УДК 514.18

ДИСКРЕТНА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ПРОСТОРОВИХ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНИХ КРИВИХ З ВИКОРИСТАННЯМ КУТОВИХ ПАРАМЕТРІВ

Найдиш А.В., д.т.н.,
Спірінцев Д.В., к.т.н.
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел. (0619) 42-20-32

Анотація **– пропонується розв’язання задачі згущення просторових дискретно представлених кривих за умови відсутності осциляції методом варіативного формування різницевих схем кутових параметрів.**

Ключові слова **– просторова крива, згущення, кутові параметри, осциляція.**

Постановка проблеми. Значне місце в геометричному моделюванні різних явищ і процесів займають просторові криві [1]. Прикладом просторових кривих є лінії потоків газу й рідини у лопатевих апаратах турбін і двигунів внутрішнього згоряння, рух ґрунту по лемешно-відвальної поверхні плуга та ін. [1]. Як правило, моделі (дані), які відображають реальні процеси або явища та мають дискретний характер. Тому проблема полягає у вирішенні задачі згущення просторових ДПК шляхом розробки відповідних алгоритмів, які в максимальній мірі використовують геометричні характеристики кривої та задовольняють додатковим умовам, зокрема умові відсутності осциляції.

Аналіз останніх досліджень. Просторові криві відіграють важливу роль у геометричному моделюванні, але, як відзначалось [1], питання моделювання просторових кривих ліній методами варіативного геометричного моделювання (ВДГМ) вивчені тільки в окремих випадках. Існуючі дискретні методи [1, 2] використовують в більшості лінійні параметри. Однак, використання кутових параметрів відкриває нові можливості при згущенні кривих [3]. В [4] було запропоновано загальний метод згущення на основі варіативного формування різницевих схем кутових параметрів. Пропонується розширення можливостей загального методу шляхом застосування його для згущення просторових кривих.

Формулювання цілей статті. Метою статті є розширення можливостей використання методу згущення ДПК на основі варіативного формування різницевих схем кутових параметрів [4] для згущення просторових кривих.

Основна частина. Розглянемо вихідну просторову криву (x_i, y_i, z_i), $i = 0,1,...,n$, яку необхідно згустити за умови відсутності осциляції. Основна ідея згущення просторових ДПК полягає у наступному. У площині Oxy робимо згущення проекції (x_i, y_i), $i = \overline{0,n}$ просторової кривої (x_i, y_i, z_i), $i = \overline{0,n}$ [4]. Після чого згущаємо проекцію (x_i, z_i), $i = \overline{0,n}$. При цьому, у якості вихідних даних маємо абсциси точок згущення $x_{i+0,5}$, $i = \overline{0,n-1}$ (рис. 1), знайдені при згущенні проекції (x_i, y_i), і кути суміжності в точках згущення $\gamma^1_{i+0,5}$, $i = \overline{0,n-1}$, що визначаються або способом γ_{opt} [1], або способом γ_{min} [1], або способом [5].

