



УДК 514.18

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЗАСІБ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ З НЕДИФЕРЕНЦІЙОВАНИМИ ФУНКЦІЯМИ

Найдиш А.В., д.т.н.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (0619) 42-20-32

Анотація – у роботі розглядається новий напрямок геометричного моделювання розв'язання екстремальних задач з недиференційованими функціями. Надається загальна характеристика напрямку, сформульовані його основні риси, методологічні принципи формування, перспективи розвитку напрямку. Новий науковий напрямок створений і розвивається в рамках держбюджетної науково-дослідної програми “Моделювання явищ та процесів на основі оптимальних критеріїв наближення” (номер держреєстрації 0107U008959); він вирішує важливу наукову проблему – моделювання виробничих, наукових, економічних задач екстремального характеру з недиференційованими цільовими функціями-критеріями.

Ключові слова - геометричне моделювання, екстремальна задача, недиференційовані функції, простір параметрів моделюючої функції, цільовий критерій, цільова функція, найменше сумарне відхилення (НСВ), найменше граничне відхилення (НГВ).

Постановка проблеми. У практичних задачах моделювання, зазвичай, вихідні дані, що відображують реальний процес або явище, представлені у вигляді дискретної точкової множини (ДТМ), або, у геометричному сенсі, у вигляді дискретно представленої кривої (ДПК), при цьому число точок значно перевищує число параметрів моделюючої кривої, так що деякі точки мають ненульові відхилення від розрахункового значення. Для одержання розв'язку при цих умовах застосовуються статистичні методи, тобто вводиться деяка цільова функція, що встановлює певну залежність між відхиленнями (цільовий критерій розв'язку задачі).

Цільова функція, що відповідає задачі моделювання, може бути екстремальною, тобто відшукуються параметри моделюючої функції при екстремальних значеннях критерію (екстремальна задача); або не

екстремальною в інших випадках. При цьому, якщо цільовий критерій - екстремальний, а цільова функція - недиференційована, то виникає проблема пошуку її екстремуму. Одним із підходів для розв'язання цієї проблеми є застосування апарату геометричного моделювання, що відкриває відповідний новий напрямок для розв'язання цього класу задач.

Аналіз останніх досліджень. Основними шляхами моделювання явищ і процесів є *апроксимація, оптимізація, статистика* [1] (цільові функції можуть бути як екстремальними, так і не екстремальними).

Зробимо порівняльний аналіз вище зазначених шляхів моделювання і класів прикладних задач [1-5].

Зазначимо види цільових функцій:

- диференційовані (пошук екстремуму цільової функції здійснюється методами математичного аналізу; наприклад, критерій мінімуму суми квадратів відхилень – метод найменших квадратів (МНК) [1]);
- недиференційовані (у звичайному сенсі), наприклад, критерій найменшого сумарного відхилення (НСВ) або критерій найменшого граничного відхилення (НГВ) [7, 8]. У цьому випадку методи математичного аналізу неспроможні і потрібно шукати нові підходи.

Проблема розв'язання екстремальних задач з диференційованими цільовими функціями в основному вирішена. У той же час, проблема розв'язання екстремальних задач з недиференційованими цільовими функціями, повною мірою, не вирішується традиційними (математичними) підходами, особливо при дискретних вихідних даних. Наведемо певні результати, отримані в цьому напрямку:

- метод найменших модулів (МНМ), що представляє собою різновид зважених середньоквадратичних наближень, запропонований Мудровим В.І. [4];
- метод найменших абсолютних відхилень Єпішина Ю.Г. [2];
- спроби Успенського А.К. реалізувати НГВ-критерій [5].

Однак достатніх теоретичних положень і конструктивних алгоритмів рішення, крім МНМ, не було отримано. Тому то можна зробити висновок про пріоритет розробки напрямків і методів розв'язання екстремальних задач з недиференційованими функціями для дискретних точкових множин на основі апарату геометричного моделювання, що і формує важливу наукову проблему геометричного моделювання.

Окрім того, актуальність проблеми визначається її винятковою важливістю для практики, де сам зміст модельованого явища вимагає оцінок, відмінних від відомих МНК-оцінок. Задачі такого характеру виникають для одержання ефективних і обґрунтованих оцінок для технічних рішень при проектуванні; для прийняття управлінських рішень при економіко-математичному моделюванні і розв'язанні задач

оптимізації; для прийняття прогнозуючих рішень; для прийняття соціальних і господарських програм та ін.

