \qquad (6)$$

Переходимо до визначення еквідистантної ДПК:

$$\frac{A_iH_i}{A_i\tilde{A}_i} = \frac{H_i - A_i}{\tilde{A}_i - A_i} = \frac{A_iH_i}{d} \rightarrow (H_i - A_i)d = (\tilde{A}_i - A_i)(A_iH_i) \rightarrow$$
$$\rightarrow \tilde{A}_i = \frac{(H_i - A_i)d + A_i(A_iH_i)}{(A_iH_i)}. \qquad (7)$$

Підставляємо (1) у (7):

$$\tilde{A}_i = \frac{\frac{(A_{i-1} - A_i)d\sum_{i-1,i}^{i+1} + (A_{i+1} - A_i)d\sum_{i+1,i}^{i-1}}{\sum_{i-1,i}^{i+1} + \sum_{i+1,i}^{i-1}} + A_i(A_iH_i)}{(A_iH_i)} =$$
$$= \frac{[A_{i-1}d - A_id + A_i(A_iH_i)]\sum_{i-1,i}^{i+1} + [A_{i-1}d - A_id + A_i(A_iH_i)]\sum_{i+1,i}^{i-1}}{\left(\sum_{i-1,i}^{i+1} + \sum_{i+1,i}^{i-1}\right)(A_iH_i)} \qquad (8)$$

Підставляємо (4) у (8):

$$\bar{A_i} = \frac{[E_1(x_{i-1}\,d - x_i d + x_i(A_iH_i)) + E_2(y_{i-1}\,d - y_i d + y_i(A_iH_i)]\sum_{i-1,i}^{i+1}}{(\sum_{i-1,i}^{i+1} + \sum_{i+1,i}^{i-1})\ (A_iH_i)} + \\ + \frac{[E_1(x_{i+1}\,d - x_i d + x_i(A_iH_i)) + E_2(y_{i+1}\,d - y_i d + y_i(A_iH_i)]\sum_{i+1,i}^{i-1}}{(\sum_{i-1,i}^{i+1} + \sum_{i+1,i}^{i-1})\ (A_iH_i)}. \quad (9)$$

Таким чином ми визначили еквідистанту до заданої ДПК та маємо всі необхідні дані для її побудови.

Висновки. Задачу побудови еквідистанти ДПК було вирішено, що дозволяє розширити клас задач, що вирішуються за допомогою математичного апарату точкового числення. Отримана математична модель дає можливість написання програми на ЕОМ для автоматизації побудови еквідистант кривих ліній на базі точкового числення.

Література

1. *Найдиш В.М.* Дискретна інтерполяція. / *В.М. Найдиш.* - Мел.:2008.- 250 с.
2. *Балюба І.Г.* Вычислительная геометрия в точечном исчислении / *І.Г. Балюба, С.Л. Корнілов, Т.П. Малютіна* // - Макеевка: ДГАСА, 1990. – 52 с.
3. *Балюба І.Г.* Основи математичного апарату точкового числення./ *І.Г. Балюба, В.І. Поліщук, Т.П. Малютіна* // Прикл. геом. та інж. граф. Праці ТДАТА. – Мелітополь: ТДАТА, 2005. - Вип. 4, Т. 29. – С. 22-30.

ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИДИСТАНТЫ ДПК В ТОЧЕЧНОМ ИСЧИСЛЕНИИ

Верещага В.М., Бездитный А.А.

***Аннотация* - в работе рассматривается задача нахождения и построения эквидистанты дискретно представленной кривой в точечном исчислении.**

A CONSTRUCTION OF THE DISCRETELY PRESENTED CURVE'S EQUIDISTANT LINE IN DOT CALCULATION

V. Vereshaga, A. Bezditniy

Summary

The task of finding and construction of equidistant line of the discretely presented curve is in-process examined in a point calculation.