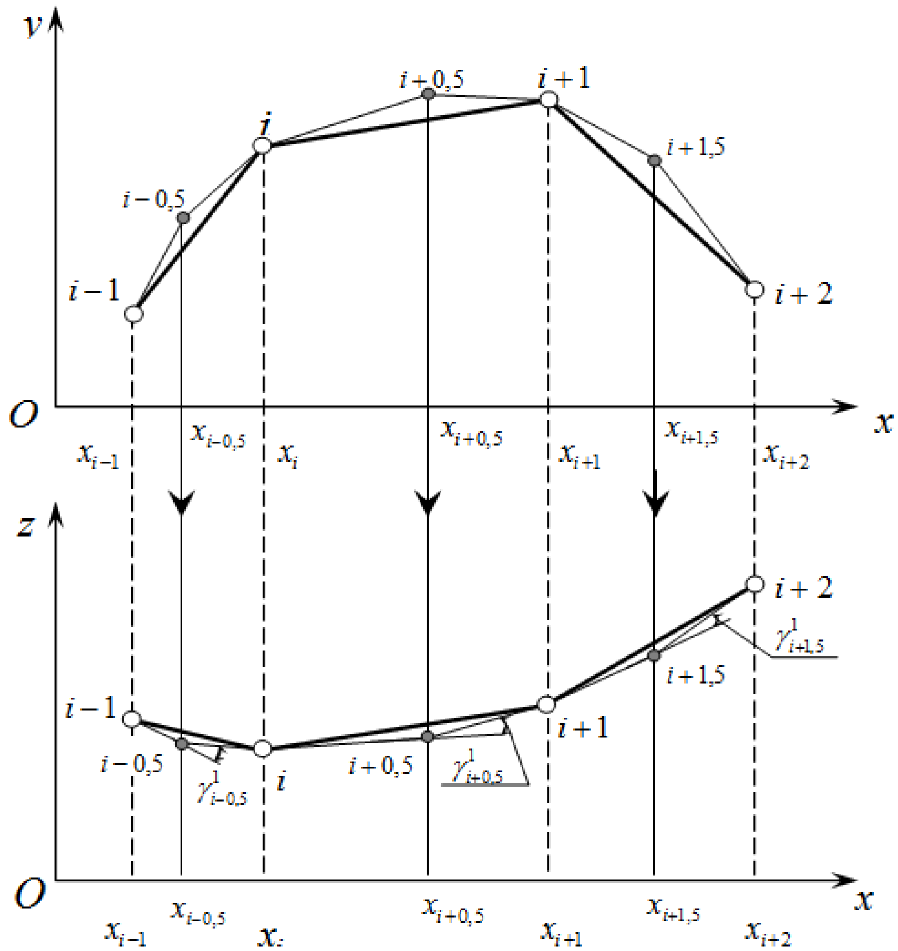

Рис. 1. Схема згущення просторової ДПК.

Отримані значення координат $(x_{i+0,5}, y_{i+0,5}, z_{i+0,5})$, $i = \overline{0,n-1}$ визначають точки згущення на шуканій просторовій кривій (x_i, y_i, z_i) у системі координат $Oxyz$.

Пропонуємо наступний алгоритм згущення просторових ДПК методом дискретної інтерполяції на основі варіативного формування різницевих схем кутових параметрів.

Алгоритм згущення просторової ДПК

1. У площині Oxy згущуємо проекцію $(x_i, y_i),\ i = \overline{0,n}$ дискретно представленої просторової кривій $(x_i, y_i, z_i),\ i = \overline{0,n}$ методом варіативного формування різницевих схем кутових параметрів з урахуванням геометричних особливостей вихідної ДПК (містить опуклі, увігнуті, прямолінійні або перехідні ділянки) [4,6,7,8]. У результаті згущення визначаються точки згущення $(x_{i+0,5}, y_{i+0,5}),\ i = \overline{0,n-1}$.

2. У площині Oxz для проекції $(x_i, z_i),\ i = \overline{0,n}$ визначаються геометричні характеристики (l_i^0, α_i до осі Ox, γ_i^0) і значення коефіцієнтів η_i згідно основного алгоритму методу згущення [4].

3. Для проекції $(x_i, z_i),\ i = \overline{0,n}$ визначаються кути суміжності $\gamma_{i+0,5}^1, i = \overline{0;n-1}$ ланок згущеної ДПК (способом γ_{opt} [1], або γ_{min} [1], або [5]).

4. Для проекції $(x_i, z_i),\ i = \overline{0,n}$ визначаються координати $z_{i+0,5}^1, i = \overline{0;n-1}$ точок згущення. При цьому у якості вихідних даних є абсциси точок згущення $x_{i+0,5}, i = \overline{0,n-1}$ й кути суміжності $\gamma_{i+0,5}^1, i = \overline{0;n-1}$, отримані в попередніх пунктах даного алгоритму (п.1 і п.3). Для знаходження $z_{i+0,5}^1, i = \overline{0;n-1}$ скористаємося наступною схемою (рис. 2)

Як відомо [9], кут θ між двома прямими $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ й $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ визначається по формулі

$$\theta = arctg\left(\frac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_1a_2 + b_1b_2}\right). \quad (1)$$