Аналіз можливостей відомих методів [2-5] у розв'язанні зазначеної вище проблеми дає наступні висновки:

- жоден із зазначених методів не дає загальної схеми розв'язання задачі моделювання в теоретичному і прикладному плані (тобто: теоретичне обґрунтування, сам метод, його обчислювальний спосіб, алгоритмічна і програмна реалізація);
- означені методи не дають гарантії досягнення точного розв'язку, хоча в теоретичному плані це забезпечує МНМ, але залишається невирішеним питання його ефективної обчислювальної реалізації;
- не розроблені теоретичні основи хоча б одного з напрямків розв'язання вище названої проблеми;
- для зазначених раніше критеріїв моделювання, що є екстремальними недиференційованими цільовими функціями, не встановлений конструктивний зв'язок між координатами точок вихідної множини і параметрами моделюючої функції у вихідному просторі.

Вище зроблені висновки вказують на основні проблеми та напрями наукових досліджень з даної проблеми.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Зроблений вище аналіз та його висновки визначають необхідність розвитку нового напрямку геометричного моделювання для розв'язання екстремальних задач з недиференційованими цільовими функціями [7, 8], що представлені в численних і різноманітних задачах апроксимації, оптимізації і статистики.

Основна частина. Головною ідеєю напрямку є перенесення розв'язання екстремальної задачі у простір параметрів моделюючих функцій [6], сформованих з урахуванням властивостей цільової функції-критерію із дотриманням наступних умов:

- наявність зв'язку між координатами ДПК і шуканими параметрами;
- збереження визначальних властивостей цільової функції.

Проведені на теперішній час наукові та прикладні дослідження [6-10] дозволяють говорити про те, що сформовано теоретичне ядро напрямку, та вказати його методологічні принципи, основні риси та особливості, що загалом забезпечує розробку нових методів геометричного моделювання, призначених для розв'язання розглянутих задач.

Методологічні принципи напрямку:

1. Основа напрямку - геометричні елементи і співвідношення між ними, що відповідають заданому класові екстремальних задач.
2. Зміст напрямку - сукупність методів, сформованих у залежності від виду екстремальних задач і співвідношень між геометричними

- елементами.
3. Основою окремого методу напрямку є ланцюг геометричних співвідношень, що приводять до розв'язання відповідної екстремальної задачі.
 4. Взаємозв'язок між методами напрямку визначається спільністю їх геометричних елементів та з взаємозв'язками між відповідними цим методам екстремальними задачами.
 5. Предметною областю напрямку є клас моделюючих функцій, як правило, лінійних щодо своїх коефіцієнтів-параметрів, або перетворених до такого вигляду.
 6. Застосування методу напрямку повинно гарантувати досягнення точного розв'язку.
 7. Алгоритмічна та обчислювальна реалізація методів напрямку орієнтована на сучасні ПЕОМ і повинна забезпечувати задану точність.

Основні риси напрямку:

1. Напрямок дає теоретичні основи для розробки нових методів, забезпечуючи їхню універсальність у відношенні кількості і позиційних характеристик вихідних даних.
2. Напрямок дозволяє розв'язувати широке коло екстремальних задач і дає простір для розробки нових відповідних ефективних методів геометричного моделювання.
3. Методи, розроблені в рамках напрямку, мають принципове і методологічне загальне алгоритмічне і програмне забезпечення, обчислювальні модулі різних способів і методів напрямку, можуть поєднуватися в єдиний прикладний програмний продукт.

Особливості напрямку:

1. Змістовна - розв'язок відшукується у просторі параметрів моделюючої функції, сформованому з урахуванням властивостей цільової функції.
2. Алгоритмічна - пошук екстремальних елементів опуклих багатограних поверхонь у багатовимірному просторі параметрів.
3. Обчислювальна - послідовне нарощування числа параметрів з визначенням значення критерію на кожному із кроків розрахунку до досягнення заданої точності.
4. Практична - можливість побудови оптимальних (у змісті задачі) геометричних моделей екстремальних задач з недиференційованими функціями для дискретних точкових множин (або ДПК).

Перспективи розвитку напрямку:

1. Розробка нових критеріїв та відповідних їм методів моделювання.
2. Розширення класу моделюючих функцій і, особливо, їхніх дискретних представлень.
3. Розв'язання задач моделювання кривих ліній і поверхонь за наперед заданими вимогами.