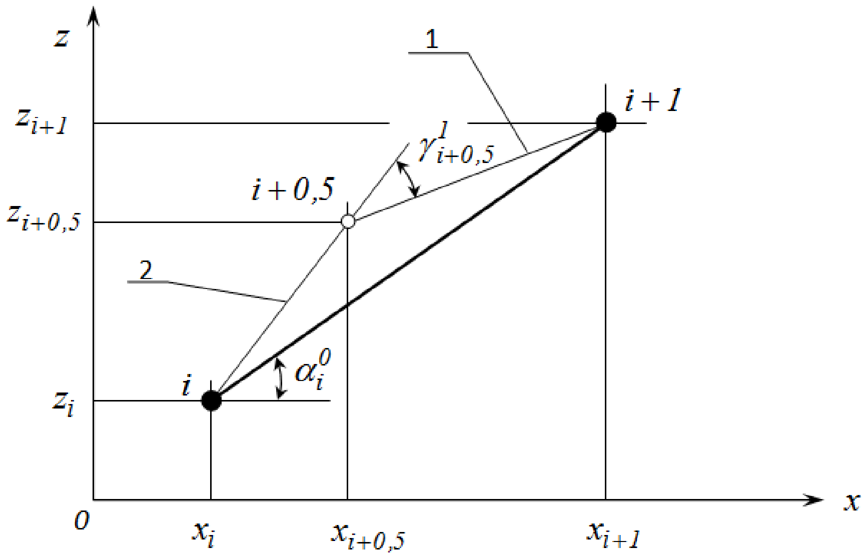

Рис. 2. Схема визначення координати $z^1_{i+0,5}$ точки згущення.

Проведемо через три точки ряду $i, i+0.5, i+1$ дві умовні прямі 1 і 2 (рис. 2). По формулі (1) можна визначити кут θ між ними, чисельне значення якого дорівнює куту суміжності $\gamma^1_{i+0,5}$ в точці згущення. Тоді формула (1) прийме наступний вигляд

$$\gamma^1_{i+0.5} = arctg\left(\frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_1 a_2 + b_1 b_2}\right), \qquad (2)$$

де a_1, a_2, b_1, b_2 – коефіцієнти рівнянь прямих, на яких лежать ланки $(i+0.5, i+1)$ й $(i, i+0.5)$;

$$a_1 = z_{i+1} - z_{i+0,5} \quad a_2 = z_{i+0,5} - z_i$$
$$b_1 = x_{i+0,5} - x_{i+1}\,, \; b_2 = x_i - x_{i+0,5}\,, \qquad (3)$$

тут $x_i, y_i, x_{i+0,5}, y_{i+0,5}$, x_{i+1}, y_{i+1} – координати точок $i, i+0,5$, $i+1$ відповідно.

Розв'язавши систему рівнянь (1)-(3) відносно $z^1_{i+0,5}, i=\overline{0;n-1}$ визначимо координати точок згущення для проекції (x_i, z_i), $i=\overline{0,n}$.

$$z_{i+0,5} = \frac{1}{2tg\left|\gamma^1_{i+0,5}\right|}\left(tg\left|\gamma^1_{i+0,5}\right| \cdot (z_i + z_{i+1}) + x_i - x_{i+1}\right) +$$
$$+\frac{1}{2tg\left|\gamma^1_{i+0,5}\right|}\sqrt{(x_i + x_{i+1})^2 + A_{i+0,5} \cdot tg\left|\gamma^1_{i+0,5}\right|}, \quad i=\overline{0;n-1}, \qquad (4)$$

де значення коефіцієнта $A_{i+0,5}$ визначається за формулою

$$A_{i+0,5} = z_i \cdot (z_i \cdot tg\left|\gamma^1_{i+0,5}\right| - 2z_{i+1} \cdot tg\left|\gamma^1_{i+0,5}\right| + 2x_i + 2x_{i+1} - 4x_{i+0,5}) +$$
$$+ z_{i+1}(z_{i+1} \cdot tg\left|\gamma^1_{i+0,5}\right| - 2(x_i + x_{i+1}) + 4x_{i+0,5}) + 4x_{i+0,5} \cdot tg\left|\gamma^1_{i+0,5}\right| \cdot (x_i - \qquad (5)$$
$$x_{i+1} - x_{i+0,5}) - 4x_i \cdot x_{i+1} \cdot tg\left|\gamma^1_{i+0,5}\right|, \qquad i = \overline{0;n-1}.$$