4. Розробка методів напрямку в системах координат, адаптованих до прикладних задач.
5. Розвиток кореляційного аналізу на базі розроблених методів.

Висновки. У статті означені актуальність, головна концепція та основні риси і властивості нового напрямку геометричного моделювання призначеного для розв'язання екстремальних задач з недиференційованими функціями. Досягнуті на теперішній час результати [9, 10] показують практичну доцільність напрямку і його наукову необхідність і актуальність. Розвиток напрямку та розробка його методів, відповідних до різних типів екстремальних задач, істотно розширює можливості моделювання, дозволяє підвищити вірогідність аналізу, оцінки і, як наслідок, створює основи для удосконалення виробничих і економічних процесів.

Література.

1. *Калиткин Н.И.* Численные методы / *Н.И. Калиткин.* - М.: Наука, 1978. - 512с.
2. *Епишин Ю.Г.* Регрессионный метод наименьших абсолютных отклонений / *Ю.Г. Епишин* // Завод. лаборатория. – М., 1974.- №10.- С.1227-1232.
3. *Загайтов И.Б.* Об использовании способа минимальных отклонений в экономических исследованиях/ *И.Б. Загайтов* // Вестник статистики.- М., 1969.- №7. - С.22-31.
4. *Мудров В.И., Кушко В.Л.* Метод наименьших модулей. / *В.И. Мудров, В.Л. Кушко*// - М.: Знание, 1971. - №7.- 64с.
5. *Успенский А.К.* Нахождение параметров эмпирических формул по способу наименьшего предельного уклонения / *А.К. Успенский* // Тр. Моск. ин-та инж. Землеустройства. Вып. 2. – М., 1957.- С.27-31.
6. *Найдыш А.В.* Решение задач геометрического моделирования на основе перенесения в пространство параметров/ *А.В. Найдыш* // Прикл. геом. та інж. граф./ КДТУБА.- К., 1997.– Вип. 62.– С. 56-59.
7. *Найдыш А.В.* Моделирование при условии наименьшего суммарного отклонения / *А.В. Найдыш* // Современные проблемы геом. моделирования : сб. трудов 3 междунар. науч.-практ. конф. 3-5 сент. 1996 / ТГАТА. – Мелитополь, 1996. – Ч. 1. – С. 78.
8. *Найдыш А.В.* Багатовимірна НГВ-апроксимація / *А.В. Найдыш* // Прикл. геом. та інж. граф./ КДТУБА.– К., 1998.– Вип. 63.– С. 67-70.
9. *Найдыш А.В.* Загальний обчислювальний алгоритм дискретного методу найменшого граничного відхилення / *А.В. Найдыш, І.Ф. Марченко* // Труды ТГАТА. – Мелитополь, 1999.– Вип. 4, т. 10. – С. 35-37.
10. *Найдыш А.В.* Апроксимація спіралеподібних дискретно представлених кривих у полярній системі координат / *А.В. Найдыш, О.Є. Мацулевич* // Сучасні проблеми геом. моделювання : матеріали міжнар. наук.-практ. Конф. / Нац. університет “Львівська політехні-

ка". – Львів, 2003. – С. 81-82.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО РЕШЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ С НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Найдыш А.В.

Аннотация - В работе рассматривается новое направление геометрического моделирования решения экстремальных задач с недифференцируемыми функциями. Дается общая характеристика направления, сформулированные его основные черты, методологические принципы формирования, перспективы развития направления. Новое научное направление создано и развивается в рамках госбюджетной научно-исследовательской программы "Моделирование явлений и процессов на основе оптимальных критериев приближения" (номер госрегистрации 0107U008959); оно решает важную научную проблему - моделирование производственных, научных, экономических задач экстремального характера с недифференцируемыми целевыми функциями-критериями.

GEOMETRICAL MODELLING AS AGENT SOLUTION OF EXTREME TASKS WITH NOT DIFFERENTIABLE FUNCTIONS

A. Naydysh

Summary

Work represents a direction of geometrical modelling which is created and develops in frameworks state-budget research program "Modelling of the phenomena and processes on the basis of optimal criteria of approach" (number the state registration 0107U008959). The direction solves the important scientific problem - modelling of industrial, scientific, economic tasks of extreme character with not differentiable functions-models. The general characteristic of a direction, formulated its basic features, methodological principles of formation, prospect of development of a direction are given.