Слід зазначити, що за формулою (4) можна визначати значення $z^1_{i+0,5}, i = \overline{0;n-1}$ тільки для опуклої частини кривої. У випадку увігнутої частини кривоїй, формула (4) запишеться у вигляді

$$z_{i+0,5} = \frac{1}{2tg(\pi - \gamma^1_{i+0,5})}(tg(\pi - \gamma^1_{i+0,5}) \cdot (z_i + z_{i+1}) + x_i - x_{i+1}) +$$
$$\frac{1}{2tg(\pi - \gamma^1_{i+0,5})}\sqrt{(x_i + x_{i+1})^2 + A_{i+0,5} \cdot tg(\pi - \gamma^1_{i+0,5})}, \quad i = \overline{0;n-1}, \qquad (6)$$

де значення коефіцієнта $A_{i+0,5}$ визначається за формулою

$$A_{i+0,5} = z_i \cdot (z_i \cdot tg(\pi - \gamma^1_{i+0,5}) - 2z_{i+1} \cdot tg(\pi - \gamma^1_{i+0,5}) + 2x_i + 2x_{i+1} - 4x_{i+0,5}) +$$
$$+ z_{i+1}(z_{i+1} \cdot tg(\pi - \gamma^1_{i+0,5}) - 2(x_i + x_{i+1}) + 4x_{i+0,5}) + 4x_{i+0,5} \cdot tg(\pi - \gamma^1_{i+0,5}) \cdot \qquad (7)$$
$$(x_i + x_{i+1} - x_{i+0,5}) - 4x_i \cdot x_{i+1} \cdot tg(\pi - \gamma^1_{i+0,5}), \qquad i = \overline{0;n-1}.$$

5. За отриманими значенням координат $(x^1_{i+0,5}, y^1_{i+0,5}, z^1_{i+0,5})$, $i = \overline{0;n-1}$ будується згущена неосцилююча дискретно представлена просторова крива.

6. За необхідністю, точки ряду перенумеровуються й розрахунок повторюється. Критерієм закінчення згущення є досягнення умови
$$\max_{i=1...n-1}\left|\gamma_{i+0.5}\right| \le \varepsilon, \qquad (8)$$
де $\varepsilon \ge 0$ - як завгодно мале наперед задане число.

По досягненні цієї умови точки згущеної ДПК з'єднуються відрізками супровідної ломаної лінії, яку і вважаємо інтерполюючою кривою.

На рис. 3 наведено приклад згущення (2 кроки згущення) тестової дискретно представленої просторової кривої. Згущення здійснювалось методом варіативного формування різницевих схем кутових параметрів, згідно з пунктами вище наведеного алгоритму.

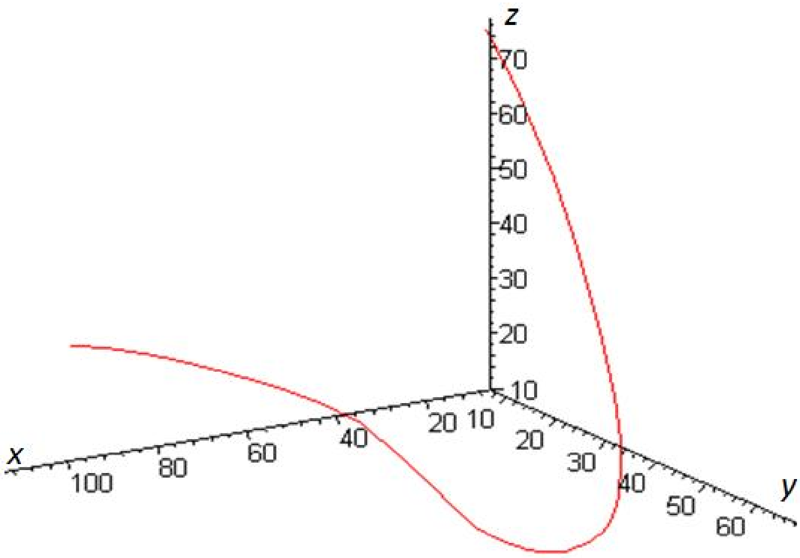

Рис. 3. Результат згущення тестової просторової кривої.

Висновки. Запропоновано новий спосіб розв'язання задачі дискретної інтерполяції просторових ДПК методом варіативного формування різницевих схем кутових параметрів за умовою відсутності осциляції. Використання запропонованого алгоритму дає можливість згущення на нерівномірній сітці неоднозначних дискретно представлених просторових кривих.

Література

1. *Найдиш В.М.* Дискретна інтерполяція [для студентів вищих навчальних закладів I-IV рівнів акредитації] / *В.М. Найдиш*//. - Мелітополь: ВДП «Люкс», 2008. – 250 с.

2. *Ковальов С.М.* Прикладна геометрія та інженерна графіка / *С.М. Ковальов, М.С. Гумен, С.І. Пустюльга* [і ін.] // Спеціальні розділи. – Луцьк: Редакційно видавничій відділ ЛДТУ, 2006. - Випуск 1. – 256 с.

3. *Спірінцев Д.В.* Варіативне формування різницевих схем згущення ДПК на основі кутових параметрів / *Д.В. Спірінцев* // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. «Прикладна геометрія та інженерна графіка».– Мелітополь: ТДАТА, 2008. – Випуск 36. - С. 34-37.

4. *Найдиш В.М.* Варіативна схема згущення ДПК на основі кутових параметрів з використанням додаткових умов / *В.М. Найдиш, Д.В. Спірінцев* // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Мелітополь: ТДАТА, 2007. – Випуск 35. - С.3-9.

5. *Спірінцев Д.В.* Формування різницевої схеми згущення ДПК на основі кутових параметрів / *Д.В. Спірінцев* // Міжвідомчий науково-технічний збірник. «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Київ: КНУБА, 2008. – Випуск 81. – С. 172-176.

6. *Найдиш А.В.* Дискретна інтерполяція перехідних ділянок ДПК на

основі розв'язання різницевих схем / *А.В. Найдиш, Д.В. Спірінцев* // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Мелітополь: ТДАТА, 2008. – Випуск 37. – С.3-8.

7. *Спірінцев Д.В.* Згущення прямолінійних ділянок ДПК на основі варіативного формування різницевих схем кутових параметрів / *Д.В. Спірінцев* // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. «Прикладна геометрія та інженерна графіка».– Мелітополь: ТДАТУ, 2008. – Випуск 39 – С.155-161.

8. *Найдиш А.В.* Дискретна інтерполяція ДПК в околі особливих точок на основі варіативного формування різницевих схем кутових параметрів / *А.В. Найдиш, В.М. Малкіна, Д.В. Спірінцев* // Вісник Херсонського національного технічного університету.– Херсон: ХНТУ, 2008. – Випуск 2(31).– С. 339–345.

9. *Полянин А.Д.* Довідник для студентів технічних вузів / *А.Д. Полянин, В.Д. Полянин, В.А. Попов* [і ін.]//.– М.: ТОВ «Видавництво Астрель», 2002. – 735 с.

ДИСКРЕТНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕНЫХ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННЫХ КРИВЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УГЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ

Найдыш А.В., Спиринцев Д.В.

Аннотация **- предлагается решение задачи сгущения пространственных дискретно представленных кривых при условии отсутствия осциляции методом вариативного формирования разностных схем угловых параметров.**

DISCRET INTERPOLATION SPACE DISCRETELY PRESENTED CURVES USING ANGULAR PARAMETERS

A. Naydysh, D. Spirintsev

Summary

Is offered the decision of a problem of condensation spacing discretely presented curves in the absence of oscillations using method variative formations difference schemes of angular parameters.